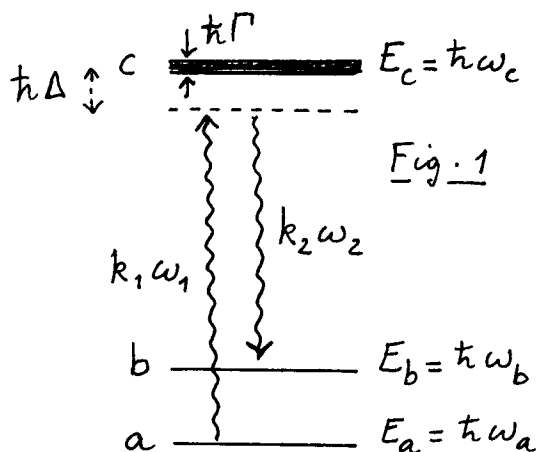


Buts de ce cours

- Décrire une expérience très récente d'interférométrie atomique (utilisant des atomes de Sodium, et non des neutrons comme l'expérience de Colella, Overhauser, Werner), mettant en évidence des effets d'interférence quantique sensibles au champ de pesanteur.
- Cette expérience utilise des transitions Raman stimulées entre les 2 niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de Sodium, pour séparer un paquet d'ondes en 2 composantes cohérentes, puis pour les recombiner. Nous commencerons donc par montrer que les résultats du cours II relatifs à des transitions à 1 photon peuvent être généralisés à des transitions Raman stimulées à 2 photons.

① Transitions Raman stimulées.a) - Diagramme d'énergie et ondes laser.

- 2 sous-niveaux stables a et b (en fait, 2 niveaux hyperfins)

$$E_b - E_a = \hbar(\omega_b - \omega_a) = \hbar\omega_{ba} \quad (6.1)$$

- 1 niveau excité c, de largeur naturelle Γ . Les fréquences

$$\omega_{ca} = \omega_c - \omega_a \quad \omega_{cb} = \omega_c - \omega_b \quad (6.2)$$

sont les fréquences des 2 raies optiques $a \leftrightarrow c$ et $b \leftrightarrow c$.

- 2 ondes laser de fréquences ω_1 et ω_2 se propagent le long de Oz , k_1 et k_2 étant les valeurs algébriques des vecteurs d'onde le long de Oz . L'onde $k_1\omega_1$ excite la transition $a \leftrightarrow c$, l'onde $k_2\omega_2$ la transition $b \leftrightarrow c$.

- Les fréquences ω_1 et ω_2 sont réglées au voisinage de la résonance Raman : $\omega_1 - \omega_2$ est très proche de ω_{ba} .

Par contre, ω_1 est suffisamment éloigné de ω_{ca} (et donc ω_2 de ω_{cb}) pour que l'excitation réelle des transitions $a \leftrightarrow c$ et $b \leftrightarrow c$ puisse être négligée :

$$\omega_1 - \omega_2 \simeq \omega_{ba} \quad (6.3)$$

$$|\omega_1 - \omega_{ca}| = \Delta \simeq |\omega_2 - \omega_{cb}| \gg \Gamma \quad (6.4)$$

- Buts de ce § 1

- Montrer qu'on peut éliminer l'état c des équations du mouvement et se ramener à un problème à 2 niveaux a et b couplés par un hamiltonien effectif.
- Montrer que les équations obtenues sont tout à fait

analogues aux équations (2.15) du cours II décrivant l'évolution de 2 états a et b couplés par un champ laser excitant la transition $\bar{a} \rightarrow 1$ photon $a \leftrightarrow b$.

- A partir des champs laser ω_1, k_1 et ω_2, k_2 , déterminer le champ laser fictif équivalent pilotant la transition $a \leftrightarrow b$.

b) Famille d'états d'impulsion-énergie couplés.

- Partons de l'état $|a, p\rangle$: atome dans l'état a avec une impulsion p le long de Oz . L'interaction avec le laser ω_1, k_1 couple cet état à l'état $|c, p + \hbar k_1\rangle$, dont l'impulsion augmente d'une quantité correspondant à l'impulsion $\hbar k_1$ du photon absorbé. L'état $|c, p + \hbar k_1\rangle$ est couplé, non seulement à l'état $|a, p\rangle$, mais également, par interaction avec l'onde ω_2, k_2 , à l'état $|b, p + \hbar k_1 - \hbar k_2\rangle$. L'état $|b, p + \hbar(k_1 - k_2)\rangle$ n'est couplé qu'à l'état $|c, p + \hbar k_1\rangle$.
- Tant que l'émission spontanée peut être négligée, l'état du système évolue donc à l'intérieur du sous-espace $\mathcal{F}(p)$, de dimension 3, sous-tendu par les 3 états précédents :

$$\mathcal{F}(p) = \{|a, p\rangle, |c, p + \hbar k_1\rangle, |b, p + \hbar(k_1 - k_2)\rangle\} \quad (6.5)$$

- Les 2 états $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar(k_1 - k_2)\rangle$, qui sont indirectement couplés via $|c, p + \hbar k_1\rangle$, appartiennent à la multiplicité $\{a, b\}$ des sous-niveaux de l'état fondamental, et ont des impulsions qui diffèrent de $\hbar(k_1 - k_2)$.

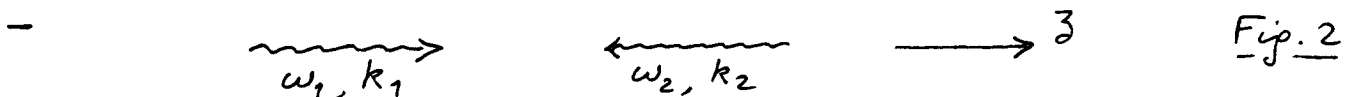


Fig. 2

Si les ondes ω_1, k_1 et ω_2, k_2 se propagent dans des sens opposés le long de Oz (voir Fig. 2), k_1 et k_2 sont de signes opposés, et $|k_1 - k_2|$ est de l'ordre de $2k$, où $k \simeq |k_1| \simeq |k_2|$.

La transition Raman stimulée $|a, p\rangle \rightarrow |b, p + \hbar(k_1 - k_2)\rangle$ s'accompagne donc d'un transfert d'impulsion $\hbar(k_1 - k_2)$, de l'ordre de 2 fois l'impulsion d'un photon optique.

C'est là l'avantage essentiel des transitions Raman stimulées, par rapport aux transitions micro-ondes directes entre a et b , qui ne communiqueraient à l'atome que l'impulsion d'un photon micro-onde, tout à fait négligeable.

c) Équation de Schrödinger

- A $t=0$, l'atome est supposé être dans l'état $|a, p\rangle$. Il est soumis à 2 impulsions laser ω_1, k_1 et ω_2, k_2 . Si le désaccord Δ (voir Fig. 1) est suffisamment grand, et si la durée τ des impulsions laser est suffisamment courte, les processus d'émission spontanée auront un poids très faible, et le vecteur d'état du système global atome + photons de fluorescence sera très peu différent de sa projection dans le sous-espace $\mathcal{F}(p)$, correspondant à 0 photon de fluorescence :

$$\Pi_p |\Psi(t)\rangle = c_a(t) |a, p\rangle + c_c(t) |c, p + \hbar k_1\rangle + c_b(t) |b, p + \hbar(k_1 - k_2)\rangle \quad (6.6)$$

où Π_p est le projecteur sur $\mathcal{F}(p)$.

- De manière plus précise, l'évolution de $\Pi_p |\psi(t)\rangle$ est décrite par un hamiltonien effectif, comprenant les couplages atome-lasers et les énergies des 3 états de $F(p)$, une partie imaginaire $-i\hbar\Gamma/2$ étant ajoutée à l'énergie de l'état c pour décrire son instabilité radiative (voir Ref. 4).

Si l'on pose, comme dans le cours II :

$$c_a(t) = \chi_a(t) e^{-i\omega_{a,p}t}, \quad c_c(t) = \chi_c(t) e^{-i\omega_{c,p+\hbar k_1}t}, \quad c_b(t) = \chi_b(t) e^{-i\omega_{b,p+\hbar(k_1-k_2)}t} \quad (6.7)$$

$$\text{où } \omega_{a,p} = \omega_a + \frac{p^2}{2M\hbar}, \quad \omega_{b,p+\hbar k_1} = \omega_b + \frac{(p+\hbar k_1)^2}{2M\hbar}, \quad \omega_{c,p+\hbar(k_1-k_2)} = \omega_c + \frac{[p+\hbar(k_1-k_2)]^2}{2M\hbar} \quad (6.8)$$

on obtient les équations suivantes pour $\chi_a(t)$, $\chi_b(t)$, $\chi_c(t)$ qui généralisent les équations (2.15) du cours II :

$$\begin{cases} \dot{\chi}_a(t) = -i \frac{\Omega_1(t)}{2} e^{i(\Delta_1 t + \varphi_1)} \chi_c(t) \end{cases} \quad (6.9.a)$$

$$\begin{cases} \dot{\chi}_b(t) = -i \frac{\Omega_2(t)}{2} e^{i(\Delta_2 t + \varphi_2)} \chi_c(t) \end{cases} \quad (6.9.b)$$

$$\begin{cases} \dot{\chi}_c(t) = -\frac{\Gamma}{2} \chi_c(t) - i \frac{\Omega_1(t)}{2} e^{-i(\Delta_1 t + \varphi_1)} \chi_a(t) - i \frac{\Omega_2(t)}{2} e^{-i(\Delta_2 t + \varphi_2)} \chi_b(t) \end{cases} \quad (6.9.c)$$

Dans les équations (6.9), $\Omega_1(t)$ et $\Omega_2(t)$ sont les fréquences de Rabi associées aux champs $\omega_1 k_1$ et $\omega_2 k_2$, φ_1 et φ_2 les phases de ces champs, Δ_1 et Δ_2 étant définis par les équations

$$\Delta_1 = \omega_{a,p} + \omega_1 - \omega_{c,p+\hbar k_1}, \quad \Delta_2 = \omega_{b,p+\hbar(k_1-k_2)} + \omega_2 - \omega_{c,p+\hbar k_1} \quad (6.10)$$

qui généralisent (2.16).

d) Elimination adiabatique de l'état excité

- Pour des intensités laser suffisamment faibles et des désaccords suffisamment grands, $\chi_a(t)$ et $\chi_b(t)$ évoluent beaucoup plus lentement que $\chi_c(t)$: les temps de pompage optique entre a et b sont beaucoup plus longs que la durée de vie radiative $1/\Gamma$ de c. Dans l'équation (6.9.c), on peut donc considérer que $\chi_a(t)$ et $\chi_b(t)$ restent constants pendant le temps de réponse $2/\Gamma$ de $\chi_c(t)$. Il suffit alors de calculer la solution forcée de (6.9.c), qui donne, à chaque instant t, $\chi_c(t)$ en fonction de $\chi_a(t)$ et $\chi_b(t)$

$$\chi_c(t) = \frac{\Omega_1(t)/2}{\Delta_1 + i\frac{\Gamma}{2}} \chi_a(t) e^{-i(\Delta_1 t + \varphi_1)} + \frac{\Omega_2(t)/2}{\Delta_2 + i\frac{\Gamma}{2}} \chi_b(t) e^{-i(\Delta_2 t + \varphi_2)} \quad (6.11)$$

puis de reporter une telle solution dans les équations (6.9.a) et (6.9.b) qui deviennent ainsi un système fermé de 2 équations pour χ_a et χ_b

$$\begin{cases} \dot{\chi}_a(t) = -i \frac{[\Omega_1(t)/2]^2}{\Delta_1 + i\frac{\Gamma}{2}} \chi_a(t) - \frac{i}{2} \frac{\Omega_1(t)\Omega_2(t)/2}{\Delta_2 + i\frac{\Gamma}{2}} e^{i[(\Delta_1 - \Delta_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]} \chi_b(t) \end{cases} \quad (6.12.a)$$

$$\begin{cases} \dot{\chi}_b(t) = -i \frac{[\Omega_2(t)/2]^2}{\Delta_2 + i\frac{\Gamma}{2}} \chi_b(t) - \frac{i}{2} \frac{\Omega_1(t)\Omega_2(t)/2}{\Delta_1 + i\frac{\Gamma}{2}} e^{-i[(\Delta_1 - \Delta_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]} \chi_a(t) \end{cases} \quad (6.12.b)$$

- Des équations (6.10) on déduit :

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \omega_1 - \omega_2 - [\omega_{ba} + (k_1 - k_2)v + \hbar(k_1 - k_2)^2/2M] \quad (6.13)$$

où

$$v = p/M \quad (6.14)$$

e) Discussion physique

- Les équations (6.12) permettent de considérer que $\chi_a(t)$ et $\chi_b(t)$ évoluent sous l'effet d'un hamiltonien effectif non hermitique
- Durées de vie et déplacements lumineux des états a et b

Dans l'équation (6.12.a), le coefficient de $\chi_a(t)$ peut être écrit $-\frac{\Gamma'_a}{2} - i\delta'_a$ où :

$$\delta'_a = \frac{[\Omega_1(t)/2]^2}{\Delta_1^2 + \Gamma^2/4} \Delta_1, \quad \Gamma'_a = \frac{[\Omega_1(t)/2]^2}{\Delta_1^2 + \Gamma^2/4} \Gamma \quad (6.15)$$

$\hbar\delta'_a$ est le déplacement lumineux de l'état a dû à l'excitation de la transition $a \leftrightarrow c$ par l'onde ω_1, k_1 , Γ'_a le taux de départ de cet état par absorption d'un photon ω_1, k_1 . A partir du coefficient de $\chi_b(t)$ dans (6.12.b), on peut introduire des quantités analogues δ'_b et Γ'_b pour b.

Comme nous avons supposé $|\Delta_1|, |\Delta_2| \gg \Gamma$ (voir Eq. (6.4)), Γ'_a est très petit devant δ'_a . Nous supposons ici de plus que la durée τ des impulsions laser est suffisamment courte pour en on puisse négliger les probabilités de départ $\Gamma'_a \tau$ et $\Gamma'_b \tau$ des états a et b par absorption réelle d'un photon.

Si les désaccords Δ_1 et $\Delta_2 \approx \Delta_1$ sont très grands devant la structure hyperfine des niveaux fondamental et excité, on peut montrer (voir Ref. 5) que l'effet des déplacements lumineux dans l'état fondamental est équivalent à celui d'un champ magnétique fictif. Si les niveaux a et b sont des sous-niveaux Zeeman relatifs à une transition hyperfine indépendante du champ magnétique (par exemple, transition $m_F=0 \rightarrow m_F'=0$), la fréquence ω_{ba} de la transition hyperfine n'est pas modifiée par les déplacements lumineux. Dans ce cas, on peut ignorer, non seulement Γ'_a et Γ'_b , mais aussi δ'_a et $\delta'_b = \delta'_a$, de sorte que seuls subsistent dans les équations (6.12) les couplages non diagonaux. Une telle situation sera supposée être réalisée dans la suite.

- Couplage effectif entre les niveaux a et b

Si on ne conserve que les couplages non-diagonaux dans les équations (6.12), elles prennent une forme tout à fait analogue à celle des équations (2.15) du cours II. Tout se passe comme si les 2 états $|a, p\rangle$ et $|b, p+\hbar(k_1-k_2)\rangle$ étaient directement couplés, la fréquence de Rabi effective Ω_{eff} étant donnée par

$$\Omega_{eff}(t) = \frac{\Omega_1(t)\Omega_2(t)}{2\Delta} \quad (6.16)$$

Nous avons négligé $i\Gamma/2$ devant Δ_1 et Δ_2 et remplacé $\Delta_1 \approx \Delta_2$ par $\Delta = \omega_1 - \omega_{ca} \approx \omega_2 - \omega_{ba}$.

Le paramètre Δ des équations (2.15) est remplacé ici par $\Delta_1 - \Delta_2$, donné en (6.13) et représentant l'écart à résonance de la transition Raman, incluant l'effet Doppler $(k_1 - k_2)v$ et l'effet de recul $\hbar(k_1 - k_2)^2/2M$. La phase φ du champ effectif, de fréquence $\omega_1 - \omega_2$ et de vecteur d'onde $k_1 - k_2$ couplant directement $|a, p\rangle$ et $|b, p+\hbar(k_1-k_2)\rangle$, est $\varphi_1 - \varphi_2$.

Il est donc finalement possible d'appliquer tous les résultats du cours II concernant l'effet d'une impulsion laser, en remplaçant Ω_1 par Ω_{eff} , ω_2 par $\omega_1 - \omega_2$, k_2 par $k_1 - k_2$, φ par $\varphi_1 - \varphi_2$. En particulier, on peut définir des transitions Raman stimulées $\pi/2$, π .

- Sélectivité en vitesse.

Les niveaux a et b sont stables et la largeur de la résonance Raman n'est limitée que par le temps de transit des atomes dans les ondes laser, qui peut être très long si l'on utilise des atomes lents. Notons également que les fréquences ω_1 et ω_2 sont générées à partir de la même onde laser (et un cristal électrooptique), de sorte que la différence $\omega_1 - \omega_2$ n'est pas sensible aux fluctuations de fréquence ("jitter") du laser. Si k_1 et k_2 ont des signes opposés, le lien entre la largeur Δv de la raie Raman et la dispersion Δv de vitesses qui donnerait la même largeur par effet Doppler est

$$\frac{\Delta v}{c} = \frac{\Delta v}{v_1 + v_2} \quad (6.17)$$

où $v_1 = \omega_1 / 2\pi$, $v_2 = \omega_2 / 2\pi$. Si l'on prend une largeur Δv , de l'ordre de 1 KHz (incluant l'élargissement radiatif dû à Γ_{eff}) aisément réalisable, on obtient Δv de l'ordre de 0.3 mm/sec (pour l'atome de Sodium). La sélectivité en vitesse d'une telle méthode est donc extrêmement élevée (voir Ref. 1).

② Principe de l'expérience d'interférométrie (Refs. 2 et 3)

a- Séquence d'impulsions

Fig. 3

On part d'un nuage d'atomes piégés dans un piège magnéto-optique (point O de la Fig. 3) et refroidis.

On coupe le piège et on lance les atomes vers le haut (au moyen d'une mélasse en mouvement) avec une vitesse $v = p/M$, après les avoir pompés optiquement dans l'état a .

A un instant ultérieur t , pris pour origine des temps, la vitesse et la position du paquet d'ondes étant égales à v_0 et 3_A , on applique une impulsion Raman stimulée $\pi/2$ au moyen des 2 ondes laser k_1, ω_1 et k_2, ω_2 (flèches ondulées). Le paquet d'ondes se sépare en 2 composantes correspondant aux 2 états internes a (traits pleins) et b (traits tirillés). Les impulsions correspondantes sont p pour l'état a , $p + \hbar(k_1 - k_2)$ pour l'état b . Comme k_1 est négatif (voir Fig. 3) et que $|k_1| > |k_2|$, l'impulsion associée à b est plus faible que celle associée à a . Le paquet d'ondes associé à a va plus vite que celui associé à b et prend de l'avance sur ce dernier.

A l'instant $t = T$, les positions des 2 paquets d'ondes étant égales à 3_C et 3_D , on applique une impulsion Raman stimulée π qui échange les impulsions et les états internes des 2 paquets d'ondes. Le paquet d'ondes qui était en retard va alors devenir le plus rapide des 2 et rattraper progressivement l'autre.

A l'instant $t = 2T$, quand les 2 paquets d'ondes se sont rejoints au point 3_B , on applique de nouveau une impulsion Raman stimulée $\pi/2$ qui va remélanger de manière cohérente les 2 paquets d'ondes.

On détecte ensuite l'atome dans l'état b en excitant au

moyens d'une impulsion résonnante, l'atome de b à c , puis en ionisant l'atome à partir de l'état c , grâce à une autre impulsion laser, ce qui donne naissance à des ions que l'on détecte.

b - Analogie avec une expérience d'échos de photons.

- La séquence des 3 impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$ est très analogue à celle correspondant à l'expérience d'écho analysée dans le cours III.
- Les 2 chemins partant de a et arrivant à b qui interfèrent sont les chemins $a \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow b$ (chemin de gauche de la figure 3) et $a \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow b$ (partie de droite).
- Comme le paquet d'ondes associé au chemin de gauche est toujours en devers de celui associé au chemin de droite, son énergie gravitationnelle va être plus élevée et on s'attend à ce qu'il y ait un déphasage d'origine gravitationnelle entre les 2 paquets d'ondes. Ce déphasage sera calculé dans le § 3 ci-dessous. Auparavant, nous donnons une représentation des 2 chemins classiques dans l'espace-temps.

c - Représentation des chemins classiques dans l'espace-temps

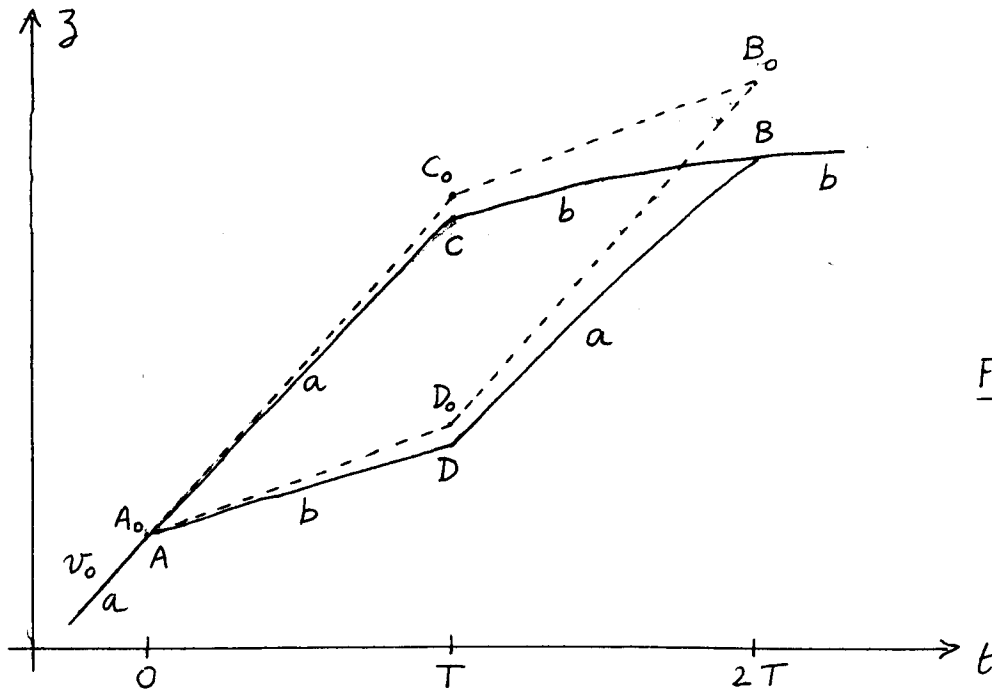


Fig. 4

- Au point $A_0 = A$, d'abscisse $t=0$ et d'ordonnée $z_A = z_{A_0}$ arrive une trajectoire de vitesse v_0 (pente de la droite arrivant en A).
- Les droites en traits tiretés représentent les trajectoires en l'absence de gravitation ($g=0$). A $t=0$, on voit apparaître une nouvelle droite, de pente $[p_0 + \hbar(k_1 - k_2)]/M$, associée à b . On en déduit qu'à $t=T$

$$C_0 D_0 = z_{D_0} - z_{C_0} = \frac{\hbar(k_1 - k_2)T}{M} \quad (6.18)$$

Puis les pentes des 2 droites s'échangent après $t=T$, et les 2 droites se recoupent en B_0 pour $t=2T$. Le quadrilatère $A_0 C_0 B_0 D_0$ est un parallélogramme.

- Les courbes en traits pleins de la figure 4 représentent les trajectoires en présence de pesanteur ($g \neq 0$).

A chaque instant t , la différence d'ordonnée entre la courbe en traits pleins et la droite en traits tirés associée est égale à $\frac{1}{2}gt^2$. On en déduit que les courbes en traits pleins se recoupent (comme les droites en traits tirés) en $t=2T$ au point B et que

$$z_C - z_{C_0} = z_D - z_{D_0} = -\frac{1}{2}gT^2 \quad (6.19)$$

$$z_B - z_{B_0} = -\frac{1}{2}g(2T)^2 = -2gT^2 \quad (6.20)$$

③ Calcul du déphasage gravitationnel

- Nous allons utiliser les résultats du cours IV et du cours V pour calculer la fonction d'onde à la sortie de l'interféromètre (juste après le point B de la figure 4) en fonction de la fonction d'onde à l'entrée, évaluée juste avant le point A par lequel passent les chemins classiques réels aboutissant à B

- Nous supposons que l'état entrant est un mélange statistique d'ondes planes. Nous commençons donc par faire le calcul pour une onde plane entrante $p_0 = mv_0$, puis moyennons sur la vitesse v_0 les probabilités $P_{a \rightarrow b}$ de sortir dans b si l'on est entré dans a.

- D'après la fin du cours IV, le déphasage le long de chaque chemin ACB ou ADB est une somme de 3 contributions.

(i) Propagation dans le champ de pesanteur entre 2 impulsions laser, faisant intervenir les actions classiques $S_{cl}(AC)$, $S_{cl}(CB)$, $S_{cl}(AD)$, $S_{cl}(DB)$ calculées pour les chemins réels AC, CB, AD, DB

(ii) Facteurs de phase et éléments de matrice S associés aux interactions avec les ondes laser en A à $t=0$, en C et D à $t=T$, en B à $t=2T$.

(iii) Facteurs de phase dûs à l'évolution de l'état interne. Ils sont égaux respectivement à $e^{-iE_a T/\hbar} e^{-iE_b T/\hbar}$ pour le chemin ACB et à $e^{-iE_b T/\hbar} e^{-iE_a T/\hbar}$ pour le chemin ADB. Ils sont donc égaux pour les 2 chemins et ne contribuent pas au déphasage $\delta\phi$ à la sortie de l'interféromètre.

a) Déphasage dû à la propagation dans le champ gravitationnel.

- Rappelons tout d'abord que l'action classique $S_{cl}(z_b t_b, z_a t_a)$ pour un chemin réel reliant $z_a t_a$ à $z_b t_b$ s'écrit (voir Eq. (5.10)).

$$S_{cl}(z_b t_b, z_a t_a) = \frac{m}{2} \frac{(z_b - z_a)^2}{t_b - t_a} - \frac{mg}{2} (z_b + z_a)(t_b - t_a) - \frac{mg^2}{24} (t_b - t_a)^3 \quad (6.21)$$

Le dernier terme donne la même contribution pour $S_{cl}(AC)$ et $S_{cl}(AD)$, de même que pour $S_{cl}(CB)$ et $S_{cl}(DB)$. Il ne contribue donc pas à $\delta\phi$

- Calculons tout d'abord $S_{cl}(AC) - S_{cl}(AD)$. D'après (6.21)

$$\begin{aligned} S_{cl}(AC) - S_{cl}(AD) &= \frac{m}{2T} \left\{ (z_C - z_A)^2 - (z_D - z_A)^2 - gT^2 [(z_C + z_A) - (z_D + z_A)] \right\} \\ &= \frac{m}{2T} (z_C - z_D) [z_C + z_D - 2z_A - gT^2] \end{aligned} \quad (6.22)$$

- Un calcul analogue donne

$$\begin{aligned} S_{cl}(CB) - S_{cl}(DB) &= \frac{M}{2T} \left\{ (3_B - 3_C)^2 - (3_B - 3_D)^2 - gT^2 [(3_C + 3_B) - (3_D + 3_B)] \right\} \\ &= \frac{M}{2T} (3_C - 3_D) [3_C + 3_D - 23_B - gT^2] \end{aligned} \quad (6.23)$$

- Ajoutons (6.23) à (6.22) et réexprimons dans le crochet $3_A, 3_B, 3_C, 3_D$ en fonction de $3_{A_0}, 3_{B_0}, 3_{C_0}, 3_{D_0}$ et gT^2 grâce aux équations (6.19) et (6.20). Il vient

$$\begin{aligned} S_{cl}(ACB) - S_{cl}(ADB) &= \frac{M}{T} (3_C - 3_D) [3_C + 3_D - 3_A - 3_B - gT^2] \\ &= \frac{M}{T} (3_C - 3_D) [3_{C_0} + 3_{D_0} - 3_{A_0} - 3_{B_0}] = 0 \end{aligned} \quad (6.24)$$

En effet, le quadrilatère $A_0 C_0 B_0 D_0 A_0$ étant un parallélogramme, on a $3_{A_0} + 3_{B_0} = 3_{C_0} + 3_{D_0}$.

- Conclusion : le déphasage, dû à la propagation, entre les 2 chemins ACB et ADB est nul. Un tel résultat diffère de celui trouvé au cours V pour l'expérience C.O.W. Une telle différence est due au fait que les changements d'impulsion en A, C, D, B s'accompagnent ici d'un changement d'énergie cinétique, alors qu'ils correspondraient à une réflexion élastique dans le cours IV. L'intégrale de $MV(t)^2/2$ le long du contour fermé ACBDA n'est pas nulle et compense l'intégrale de $-Mg z(t)$.

b) Déphasage dû aux interactions avec les ondes laser

Le long du chemin ACB

- Pour simplifier les notations, nous posons

$$K = k_1 - k_2 \quad \omega = \omega_1 - \omega_2 \quad \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (6.25)$$

et notons $\varphi_I, \varphi_{II}, \varphi_{III}$ les valeurs de φ en $t=0, t=T, t=2T$

- On obtient alors

$$[S_{aa}^{(1)}] [S_{ba}^{(2)} e^{+i[K(3_{C_0} - \frac{1}{2}gT^2) - \omega T - \varphi_{II}]}] [S_{bb}^{(3)}] \quad (6.26)$$

On a utilisé (6.19) pour remplacer 3_C par $3_{C_0} - \frac{1}{2}gT^2$

Le long du chemin ADB

Un calcul analogue donne

$$\begin{aligned} [S_{ba}^{(1)} e^{+i[K3_{A_0} - \omega \times 0 - \varphi_I]}] [S_{ab}^{(2)} e^{-i[K(3_{D_0} - \frac{1}{2}gT^2) - \omega T - \varphi_{II}]}] \times \\ \times [S_{ba}^{(3)} e^{+i[K(3_{B_0} - 2gT^2) - 2\omega T - \varphi_{III}]}] \end{aligned} \quad (6.27)$$

Conclusion

Pour des impulsions $\pi/2, \pi, \pi/2$ le produit des modules des éléments de matrice S est le même pour (6.26) et (6.27).

En utilisant $3_{C_0} + 3_{D_0} = 3_{A_0} + 3_{B_0}$, on obtient pour le déphasage $\delta\phi$ entre (6.26) et (6.27)

$$\delta\phi = -|k_1 - k_2| gT^2 + (\varphi_I - 2\varphi_{II} + \varphi_{III}) \quad (6.28)$$

$\delta\phi$ est aussi le déphasage global entre les 2 chemins ACB et ADB puisque la contribution de la propagation dans le champ de gravitation est nulle.

④ Discussion physique

- Le déphasage $\delta\phi$ est indépendant de la vitesse initiale v_0 . Il demeure donc inchangé après moyenne sur v_0 .

On peut également utiliser un tel déphasage pour étudier l'évolution d'un paquet d'ondes (superposition linéaire et non mélange statistique d'ondes planes), puisque chaque onde plane du paquet d'ondes donne 2 ondes ayant toujours le même déphasage.

- Le calcul précédent est exact. Aucune approximation n'est introduite pour étudier l'effet de la propagation. La seule approximation a été de négliger l'effet du champ de pesanteur pendant la durée des impulsions laser.
- Comme pour l'expérience d'échos de spin (voir cours III), le déphasage $\delta\phi$ trouvé en (6.28) ne dépend pas du désaccord entre la fréquence des lasers et les fréquences atomiques.

- Comme $|CD| = |C_0 D_0| = \frac{\hbar |k_1 - k_2| T}{m}$ (voir Eq. (6.18)) et que l'aire S de la surface à l'intérieur du contour ACBDA vaut $|CD| \times T$, on voit que les termes dépendant de g dans $\delta\phi$ sont de la forme $-MgS/\hbar$. On peut donc écrire (6.28) sous la forme équivalente

$$\begin{aligned}\delta\phi &= -\frac{Mg}{\hbar} \oint_{ACBDA} z(t) dt + (\varphi_I - 2\varphi_{II} + \varphi_{III}) \\ &= -\frac{Mg}{\hbar} \oint_{A_0 C_0 B_0 D_0 A_0} z(t) dt + (\varphi_I - 2\varphi_{II} + \varphi_{III})\end{aligned}\quad (6.29)$$

On retrouve donc, pour un interféromètre utilisant des ondes laser comme lames séparatrices, un résultat identique (et, de plus, exact) au résultat (5.57) trouvé dans le cours V pour des interféromètres utilisant des lames semiréfléchissantes.

- Dans un interféromètre utilisant des atomes lents, comme celui considéré ici, T est suffisamment grand pour que l'effet Doppler sur la transition Raman, associé à la variation de vitesse entre 0 et T , et T et $2T$, soit très important. On a intérêt alors à changer $\omega = \omega_1 - \omega_2$ d'une impulsion à l'autre, prenant $\omega = \omega$ à $t=0$, $\omega = \omega + \omega_m$ à $t=T$, $\omega = \omega + 2\omega_m$ à $t=2T$, ω_m étant choisi pour rattraper le décalage Doppler.

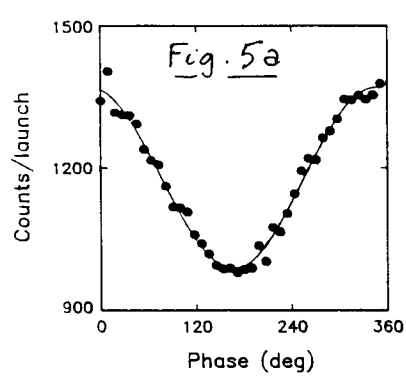
$$\omega_m = |k_1 - k_2| g T \quad (6.30)$$

On peut par contre négliger la variation de $|k_1 - k_2|$ quand on passe de ω à $\omega + \omega_m$ puis $\omega + 2\omega_m$. En remplaçant ω par $\omega + \omega_m$ dans les 2^{ème} crochets de (6.26) et (6.27), puis ω par $\omega + 2\omega_m$ dans le 3^{ème} crochet de (6.27), on obtient

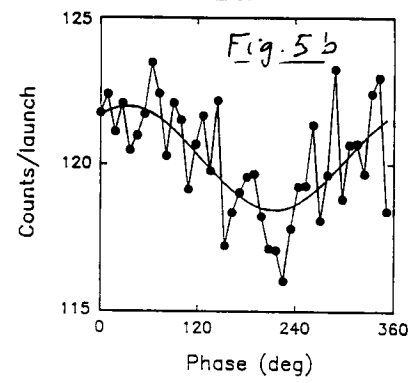
$$\delta\phi = -|k_1 - k_2| g T^2 + 2\omega_m T - (\varphi_I - 2\varphi_{II} + \varphi_{III}) \quad (6.31)$$

⑤ Exemples de résultats expérimentaux

- Pour une description détaillée des expériences et des méthodes utilisées pour générer les fréquences $\omega_1 - \omega_2$, ω_m , $2\omega_m$, voir Refs. 2 et surtout 3.
- Il n'est pas possible ici de faire varier g , comme dans l'expérience C.O.W. sur les neutrons, en inclinant un plan, car la trajectoire des atomes dans l'espace réel est une droite verticale (voir Fig. 3). De même, $\delta\phi$ n'est pas sensible au désaccord entre les fréquences laser et les fréquences atomiques. La seule possibilité est de faire varier les phases ϕ_I , ϕ_{II} ou ϕ_{III} et de vérifier que l'état d'interférence varie sinusoidalement, par exemple avec ϕ_{III} .



$T = 50 \text{ ms}$
 Chaque point =
 moyenne sur
 251 lancers
 Séparation
 maximum
 des paquets
 d'ondes = 3 mm



$T = 100 \text{ ms}$
 Chaque point =
 moyenne sur
 22 lancers
 Séparation
 maximum
 des paquets
 d'ondes = 6 mm

La figure 5 extraite de la Ref. 3 donne un exemple des résultats expérimentaux les plus récemment publiés.

- Sensibilité : Des courbes de la Fig. 5, on ne peut pas extraire une mesure absolue de g . Par contre, si l'on se place en un point où la pente est maximale, et si g varie, on peut détecter une telle variation de g par une variation du signal.

D'après (6.31), la variation δg de g déplaçant les franges de la figure 5a d'une interférence est

$$\delta g = \frac{2\pi}{|k_1 - k_2| T^2} \approx \frac{\lambda_0}{2T^2} \quad (6.32)$$

où λ_0 est la longueur d'onde optique. Pour le Sodium, $\delta g/g$ est de l'ordre de 10^{-5} . Avec le rapport signal / bruit de la figure 5a, on peut espérer détecter des variations de phase de l'ordre de quelques 10^{-3} , de sorte que les auteurs de l'expérience estiment leur sensibilité de mesure de $\Delta g/g$, de l'ordre de $3 \cdot 10^{-8}$.

Références

- (1) M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, S. Chu
 Phys. Rev. Lett. 66, 2297 (1991)
- (2) M. Kasevich, S. Chu, Phys. Rev. Lett. 67, 181 (1991)
- (3) M. Kasevich, S. Chu, Appl. Physics B54, 321 (1992)
- (4) C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, Processus d'interaction entre photons et atomes, chap. III, InterEditions et Editions du CNRS (Paris 1988)
- (5) C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc Phys. Rev. A3, 968 (1972).