Autre écriture possible de $\hat{\rho}_{AB}(\varphi)$ T-89

$$\hat{\rho}_{AB}(\varphi) = \sum_N \hat{P}_N \, \hat{\rho}_{AB}(\varphi) \, \hat{P}_N$$

$\hat{P}_N$: Projecteur sur le sous-espace d'états

$$n_a + n_b = N$$

L'expression précédente des éléments de matrice de $\hat{\rho}_{AB}(\varphi)$ [voir T] permet d'écrire

$$\hat{P}_N \, \hat{\rho}_{AB}(\varphi) \, \hat{P}_N = |\chi_N\rangle\langle\chi_N|$$

$$|\chi_N\rangle = e^{-(A^2+B^2)/2} \sum_{n_a+n_b=N} \frac{A^{n_a} B^{n_b}}{\sqrt{n_a!}\sqrt{n_b!}} e^{-i n_b \varphi} |n_a, n_b\rangle$$

$$= e^{-(A^2+B^2)/2} \sum_{n=0}^{N} \frac{A^{(N-n)} B^n}{\sqrt{(N-n)!}\sqrt{n!}} e^{-in\varphi} |N-n, n\rangle$$

Posons $\alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$ $\beta = \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1$$

$$|\chi_N\rangle = e^{-(A^2+B^2)/2} \frac{(A^2+B^2)^{N/2}}{\sqrt{N!}} \times$$

$$\times \underbrace{\sum_{n=0}^{N} \sqrt{\frac{N!}{(N-n)!\,n!}} \, \alpha^{N-n} \beta^n e^{-in\varphi} |N-n, n\rangle}_{=|N,\varphi\rangle \quad \text{(Voir T)}}$$

On voit apparaître l'état de phase relatif $|N,\varphi\rangle$ correspondant à α et β

Lien entre états cohérents relatifs et états de phase relative T-90

$$\hat{\rho}_{AB}(\varphi) = \sum_N e^{-(A^2+B^2)} \frac{(A^2+B^2)^N}{N!} |N,\varphi\rangle\langle N,\varphi|$$

$\hat{\rho}_{AB}(\varphi)$ apparaît donc également comme un mélange statistique d'états de phase relative $|N,\varphi\rangle$ (correspondant à $\alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$ et $\beta = \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}$) avec une répartition des valeurs possibles de N donnée par une loi de Poisson

Les états cohérents relatifs sont plus commodes à utiliser que les états de phase relative

- L'action des opérateurs $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sur les états cohérents est très simple
- L'évolution d'un état cohérent sous l'effet d'un processus dissipatif peut être très simple

Mélange statistique d'états cohérents relatifs T-91

Si la phase relative φ n'est pas bien définie, mais distribuée suivant une loi $W(\varphi)$, on peut décrire le système par

$$\hat{\rho}_{AB} = \int_0^{2\pi} d\varphi \, W(\varphi) \, \hat{\rho}_{AB}(\varphi) =$$

$$\sum_N e^{-(A^2+B^2)} \frac{(A^2+B^2)^N}{N!} \int_0^{2\pi} d\varphi \, W(\varphi) |N,\varphi\rangle\langle N,\varphi|$$

et utiliser les résultats obtenus plus haut pour $\int_0^{2\pi} d\varphi \, W(\varphi) |N,\varphi\rangle\langle N,\varphi|$ (voir T)

En particulier, si la phase φ est équipartie entre 0 et 2π, $\hat{\rho}_{AB}$ est un mélange statistique d'états $|n_a, n_b\rangle$ où n_a et n_b ont des valeurs bien définies

Plus de cohérences entre $|n_a, n_b\rangle$ et $|n'_a, n'_b\rangle$ avec $n'_a \neq n_a$, $n'_b \neq n_b$

Quelques références T-92

(1) - Y. Castin - Notes de cours au DEA de Physique Quantique

(2) - W. Ketterle, H.J. Miesner Phys. Rev. A 56, 3291 (1997)

(3) - M. Yasuda, F. Shimizu Phys. Rev. Lett. 77, 3090 (1996)

(4) - Y. Kagan, B. Svistunov, G. Shlyapnikov, JETP Lett. 42, 209 (1985)

(5) - E. Burt, R. Ghrist, C. Myatt, M. Holland, E. Cornell, C. Wieman Phys. Rev. Lett. 79, 337 (1997)