

Collision à très basse énergie Longueur de diffusion (suite)

Dans la 2^{ème} partie de ce chapitre sur la longueur de diffusion, les notions générales introduites dans la première partie sont illustrées sur des exemples simples de potentiels "carrés" permettant des calculs analytiques. Certains phénomènes peuvent être ainsi analysés plus en détail, comme les résonances à énergie nulle.

⑥ Barrière de potentiel en forme de créneau

a - Caractérisation du potentiel - Notations

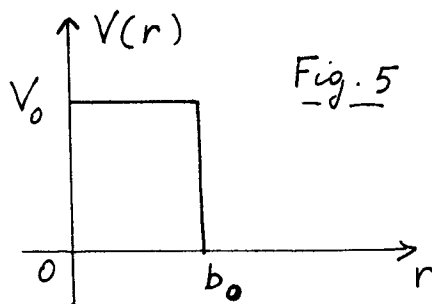


Fig. 5

$$\begin{cases} V(r) = V_0 > 0 & \text{pour } 0 \leq r \leq b \\ V(r) = 0 & \text{pour } r > b \end{cases} \quad (3.1)$$

On pose

$$V_0 = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2 k_0^2}{m} \quad (3.2)$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2 k^2}{m} \quad (3.3)$$

- Equation de Schrödinger pour la fonction radiale $u_k(r)$

$$u_k''(r) + (k^2 - k_0^2) u_k(r) = 0 \quad r \leq b \quad (3.4.a)$$

$$u_k''(r) + k^2 u_k(r) = 0 \quad r > b \quad (3.4.b)$$

$$u_k(0) = 0 \quad (3.4.c)$$

b - Discussion qualitative

- Essayons de préciser l'allure de la solution d'énergie nulle $u_0(r)$, correspondant à $k=0$. Pour toute barrière de potentiel ($V > 0$), $u_0''(r)/u_0(r) = k_0^2 V(r)$ est positif.

- La solution de l'équation radiale satisfaite par $u_0(r)$ dépend de 2 constantes d'intégration (équation du 2^{ème} ordre). L'une est fixée par $u_0(0) = 0$; l'autre est une constante multiplicative C globale qui ne change pas la forme de $u_0(r)$. Choisissons $C > 0$, ce qui revient à prendre pour $u_0(r)$ une courbe partant de 0 avec une pente positive (Fig. 6)

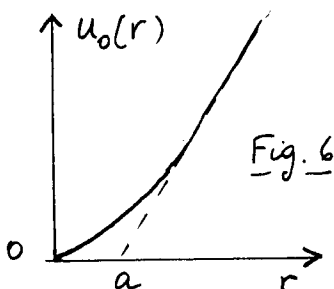


Fig. 6

- Comme $u_0''/u_0 > 0$, on en déduit que la courbure de u_0 est positive dans toute la région où $V(r) \geq 0$. La concavité de la courbe $u_0(r)$ est donc dirigée vers le haut

- Quand on sort de la zone d'action de $V(r)$, $u_0(r)$ devient une fonction linéaire de r (de courbure nulle). L'extrapolation de la droite correspondante coupe l'axe des r en $r=a$. Compte tenu de la concavité de $u_0(r)$, il apparaît alors clairement que $a > 0$.
- Le raisonnement qualitatif précédent s'applique quelle que soit la forme exacte de $V(r)$, pourvu que $V(r)$ reste positif. Il montre que la longueur de diffusion associée à un potentiel répulsif est toujours positive. Par contre, nous verrons au § 7 suivant, que les oscillations de $u_0(r)$ dans un potentiel attractif peuvent donner des longueurs de diffusion positives ou négatives (voir Fig. 10).

c - Calcul de la longueur de diffusion

- La solution de (3.4.a) avec $k=0$, s'écrit compte tenu de (3.4.c)

$$u_0(r) = C \operatorname{sh} k_0 r \quad r \leq b \quad (3.5)$$

- La solution de (3.4.b) avec $k=0$ est par ailleurs

$$u_0(r) = D(r-a) \quad (3.6)$$

par définition même de a , D étant une constante d'intégration qui s'obtient en raccordant les 2 solutions et leurs dérivées en $r=b$.

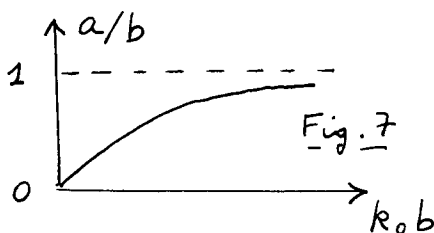
- Ce raccordement est effectué plus simplement en égalant les dérivées logarithmiques de (3.5) et (3.6) en $r=b$. On obtient ainsi

$$k_0 \frac{\operatorname{ch} k_0 b}{\operatorname{sh} k_0 b} = \frac{1}{b-a} \quad (3.7)$$

d'où l'on déduit

$$a = b - \frac{\operatorname{th} k_0 b}{k_0} \quad (3.8)$$

- Les variations de a avec $k_0 b$ sont représentées sur la figure 7



a/b croît monotoniquement de 0 à 1 quand $k_0 b$ croît.

Quand k_0 croît, la pente de la courbe de la figure 6 en $r=b$ devient de plus en plus verticale, ce qui permet de comprendre pourquoi a tend alors vers b .

d - Limite des potentiels faibles - Approximation de Born

- Quand $k_0 b \ll 1$, on obtient

$$a \simeq b - \frac{1}{k_0} \left(k_0 b - \frac{k_0^3 b^3}{3} \right) = \frac{k_0^2 b^3}{3} \quad (3.9)$$

- Or la condition $k_0 b \ll 1$ est équivalente à $\frac{\hbar^2 k_0^2}{m} \ll \frac{\hbar^2}{m b_0^2}$, ce qui n'est autre que la condition $V_0 \ll \frac{\hbar^2}{m b_0^2}$ d'application de l'approximation de Born (voir Eq. (1.15)) à énergie très faible. On vérifie effectivement que (3.9) coïncide avec l'expression (2.31) de l'amplitude de diffusion a_{Born} , dans le cadre de l'approximation

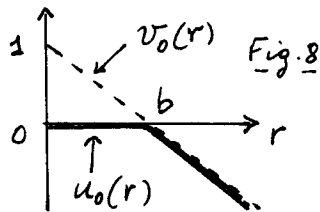
de Born, $V(r)$ étant remplacé par (3.1).

$$a_{\text{Born}} = \frac{m}{4\pi\hbar^2} \int_0^b 4\pi r^2 dr \frac{\hbar^2 k_0^2}{m} = \frac{k_0^2 b^3}{3} \quad (3.10)$$

e - Limite des potentiels forts - Sphère dure

- Quand $k_0 b \rightarrow \infty$, a tend vers b . La barrière de potentiel devient alors infiniment haute et $u_0(r)$ doit s'annuler en $r=b$. On a une sphère dure impénétrable.

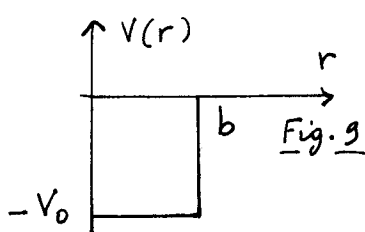
- Calculons ce que vaut r_e dans ce cas. Sur la figure 8, sont représentés en traits tiretés $v_0(r)$, en traits pleins $u_0(r)$. On obtient alors, en utilisant la définition (2.45) de r_e



$$r_e = 2 \int_0^b dr \left[\left(1 - \frac{r}{b}\right)^2 - 0 \right] = 2 \left[b + \frac{b^3}{3b^2} - 2 \frac{b^2}{2b} \right] = \frac{2}{3} b \quad (3.11)$$

(7) Puits carré de potentiel

a - Caractérisation du potentiel - Notations



$$\begin{cases} V(r) = -V_0 = -\frac{\hbar^2 k_0^2}{m} & \text{pour } 0 \leq r \leq b \\ V(r) = 0 & \text{pour } r > b \end{cases} \quad (3.12)$$

Les équations (3.4) doivent être remplacées par

$$\begin{cases} u_k''(r) + (k^2 + k_0^2) u_k(r) = 0 & r \leq b \\ u_k''(r) + k^2 u_k(r) = 0 & r > b \\ u_k(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.13.a) \\ (3.13.b) \\ (3.13.c) \end{matrix}$$

- La solution de ces équations s'écrit

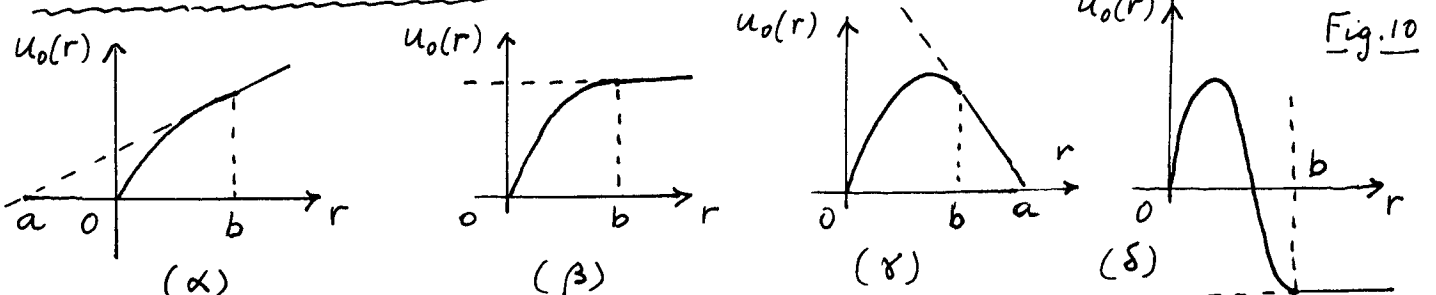
$$\begin{cases} u_k(r) = C \sin \chi r & r \leq b \\ u_k(r) = D \sin[kr + \delta_0(k)] & r > b \\ \chi = \sqrt{k^2 + k_0^2} \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.14.a) \\ (3.14.b) \\ (3.14.c) \end{matrix}$$

- Pour $k=0$, on obtient

$$\begin{aligned} u_0(r) &= C \sin k_0 r & r \leq b & \quad (3.15.a) \\ u_0(r) &= D(r-a) & r > b & \quad (3.15.b) \end{aligned}$$

Il faut raccorder en $r=b$ les solutions pour $r > b$ et $r < b$

b - Discutons qualitativement



III - 4

- Les figures 3 α, β, γ montrent les comportements de $u_0(r) = C \sin k_0 r$ pour des valeurs croissantes de $k_0 b$. Tant que $k_0 b < \pi/2$, la sinusoïde n'a pas fait un quart d'oscillation en b , la pente en $r=b$ est positive. Comme la concavité est tournée vers le bas, l'extrapolation de la tangente en $r=b$ coupe l'axe des r en un point d'abscisse $a < 0$ (Fig. α). Le module de a croît et tend vers l'infini quand $k_0 b$ atteint la valeur $\pi/2$ (Fig. β). Puis quand $k_0 b$ dépasse légèrement la valeur $\pi/2$, la pente en $r=b$ devient négative et a devient positif et décroît (Fig. γ). Pour une certaine valeur de $k_0 b$, a va s'annuler puis devenir négatif et de nouveau infini quand $k_0 b = 3\pi/2$ (Fig. δ). Et ainsi de suite...

- L'allure des phénomènes est la même pour tout puits de potentiel. A l'intérieur du puits, la solution $u_0(r)$ d'énergie nulle oscille d'autant plus que le puits est plus profond. La pente de la droite vers laquelle tend $u_0(r)$ en dehors du puits dépend de manière importante du nombre d'oscillations de $u_0(r)$ dans le puits et la longueur de diffusion peut être aussi bien positive que négative.

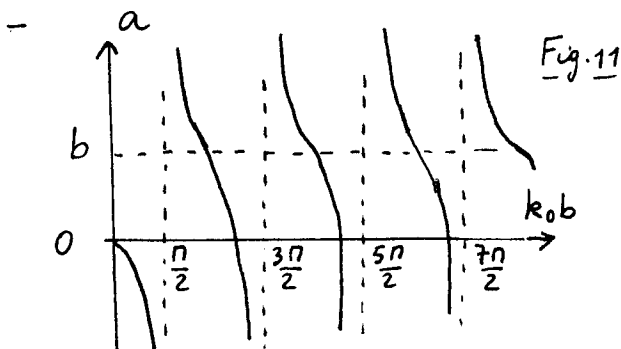
C - Calcul de la longueur de diffusion

- En raccordant (3.15.a) et (3.15.b) en $r=b$ (égalité des dérivées logarithmiques), on obtient

$$k_0 \cotg k_0 b = \frac{1}{b-a} \quad (3.16)$$

ce qui donne

$$a = b - \frac{\tg k_0 b}{k_0} \quad (3.17)$$



La figure 11 donne l'allure des variations de a avec $k_0 b$. a diverge pour toutes les valeurs

$$k_0 b = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (3.18)$$

où $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

- Pour $k_0 b \ll 1$, on trouve en développant $\tg k_0 b$

$$a = -k_0^2 \frac{b^3}{3} \quad (3.19)$$

valeur qui coïncide avec l'expression (2.31) de a_{Born}

- Pour $k_0 b \gg 1$, on trouve que a ne diffère de b que dans de petits intervalles autour des valeurs (3.18) de divergence.

- Nous allons montrer maintenant que les divergences de a pour les valeurs de $k_0 b$ données en (3.18) correspondent à l'apparition d'états liés dans le puits de potentiel.

- L'énergie E d'un état lié est négative. Nous poserons

et notons $u_K(r)$ la fonction propre correspondante qui obéit à

$$\left. \begin{aligned} u'_\kappa(r) &= 0 \\ u''_\kappa(r) - \kappa^2 u_\kappa(r) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad r > 0 \quad \begin{aligned} (3.21.b) \\ (3.21.c) \end{aligned}$$

$$[u_K(0) = 0$$

$$\begin{cases} u_k(r) = C \sin \sqrt{k_0^2 - k^2} r & r \leq b \\ u_k(r) = D e^{-kr} & r > b \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.22.a) \\ (3.22.b) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} u_k(r) = C \sin \sqrt{k_0^2 - k^2} r \\ u_k(r) = D e^{-\kappa r} \end{cases} \quad r > b \quad (3.22.b)$$

$$\sqrt{k_0^2 - \kappa^2} \cot g \sqrt{k_0^2 - \kappa^2} b = -\kappa \quad (3.23)$$

Il vient

$$\cotg \chi_b = - \frac{\kappa}{\chi} \quad (3.25)$$

$$\text{d'où} \quad 1 + \cot^2 \chi_b = 1 + \frac{\kappa^2}{\chi^2} = \frac{k_o^2}{\chi^2} = \frac{1}{\sin^2 \chi_b} \quad (3.26)$$

$$\pm \sin \chi b = \frac{\chi b}{k_0 b} \quad (3.27)$$

avec, compte tenu de (3.25)

$$\cotg \chi b \leq 0 \quad (3.28)$$

Fig. 12

- Les 2 courbes de la figure 12 sont les 2 sinusoides $\pm \sin \chi b$ représentées en traits pleins dans les intervalles $[\pi/2, \pi]$, $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$, $[\frac{5\pi}{2}, 3\pi]$ où $\cotg \chi b < 0$ (voir Eq. (3.28))

D'après (3.27), les valeurs de χb correspondant aux états liés sont les abscisses des intersections des parties en traits pleins de ces sinusoides avec la droite $\frac{\chi b}{k_0 b}$, droite de pente $1/k_0 b$ passant par 0. Sur la figure 11, cette droite OP coupe l'horizontale d'ordonnée 1 (en traits longs) au point P d'abscisse $k_0 b$. Pour cette valeur de $k_0 b$, on voit sur la figure 11 qu'il y a 2 solutions $\chi_1 b$ et $\chi_2 b$ de (3.27) et (3.28) correspondant aux abscisses de M_1 et M_2 .

- La construction précédente permet alors de comprendre ce qui se passe quand on augmente progressivement $k_0 b$ à partir de 0

Tant que $k_0 b < \pi/2$, c'est à dire tant que P est à gauche du point K_1 d'abscisse $\pi/2$ et d'ordonnée 1, il n'y a pas d'intersection de la droite OP avec les parties pleines des sinusoides. Il n'y a donc pas d'état lié. Dès que P atteint et dépasse très légèrement K_1 , un point d'intersection M_1 apparaît d'abscisse $\chi_1 b$ très proche de $k_0 b$ et très légèrement inférieure à $k_0 b$. D'après (3.24), κ est alors très petit. Un état lié d'énergie très faible apparaît donc dès que P dépasse très légèrement K_1 . Si P continue à se déplacer vers la droite, la différence entre les abscisses de P et M_1 croît, l'état lié associé à M_1 devient de plus en plus lié et un nouvel état discret, d'énergie très faible apparaît dès que P atteint et dépasse très légèrement le point K_2 d'abscisse $3\pi/2$, et ainsi de suite. Ainsi, toutes les divergences de la longueur de diffusion a , apparaissant sur la figure 11, correspondent à l'apparition d'un état lié dans le puits. Une longueur de diffusion très grande et positive correspond à un véritable état lié, d'énergie très faible. Si la longueur de diffusion est très grande en valeur absolue et négative, il suffit d'augmenter très légèrement la profondeur du puits pour faire apparaître un nouvel état lié d'énergie très faible, a passant de $-\infty$ à $+\infty$. On dit quelquefois qu'une valeur négative de a très grande en valeur absolue correspond à un état lié "virtuel".

Les résultats précédents se généralisent aisément à un puits de forme quelconque. Quand on augmente de manière progressive la profondeur du puits, on fait apparaître des nouveaux états liés. Au voisinage des seuils d'apparition de ces nouveaux états liés, la longueur de diffusion devient très grande et varie de $-\infty$ à $+\infty$. (voir par exemple la figure 7 de la référence [3] donnant les variations de a avec le paramètre C_0 d'un potentiel de van der Waals en $-C_6/r^6$).

Longueur de diffusion au voisinage d'une divergence

- Désignons par $\tilde{k}_{0n}$ la valeur de k_0 correspondant à la divergence de a appartenant pour $k_0 b = (n + \frac{1}{2}) \pi$

$$\tilde{k}_{0n} b = (n + \frac{1}{2}) \pi \quad (3.29)$$

On peut à partir de (3.17), exprimer a en fonction de $\frac{1}{k_0 - \tilde{k}_{0n}}$ au voisinage de $\tilde{k}_{0n}$. Comme d'après (2.56) et (2.59), a est alors égal à l'extension spatiale $\xi = 1/k$ de l'état lié, on peut en déduire k et par suite l'énergie de liaison $\hbar^2 k^2 / m$ de l'état lié.

- Pour $k_0 b$ très voisin de $\tilde{k}_{0n} b$, on peut écrire (3.17) sous la forme

$$a = b - \frac{1}{k_0} \frac{\sin k_0 b}{\cos k_0 b} \simeq b + \frac{1}{k_0 (k_0 b - \tilde{k}_{0n} b)} \simeq \frac{1}{\tilde{k}_{0n} b} \frac{1}{k_0 - \tilde{k}_{0n}} \quad (3.30)$$

Pour k_0 très légèrement supérieur à $\tilde{k}_{0n}$, a est positif et coïncide d'après (2.59) avec l'extension spatiale $\xi = 1/k$ de l'état lié. On en déduit

$$k = \frac{1}{\xi} \simeq \frac{1}{a} \simeq \tilde{k}_{0n} b (k_0 - \tilde{k}_{0n}) = (n + \frac{1}{2}) \pi (k_0 - \tilde{k}_{0n}) \quad (3.31)$$

ce qui donne pour l'énergie de l'état lié

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{m} = \frac{\hbar^2 (k_0 - \tilde{k}_{0n})^2 \pi^2}{m} (n + \frac{1}{2})^2 \quad (3.32)$$

On peut retrouver un tel résultat en effectuant des développements limités de l'équation (3.27) au voisinage de $\tilde{k}_{0n}$.

Portée effective r_e au voisinage d'une divergence

- Au voisinage d'une divergence la pente en $r = b$ de la solution d'énergie nulle $u_0(r)$ est quasiment nulle (voir Figs. 10 β et 10 δ). La fonction prolongée $v_0(r)$ est alors une horizontale, d'ordonnée égale à 1 compte tenu du choix de normalisation $v_0(0) = 1$ [voir (2.33)].

- On en déduit

$$\int_0^b v_0^2(r) dr \simeq b \quad \int_0^b u_0^2(r) dr \simeq \int_0^b \sin^2 \tilde{k}_{0n} r dr = \frac{b}{2} \quad (3.33)$$

et par suite

$$r_e = 2 \int_0^b [v_0^2(r) - u_0^2(r)] dr = b \quad (3.34)$$

c - Variation du déphasage avec l'énergie

- Jusqu'ici nous avons surtout fait varier k_0 , c'est à dire la profondeur du puits, et étudié comment a variait avec k_0 . Nous étudions maintenant, pour une valeur donnée de k_0 , c'est à dire de a , les variations de $\delta_0(k)$ avec k , c'est à dire avec l'énergie.
- L'égalité des dérivées logarithmiques de (3.14.a) et (3.14.b) en $r = b$ donne :

$$\frac{\chi}{\text{tg} \chi b} = \frac{k}{\text{tg} [k b + \delta_0(k)]} \quad (3.35)$$

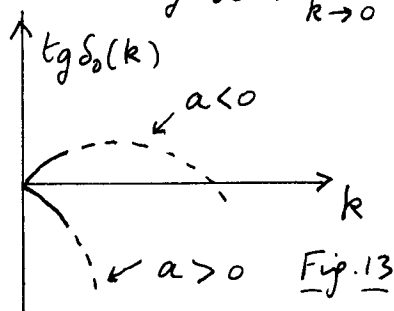
ce qui donne pour le déphasage $\delta_0(k)$

$$\delta_0(k) = -kb + \text{Arc tg} \left(\frac{k}{\sqrt{k^2 + k_0^2}} \text{tg} \sqrt{k^2 + k_0^2} b \right) \quad (3.36)$$

L'équation (3.36) permet en principe de tracer les variations de $\delta_0(k)$ avec k pour k_0 fixé.

- Nous avons établi plus haut une expression perturbative de $\text{tg} \delta_0(k)$ valable pour tout potentiel quand $k \rightarrow 0$ [voir Eq. (2.47)]

$$\text{tg} \delta_0(k) \underset{k \rightarrow 0}{\sim} -ak - \frac{1}{2} r_e a^2 k^3 \quad (3.37)$$



La figure 13 représente les variations de $\text{tg} \delta_0(k)$ avec k . La pente en 0, égale d'après (3.37) à $-a$ est positive pour $a < 0$, négative pour $a > 0$. Comme r_e est positif la concavité est dirigée vers le bas.

Le comportement (3.37) n'est valable que pour k petit (courbes en traits pleins). Si néanmoins on l'extrapole (courbes en traits traités), on conçoit que $\delta_0(k)$ puisse s'annuler pour certaines valeurs de k . Ceci est confirmé par un calcul exact à partir de (3.36) pour un puits carré. Voir aussi la figure 8 de la référence [3] pour un potentiel de van der Waals tronqué, $\delta_0(k)$ étant calculé numériquement. Notons que les zéros de $\delta_0(k)$ ne peuvent pas être calculés à partir de la formule perturbative (3.37) et que l'équation exacte (2.44) cesse d'être valable pour $\delta_0(k) = 0$, la normalisation (2.32) n'étant plus possible.

- Si $\delta_0(k)$ s'annule (et si les contributions des ondes partielles de l non nul restent négligeables), la section efficace s'annule pour une certaine valeur de k . Un tel effet s'appelle effet Ramsauer. Il est très gênant pour le refroidissement évaporatif. En effet, au fur et à mesure du refroidissement, k diminue. Si la section efficace élastique s'annule pour une certaine valeur de k , le refroidissement s'arrête au voisinage de cette valeur. C'est ce qui semble se passer pour l'isotope 85Rb .

f - Probabilité de présence de la particule dans le puits

- Choisissons $D = 1$ dans (3.14.b) et calculons $|C|^2$. La comparaison de $|C|^2$ à 1 nous permettra de voir si la fonction d'onde de la particule est plus grande à l'intérieur du puits qu'à l'extérieur ou plus petite. Le raccord des 2 fonctions d'onde en $r = b$ donne

$$\sin [kb + \delta_0(k)] = C \sin \chi b \quad (3.38)$$

et le raccord des 2 dérivées

III-9

$$k \cos [kb + \delta_0(k)] = C \chi \cos \chi b \quad (3.39)$$

En élevant au carré ces 2 équations, on obtient alors

$$1 = C^2 \left[\sin^2 \chi b + \frac{\chi^2}{k^2} \cos^2 \chi b \right] \quad (3.40)$$

c'est à dire encore, compte tenu de la relation $\chi^2 = k^2 + k_0^2$

$$C^2 = \frac{k^2}{k^2 + k_0^2 [\cos \sqrt{k^2 + k_0^2} b]^2} \quad (3.41)$$

- Si k_0 ne coïncide avec aucune des valeurs de divergence pour a , c'est à dire si $\cos k_0 b \neq 0$, on voit sur (3.41) que C^2 s'annule à la limite $k \rightarrow 0$. Le module de la fonction d'onde à l'intérieur du puits est beaucoup plus petit qu'à l'extérieur.
- Par contre si $k_0 b$ est très proche de $(n + \frac{1}{2})\pi$, $|C|^2$ peut rester égal à 1 quand k devient très petit. Une grande valeur de la longueur de diffusion, associée à l'apparition d'un état lié réel ou virtuel dans le puits, correspond donc également à une probabilité importante pour que les 2 particules soient proches l'une de l'autre. Une telle situation peut augmenter la probabilité des processus inélastiques [voir Ref [3] et références ins.).

⑧ Résonance à énergie nulle

- Revenons à l'expression (2.49) de l'amplitude de diffusion

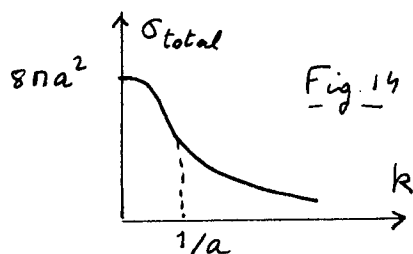
$$f(k) \underset{k \rightarrow 0}{\approx} \frac{-a}{1 + ika - \frac{1}{2}k^2 a r_c} \quad (3.42)$$

- Nous supposons que a est très grand, le potentiel $U(r)$ admettant un état très faiblement lié (réel ou virtuel). Par contre, r_c qui caractérise la portée du potentiel est très petit. Par exemple, pour le puits carré du § 7, nous avons vu qu'en voisinage de valeurs de k_0 correspondant à une divergence de a , r_c reste égal à la largeur b du puits.
- Nous pouvons donc supposer k suffisamment petit pour que $kr_c \ll 1$ (la longueur d'onde de de Broglie de la particule est très grande devant la portée du potentiel). Par contre ka n'est pas nécessairement petit. La longueur de diffusion a est si grande qu'elle peut être grande devant la longueur d'onde de de Broglie. Dans ces conditions, on peut négliger le terme $-\frac{1}{2}k^2 a r_c$ dans le dénominateur de (3.42) et écrire

$$f(k) \approx \frac{-a}{1 + ika} \quad (3.43)$$

ce qui donne pour la section efficace totale :

$$\sigma_{\text{total}}(k) = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2} \quad (3.44)$$



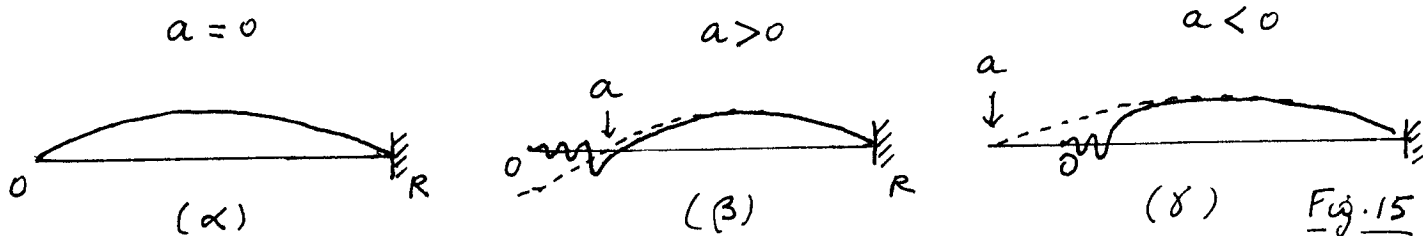
- Pour $k \ll \frac{1}{a}$, on obtient $\sigma_{\text{total}} = 8\pi a^2$
- Pour $k \gg \frac{1}{a}$, on obtient $\sigma_{\text{total}} = \frac{8\pi}{k^2}$, ce qui représente, d'après (2.15), la valeur maximale que peut atteindre σ_{total} ($\sin^2 \delta_0$ est toujours ≤ 1)

- De tels effets ont été observés sur le Césium [7]
- Notons enfin que si $V(r)$ admet un état très faiblement lié, a coïncide avec l'extension spatiale ξ de l'état lié. L'énergie de cet état E_{li} s'écrit $\frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2}{2\mu \xi^2} = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2}$. Par ailleurs l'énergie E de la particule s'écrit $\frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$, de sorte que (3.44) peut encore s'écrire :

$$\sigma_{\text{total}} = \frac{8\pi a^2}{1 + \frac{E}{|E_{\text{li}}|}} \quad (3.45)$$

⑨ Signe de a et signe de la correction introduite par le potentiel sur les états d'énergie positive

- En l'absence de V , le spectre de H est celui d'une particule libre. Il est commode de discrétiser ce spectre en introduisant une paroi réfléchissante à une très grande distance R . $u_k(r)$ s'annule donc en $r=0$ et $r=R$. Voir par exemple l'état fondamental de H sur la figure 15. α .
- En présence de V , $u_k(r)$ est modifiée près de $r=0$ et la fonction prolongée $v_k(r)$ s'annule en $r=a$. Pour $a > 0$ (Fig 15. β), la longueur d'onde (à l'infini du puits) diminue, le vecteur d'onde k augmente et la correction δE à l'énergie est > 0 : $V(r)$ se comporte comme un potentiel répulsif pour les états d'énergie > 0 . Pour $a < 0$ (Fig. 15 γ), les conclusions sont inversées et $V(r)$ se comporte comme un potentiel attractif. Un tel résultat, qui demeure valable pour tous les autres états d'énergie > 0 , montre que l'effet de V sur les états d'énergie > 0 ne dépend que du signe de a , et non du fait que V soit un puits ou une barrière de potentiel.



Références (suite de la page II-11)

[7] M. Arndt, M. Ben Dahan, D. Güéry-Odelin, M.W. Reynolds, J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. **79**, 625 (1997)

Voir aussi le séminaire de J. Söding du 20.10.98