

Buts de ce cours

- Effet physique très souvent discuté à propos de l'expérience de Stern et Gerlach :

Petit paquet d'ondes associé à une particule de spin $1/2$

dont le spin a été préparé

dans l'état $|+\frac{1}{2}\rangle_x$ (état propre de S_x - Voir Fig. 1). Ce petit paquet d'ondes pénètre dans un appareil de Stern et Gerlach dont le champ magnétique $\vec{B}_0$ et le gradient de champ sont parallèles à Oz . Comme

$$|+\frac{1}{2}\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|+\frac{1}{2}\rangle_z + |-\frac{1}{2}\rangle_z \right] \quad (5.1)$$

et que les 2 états de spin $| \pm \frac{1}{2} \rangle_z$ subissent des forces opposées le long de Oz , le paquet d'ondes incident va se décomposer en 2 paquets d'ondes cohérents, séparés spatialement, avec des états de spin pointant dans des directions opposées.

- Le but de ce cours est tout d'abord de montrer que des effets analogues peuvent apparaître quand le dipôle électrique d'un atome à 2 niveaux est couplé à un champ laser résonnant dont l'amplitude présente des gradients spatiaux.

Après une discussion théorique des conditions d'observation d'un tel effet, on décrit également des expériences récentes qui ont permis de le mettre en évidence pour la 1^{ère} fois.

① Situation physique envisagée dans ce cours

a) Analogies avec les cours précédents

Comme dans les cours III et IV,

- on considère un atome traversant à angle droit une onde laser stationnaire quasi-résonnante.
- on suppose que l'émission spontanée est négligeable pendant le temps de traversée T de l'onde laser.

Comme dans le cours III,

- on néglige le déplacement de l'atome le long de l'onde laser pendant le temps de traversée : régime de Raman - Nath.

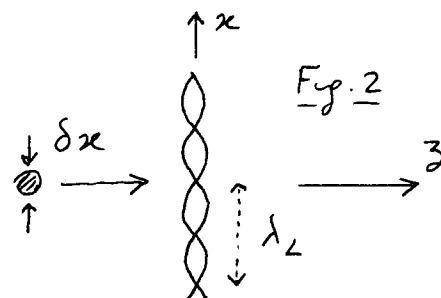
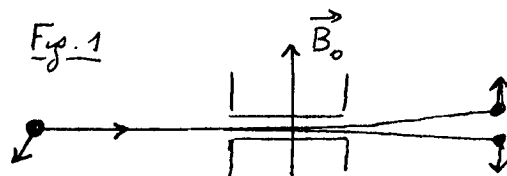
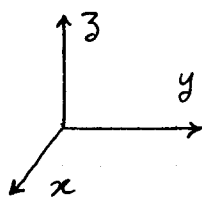
b) Différences avec les cours précédents

- Au lieu de considérer une onde plane incidente se propageant le long de Oz et d'extension spatiale le long de la direction Ox de l'onde stationnaire très grande devant λ_L (longueur d'onde laser), on considère ici un petit paquet d'ondes incident d'extension spatiale δx très petite (voir Fig. 2)

$$\delta x \ll \lambda_L$$

(5.2)

- Au lieu d'étudier la diffraction d'une onde plane incidente on étudie ici le mouvement du paquet d'ondes incident, pour voir en particulier dans quelles conditions il peut se scinder en deux.



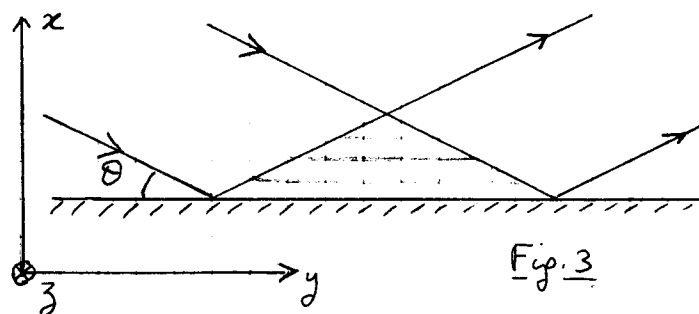
② Comment réaliser un paquet d'ondes suffisamment petit. V-2

Difficultés expérimentales

Si l'onde stationnaire est formée de 2 ondes laser progressives 1 et 2 se propageant dans des directions opposées, la période spatiale du bi-potentiel optique (états habillés) dans lequel va se propager le paquet d'ondes incident va être λ_L ou $\lambda_L/2$, suivant que l'onde est exactement résonnante ou non, c.-à-d. de l'ordre de $1\mu\text{m}$ à $0.5\mu\text{m}$. Il faudrait donc réaliser des paquets d'ondes d'extension Δx de l'ordre de $0.1\mu\text{m}$, ce qui n'est pas facile expérimentalement et conduit à des flux d'atomes très faibles.

Une solution possible (réalisée à Constance - Voir Ref. [1])

- Réaliser une onde stationnaire de période spatiale effective beaucoup plus grande que λ_L en faisant réfléchir à incidence quasi-rasante une onde progressive sur une surface de verre (Fig. 3)



- Dans la zone où elles se recouvrent, l'onde incidente et l'onde réfléchie interfèrent pour donner naissance à des franges.

→ Onde stationnaire le long de Ox , de vecteur d'onde

$$k_x = k_L \sin \theta \quad (5.3)$$

où $k_L = 2\pi/\lambda_L$ est le vecteur d'onde incident et θ l'angle entre les rayons incidents et la surface de verre (Fig. 3).

- Le long de Oy , on a une onde progressive de vecteur d'onde

$$k_y = k_L \cos \theta \quad (5.4)$$

- Expression de l'amplitude du champ laser

$$E_0(\vec{r}) \sim E_0^{\max} \cos k_x x \ e^{ik_y y} \ e^{-z^2/w_0^2} \quad (5.5)$$

w_0 : rayon focal (waist) dans la direction Oz .

Ordres de grandeur des paramètres (correspondant à l'expérience réalisée à Constance sur He métastable)

- Distance entre nœuds le long de Ox

$$\frac{\lambda_x}{2} = \frac{\pi}{k_x} \sim 15\mu\text{m} \quad (5.6)$$

(à comparer avec la longueur d'onde laser $\lambda_L = 1.08\mu\text{m}$ utilisé dans l'expérience)

- Rayon focal w_0 $w_0 \sim 39\mu\text{m}$ (5.7)

Comme la vitesse moyenne du jet, parallèle à Oz (voir Fig. 2), est

$v_0 \sim 1760\text{ m/s}$ (avec $\Delta v/v_0 \sim 1/20$), le temps de traversée T vaut

$$T \sim \frac{2w_0}{v_0} \sim 44\text{ ns} \quad (5.8)$$

c.-à-d. plus court que la durée de vie radiative $\tau_R \sim 100\text{ ns}$ de l'état excité. On peut donc négliger l'émission spontanée pendant T

- Diamètre maximum du faisceau le long de Ox $\sim 140\mu\text{m}$

③ Critère de non-adiabaticité

Problème physique

- Comme la position de l'atome en x le long de l'onde stationnaire joue un rôle important, il est commode d'introduire la base des états habillés du système atome + mode laser.
- Le problème à résoudre est en fait un problème dépendant du temps. En effet, le champ laser "vu" par l'atome entrant à la vitesse v_0 dans l'onde stationnaire a une amplitude qui dépend du temps, obtenue en remplaçant z par $v_0 t$ dans (5.5)

$$E_0(\vec{r}, t) \sim E_0^{\max} \cos k_x x e^{iky y} e^{-v_0^2 t^2 / w_0^2} \quad (5.9)$$

Il faut donc déterminer si l'atome, partant de l'état fondamental g et entrant dans l'onde stationnaire, va suivre adiabatiquement l'état habillé se raccordant à g hors du laser; ou si, au contraire, des effets non-adiabatiques vont porter l'atome dans une superposition linéaire des 2 états habillés et provoquer par suite un dédoublement du paquet d'ondes puisque les forces s'exerçant sur l'atome changent de signe d'un état habillé à l'autre.

Etats habillés

- Comme dans le cours III, on introduit le désaccord atome-laser

$$\delta = \omega_L - \omega_A \quad (5.10)$$

(Noter que dans la référence [1], on utilise $\Delta = -\delta$).

- Etats non couplés. En pointillés sur la figure 4

Dégénérés si $\delta = 0$, $|e, N\rangle$ au dessus (au dessous) de $|g, N+1\rangle$ si $\delta < 0$ (> 0)

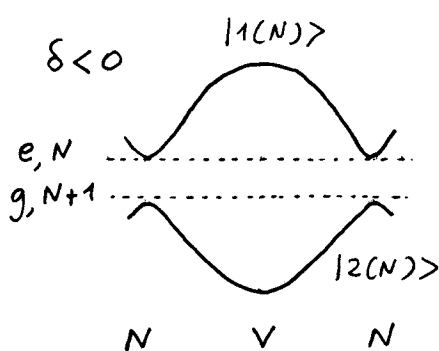


Fig. 4a

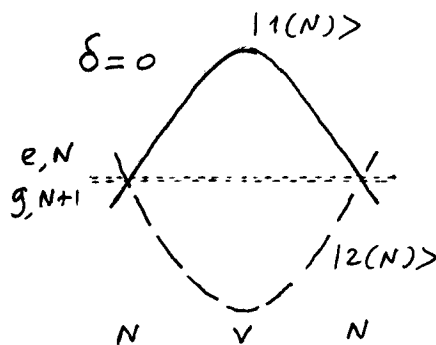


Fig. 4b

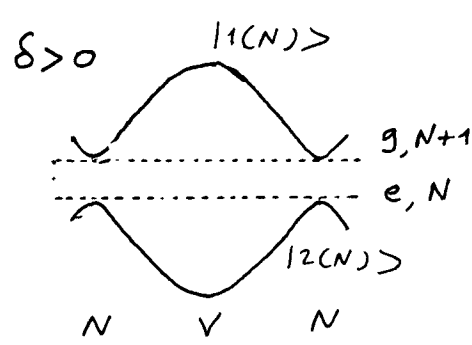


Fig. 4c

- Etats habillés. En traits pleins ou interrompus sur la figure 4
N : noeud V : ventre

Formulation du problème en termes de spin fictif 1/2

- Très commode pour discuter du critère de non-adiabaticité.
- Au système atomique à 2 niveaux $\{|e\rangle, |g\rangle\}$, on associe un spin 1/2

$$|e\rangle \rightarrow |+\rangle \quad |g\rangle \rightarrow |-\rangle \quad (5.11)$$

- Le désaccord $\hbar\delta$ entre $|g, N+1\rangle$ et $|e, N\rangle$ est équivalent à l'effet produit par un champ magnétique $\vec{B}_0$, parallèle à Oz , et d'amplitude

telle que la précession de Larmor autour de $\vec{b}_0$ s'effectue à une fréquence $\omega_A - \omega_L = -\delta$ (Fig. 5)

- Le couplage de Rabi non diagonal entre $|g, N+1\rangle$ et $|e, N\rangle$ est défini par

$$\frac{\hbar \Omega_1}{2} = \langle e, N | -D E_0 | g, N+1 \rangle \quad (5.12)$$

où E_0 est donné en (5.5)

Ce couplage est équivalent à celui du spin avec un champ $\vec{B}_1$ le long de Ox et d'amplitude telle que la précession de Larmor autour de $\vec{B}_1$ s'effectue à la fréquence de Rabi Ω_1 ,

- les états habillés $|1(N)\rangle$ et $|2(N)\rangle$ sont associés aux états propres du spin le long du champ $\vec{B}_e$, somme vectorielle de $\vec{b}_0$ et $\vec{B}_1$ (voir Fig. 5). On a donc

$$E_{1(N)} - E_{2(N)} = \hbar \Omega = \hbar \sqrt{\Omega_1^2 + \delta^2} \quad (5.13)$$

Deux cas limites simples

Cas résonnant ($\delta = 0$)

- Les fonctions d'onde des états habillés sont indépendantes de Ω_1 , donc de x, y, t (Sur la figure 5, $\vec{B}_e$ est toujours aligné sur Ox si $b_0 = 0$). Ces états propres sont

$$|1(N)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|g, N+1\rangle + |e, N\rangle] \quad (5.14.a)$$

$$|2(N)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|g, N+1\rangle - |e, N\rangle] \quad (5.14.b)$$

- L'atome entrant dans l'état $|g\rangle$ est donc toujours, quelle que soit sa vitesse et son abscisse x d'entrée dans l'onde, dans l'état

$$|g, N+1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1(N)\rangle + |2(N)\rangle] \quad (5.15)$$

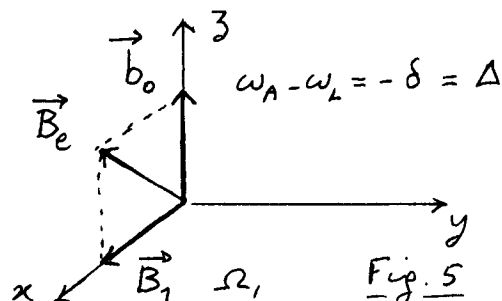
c-à-d dans la superposition linéaire symétrique de $|1(N)\rangle$ et $|2(N)\rangle$. On est donc toujours dans la limite non adiabatique. Le paquet d'ondes va se scinder en 2, sous l'action de 2 forces de signes opposés

$$\pm \frac{\hbar}{2} \vec{\nabla} |\Omega_1(x, y, t)| \quad (5.16)$$

Le module de ces forces est égal au gradient spatial des énergies des niveaux habillés de la figure 4.b. Il est donc maximal aux noeuds de l'onde stationnaire.

Cas très non résonnant

- Pour δ suffisamment grand, plus précisément pour $|\delta| \gg \delta_c$ où δ_c sera déterminé plus loin, l'écart des niveaux habillés des figures 4.a et 4.c est si grand que l'atome suit adiabatiquement le niveau habillé qui se raccorde à $|g, N+1\rangle$ hors des lasers.
- Pour $\delta < 0$ ($\omega_L < \omega_A$), il va être dans le niveau $|2(N)\rangle$, et le paquet d'ondes va être attiré vers le ventre le plus proche (Fig. 4.a)
- Pour $\delta > 0$ ($\omega_L > \omega_A$), il va être dans le niveau $|1(N)\rangle$, et le paquet d'ondes va être attiré vers le noeud le plus proche (Fig. 4.c)



Cas intermédiaire - Désaccord critique

V-5

- Utilisons l'image du spin fictif (Fig. 5). Quand l'atome entre dans l'onde, B_1 croît de 0 à $B_1^{\max}$, puis décroît de $B_1^{\max}$ à 0. Pour que le spin reste toujours aligné sur $\vec{B}_e$ (condition de suivi adiabatique), la vitesse de rotation de $\vec{B}_e$ dans le plan xOz doit être beaucoup plus lente que la vitesse de précession du spin autour de $\vec{B}_e$.

- Fréquence de rotation maximale de $\vec{B}_e$: $\Omega_{\max}$.

$$\Omega_{\max} = \frac{(d|B_1|/dt)_{\max}}{|b_0|} = \frac{(d|\Omega_1|/dt)_{\max}}{|\delta|} \quad (5.17)$$

Comme $(d|\Omega_1|/dt)_{\max} \sim \frac{|\Omega_1^{\max}|}{T}$ (5.18)

où T est le temps de traversée, on en déduit que

$$\Omega_{\max} = \frac{|\Omega_1^{\max}|}{T|\delta|} \quad (5.19)$$

- Fréquence de précession minimale autour de $\vec{B}_e$
Elle est obtenue pour $\Omega_1 = 0$ et vaut $|\delta|$

- La condition de suivi adiabatique s'écrit donc

$$|\delta| \gg \frac{|\Omega_1^{\max}|}{T|\delta|} \iff |\delta| \gg \sqrt{\frac{|\Omega_1^{\max}|}{T}} \quad (5.20)$$

- Si l'on définit un désaccord critique par

$$\delta_c \sim \sqrt{\frac{|\Omega_1^{\max}|}{T}} \quad (5.21)$$

on peut donc dire que :

(i) Si $|\delta| \gg \delta_c$, l'atome suit adiabatiquement le niveau habillé se raccordant à $|g, N+1\rangle$ hors du laser.

↳ Pas de dédoublement du paquet d'ondes.

(ii) Si $|\delta| \ll \delta_c$, il y a des transitions non adiabatiques entre le niveau habillé se raccordant à $|g, N+1\rangle$ et l'autre. Le paquet d'ondes incident se dédouble donc en 2 paquets d'ondes, l'amplitude du paquet d'ondes évoluant sur le niveau habillé se raccordant à $|g, N+1\rangle$ étant plus grande que l'autre.

Comme les gradients spatiaux des 2 niveaux habillés sont opposés, on aura à la sortie de l'onde stationnaire 2 paquets d'ondes défléchis dans des directions opposées, l'un des deux (celui qui se rapproche vers le ventre le plus proche si $\delta < 0$, vers le noeud le plus proche si $\delta > 0$) ayant une amplitude plus grande que l'autre.

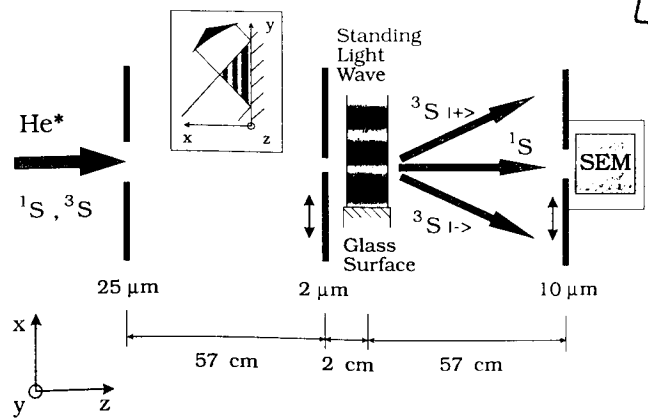
④ Mise en évidence expérimentale (voir Ref. [1])

Schéma de principe (Fig. 6)

- Fente de 2 μm sélectionnant l'endroit de l'onde stationnaire qui va être traversé par le jet atomique. On se place à un endroit où le gradient des niveaux habillés est non nul.

- 2 types d'états métastables
Triplet $3S$, Singulet $1S$
Les singulets ne sont pas
défléchis et donnent un pic
permettant de repérer la
déflexion nulle.

Fig. 6
(Extrait de [1])



Schematic diagram of the experimental setup as viewed from above. By the interaction with the standing light wave the atoms in the triplet state $3S$ are split into the two eigenstates $|+\rangle$ and $|-\rangle$. Inset: View along the atomic beam axis of the optical standing wave.

Résultats expérimentaux

- Pour $\delta = 0$ (Fig. 7b), on observe 2 pics de même intensité, symétriques par rapport à l'angle de déflexion nulle. L'impulsion transverse correspondant à la déflexion de chaque pic est de l'ordre de $4\hbar k_z$.
- Pour $\delta \neq 0$ (Figs 7a et 7c), on observe toujours 2 pics avec des angles de déflexion opposés, mais il y a une asymétrie entre les intensités des 2 pics, asymétrie qui change de signe avec le signe de δ .

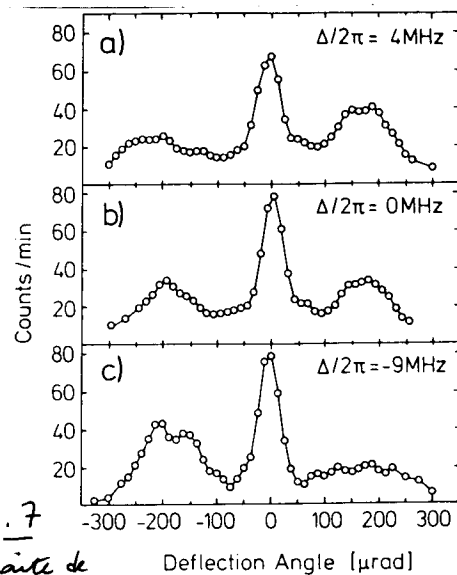
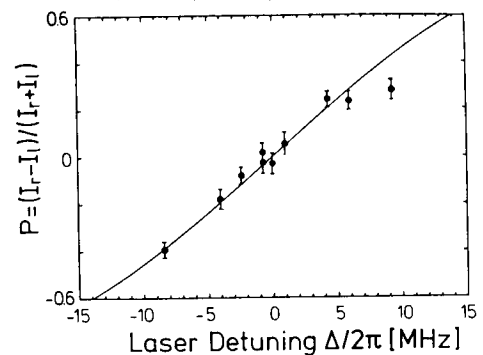


Fig. 7
(extrait de [1]) Optical Stern-Gerlach effect. Atomic intensity profile for values of the laser detuning close to zero. $\Delta/2\pi = +4$ MHz (a), 0 MHz (b), and -9 MHz (c). The laser power was about 8 mW. The central peak at position zero is due to the undeflected singlet-state atoms.

- La figure 8 montre une étude des variations de l'asymétrie entre les 2 pics avec le désaccord $\Delta = -\delta$

Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec les prévisions d'un calcul basé sur une intégration des équations de Bloch

Fig. 8
(extrait de [1])



Normalized difference in peak intensities $(I_+ - I_-)/(I_+ + I_-)$ vs laser detuning $\Delta/2\pi$. The solid line shows the result of a simulation based on integration of the Bloch equations.

Effet de l'émission spontanée après la traversée de l'onde laser

- Supposons nous placés à résonance. Juste après la sortie de l'onde laser, l'état de l'atome est

$$|\psi\rangle = \varphi_+(\vec{r}) \left[\frac{1}{\sqrt{2}} |g, N+1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |e, N\rangle \right] + \varphi_-(\vec{r}) \left[\frac{1}{\sqrt{2}} |g, N+1\rangle - |e, N\rangle \right] \quad (5.22)$$

où $\varphi_+(\vec{r})$ et $\varphi_-(\vec{r})$ sont 2 paquets d'ondes s'éloignant dans des directions opposées le long de Ox

- Avant que l'atome ne parvienne au détecteur, l'émission spontanée d'un photon à partir des composantes de (5.22) contenant l'état excité e a le temps de se produire et l'état (5.22) devient

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_+(\vec{r}, t) |g, N+1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_-(\vec{r}, t) |g, N+1\rangle \quad (5.23)$$

+ Etats contenant 1 photon de fluorescence

La 1^{re} ligne de (5.23) représente une superposition cohérente de 2 paquets d'ondes, l'atome étant dans g . La 2^{me} ligne de (5.23) représente un état où la cohérence spatiale a été considérablement réduite à cause de l'émission spontanée.

Il serait possible de recombinaison les 2 paquets d'onde de la 1^{re} ligne de (5.23) et de réaliser ainsi un interféromètre atomique. Par contre, ceci est impossible avec les états de la 2^{me} ligne qui vont donner un fond incohérent.

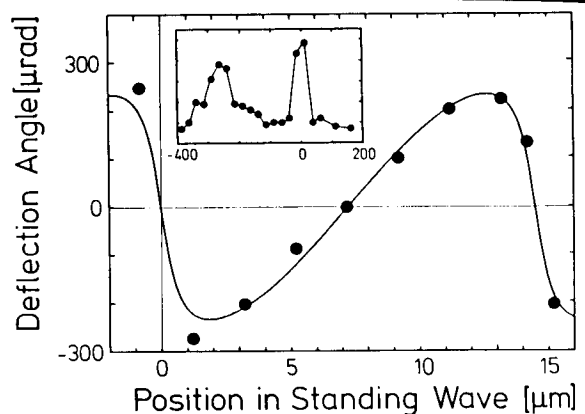
⑤ Etude expérimentale du régime adiabatique

Pour un désaccord suffisamment grand ($|\delta| \gg \delta_c$), on est dans le régime adiabatique. Il n'y a plus de dédoublement du paquet d'ondes. Des effets intéressants peuvent cependant être observés.

a - Détermination expérimentale du potentiel optique

En déplaçant le long de Ox la fente d'entrée qui sélectionne l'abscisse du point où le paquet d'ondes incident traverse l'onde stationnaire, et en étudiant la déflexion du paquet d'ondes en fonction de x , on construit point par point la courbe donnant la dérivée spatiale des potentiels optiques des figures 4a et 4c

Fig. 9
(extraite de [1])



Deflection of an atomic beam by a standing wave as a function of the position of the atomic beam in the standing wave. The detuning from resonance was $\Delta/2\pi = 160$ MHz. The laser power was about 24 mW. The solid line is a theoretical fit to the data. Position 0 on the horizontal scale was arbitrarily chosen to be at a node. Inset: Atomic intensity profile at the detector for the atomic beam at a position of $-11 \mu\text{m}$ in the standing wave. The peak at zero angle is due to the undeflected singlet-state atoms.

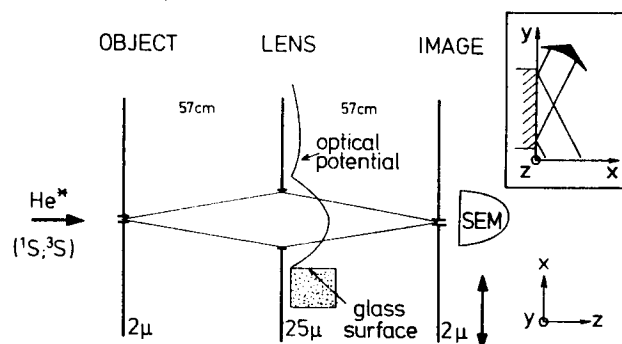


Fig. 10
(extraite de [2])

Schematic diagram of the experimental setup as viewed from above. The optical potential of the standing light wave is indicated. Inset: View along the atomic beam axis of the optical standing wave

Jusqu'ici nous n'avons considéré que le gradient spatial des niveaux habillés.

Si la largeur en x de la portion d'onde stationnaire explorée par les atomes est un peu plus grande, il faut également tenir compte de la courbure de niveaux d'énergie.

Par exemple, au voisinage d'un ventre, le potentiel est parabolique, et des effets de focalisation du faisceau atomique peuvent se produire. Voir par exemple la figure 10, extraite de la référence [2] et donnant le principe d'une lentille cylindrique pour onde de de Broglie atomiques.

La référence [2] présente une étude du fonctionnement d'une telle lentille et donne des exemples d'images obtenues avec elle.

Références

- [1] T. Sleator, T. Pfau, V. Balykin, O. Carnal, J. Mlynek
Phys. Rev. Lett. 68, 1996 (1992)
- [2] T. Sleator, T. Pfau, V. Balykin, J. Mlynek
Appl. Phys. B54, 375 (1992)

Références théoriques sur l'effet Stern et Gerlach optique

- [3] A.P. Kazantsev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 67, 1660 (1975)
(Sov. Phys. JETP 40, 825 (1975))
- [4] A.P. Kazantsev, Usp. Fiz. Nauk. 124, 113 (1978)
(Sov. Phys. Usp. 21, 58 (1978))
- [5] R.J. Cook, Phys. Rev. Lett. 41, 1788 (1978)