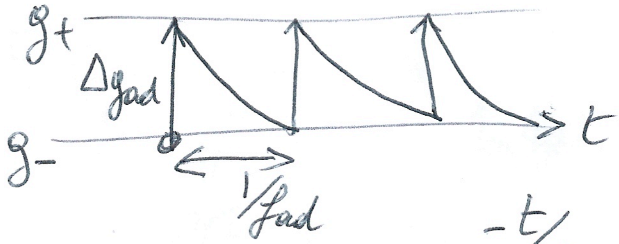
2a. Le temps effectif de relaxation du potentiel de membrane est :

$$\tau_m^{eff} = \frac{\tau_m}{1 + r_m\, g_{ad}(t)} \quad \text{qui dépend du temps.}$$

Si beaucoup de potentiels d'action sont émis, g_{ad} est grand et τ_m^{eff} est petit. Comme $g_{ad}(t)$ diminue exponentiellement (entre 2 potentiels d'action), le temps τ_m^{eff} augmente lorsque la fréquence d'émission diminue. Cela ralentit la croissance du potentiel et augmente le temps pour que V arrive à V_{seuil}, d'où une diminution de la fréquence, etc...

2b. En régime stationnaire, g_{ad} va varier entre g_- et g_+ tels que :

$$\begin{cases} g_+ = g_- + \Delta g_{ad} \\ g_- = g_+\, e^{-1/f\tau_{ad}} \end{cases}$$



donc $$g_+ = \frac{\Delta g_{ad}}{1 - e^{-1/f_{ad}\tau_{ad}}} \quad \text{et} \quad g_{ad}(t) = g_+\, e^{-t/\tau_{ad}}$$

(sur l'intervalle $[0 ; \frac{1}{f_{ad}}]$)

On se concentre sur le cas où f_{ad} est grand par rapport à $\frac{1}{\tau_{ad}}$ pour simplifier les calculs ; cela est possible si le courant d'entrée I_e est grand.

On a alors : $g_+ \simeq \Delta g_{ad}\, f_{ad}\, \tau_{ad}$

et $g_{ad}(t) \simeq g_+$ est constant approximativement sur l'intervalle $0 < t < \frac{1}{f_{ad}} \ll \tau_{ad}$

donc l'équation pour le potentiel devient :

$$(*) \quad \tau_m \dot{V} = -\Big(\underbrace{1}_{\text{négligeable}} + \underbrace{r_m \Delta g_{ad}\, f_{ad}\, \tau_{ad}}_{\text{grand}}\Big)(V - V_L) + R_m I_e$$

ou encore, avec les conditions $V(0) = V_L$, $V\left(\frac{1}{f_{ad}}\right) = V_{seuil}$:

$$V_{seuil} = V_L + \frac{R_m I_e}{\tau_m} \cdot \frac{\tau_m}{r_m \Delta g_{ad}\, f_{ad}\, \tau_{ad}} \left(1 - e^{-\frac{1}{f_{ad}} \frac{r_m \Delta g_{ad} \tau_{ad} f_{ad}}{\tau_m}}\right)$$

après intégration de (*) entre $t=0$ et $t = \frac{1}{f_{ad}}$.

On obtient :

$$(**) \quad V_{seuil} = V_L + \frac{R_m I_e}{\tau_m} \cdot \frac{1}{f_{ad}} \left(\frac{1 - e^{-Z}}{Z}\right)$$

où

$$\boxed{Z = r_m \Delta g_{ad} \frac{\tau_{ad}}{\tau_m}}$$

$$(**) \Rightarrow \quad f_{ad} = \frac{1 - e^{-Z}}{Z} \cdot \underbrace{\frac{I_e}{\underbrace{\left(\frac{V_{seuil} - V_L}{R_m}\right)}_{= (I_e)_c \text{ sans adaptation}}} \cdot \frac{1}{\tau_m}}_{= f_{\text{sans adaptation}}}$$

Numériquement, $Z \simeq 0.6 \cdot \frac{100}{30} \simeq 2$, donc la fréquence est réduite d'un facteur $\frac{1-e^{-2}}{2} \simeq 0.43$: bon accord avec la figure A