

③ Résultats du calcul quantique (Ref. 2, page V-9)

Caractéristiques d'un tel calcul

- Basé sur les équations de Bloch optiques généralisées décrivant l'évolution de la matrice densité atomique et traitant quantiquement tous les degrés de liberté, aussi bien externes qu'internes

$$\langle a, p' | \sigma | b, p'' \rangle = \sigma_{ab}(p', p'') \quad (6.1)$$

$a, b = e_0, g_1$ ou g_1 p', p'' impulsion le long de Oz.

- Par suite des transferts discrets d'impulsion lors des processus d'absorption et d'émission, ces équations sont des équations à différence finie. Par exemple, $d\sigma_{ee}(p, p)/dt$ est compli' à $\sigma_{eg_1}(p, p - \hbar k)$ et $\sigma_{eg_1}(p, p + \hbar k)$

Comme la largeur δp de la distribution d'impulsion peut devenir inférieure à $\hbar k$, impossibilité de développer les éléments de matrice de σ en puissances de $\hbar k / \delta p$ et de transformer les équations de Bloch optiques généralisées en équations de Fokker-Planck complexées, comme cela est fait en général dans les théories du refroidissement laser (voir par exemple Ref. 7)

Nécessité d'une résolution numérique des équations de Bloch optiques généralisées sans aucune approximation. Simplification cependant résultant du fait que les états se regroupent en famille $F(p)$ stables sous l'effet de V_{AL} et H_A .

- Nous nous contentons ici de commenter les résultats du calcul, renvoyant à la Ref. 2 page V-9 pour plus de détails.

Evolution de la distribution d'impulsion en fonction du temps d'interaction ②

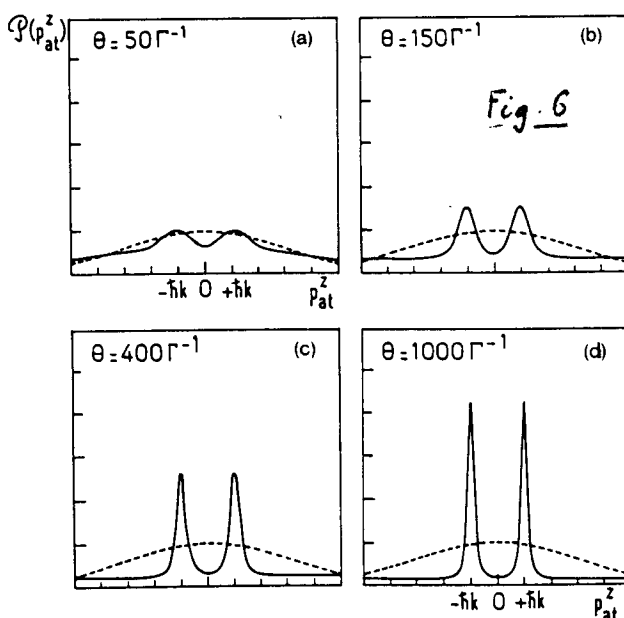


Fig. 6 (Extrait de Ref. 2)
← Quand ② augmente, la hauteur des pics augmente et leur largeur δp diminue
 $\delta = 0, \Omega_1^+ = \Omega_1^- = 0,3 \Gamma$ (fréquences de Rabi égales pour les 2 ondes)

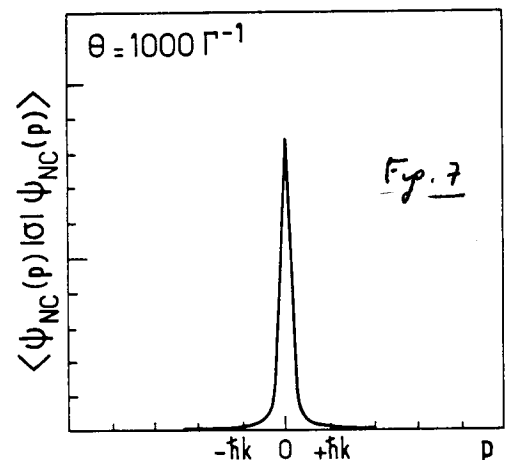


Fig. 7 (Extrait de (2)). Population de l'état $|\psi_{NC}(p)\rangle$ en fonction de p . $\delta = 0, \Omega_1^+ = \Omega_1^- = 0,3 \Gamma$
A la même échelle, la population de $|\psi_C(p)\rangle$ ne serait pas visible.

Largeur δp des pics de la distribution d'impulsion

- La discussion physique simple du cours précédent (voir § 2d) nous a permis de prévoir que la largeur δp autour de $p=0$ des états $|\Psi_{nc}(p)\rangle$ dans lesquels l'atome restait piégé pendant le temps Θ variait en $\Omega_1/\sqrt{\Theta}$ et ne dépendait pas de δ . Voir équation (5.31). A partir des résultats de l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées, on peut vérifier ces divers points.
- La figure 8 (extraite de (2)) montre que la largeur des ² pics de la figure 6 (ou du pic unique de la figure 7) est bien proportionnelle à $1/\sqrt{\Theta}$ (Fig. 8a) et à Ω_1 (Fig. 8b). On note en particulier sur ces 2 figures que δp peut devenir bien inférieure à $\hbar k$.

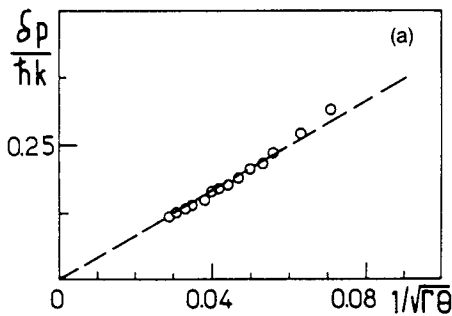


Fig. 8a

$$\delta = 0$$

$$\Omega_1^+ = \Omega_1^- = 0.3 \Gamma$$

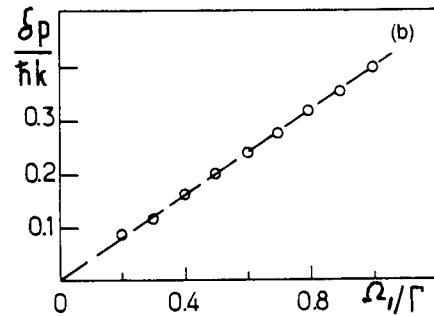


Fig. 8b

$$\delta = 0$$

$$\Theta = 1000 \Gamma^{-1}$$

$$\Omega_1^+ = \Omega_1^- = \Omega_1$$

- La figure 9 (extraite de (2)) montre que la structure en double pic subsiste que δ soit nul ou non, et quel que soit le signe de δ . Par ailleurs, $\Omega_1^+ = \Omega_1^- = \Omega_1$, étant fixé, on constate que la largeur de pics ne dépend pas de δ , conformément à l'équation (5.31). Par contre, leur hauteur est plus grande pour $\delta = 0$ que pour $\delta \neq 0$, ce qui se comprend bien puisque Γ' est alors plus grand, ce qui donne plus d'efficacité au pompage dans l'espace des vitesses.

On peut noter également quelques différences sur l'allure des courbes pour $\delta > 0$ et $\delta < 0$. Pour leur interprétation, voir l'avis R. Kaiser (Ref. 4)

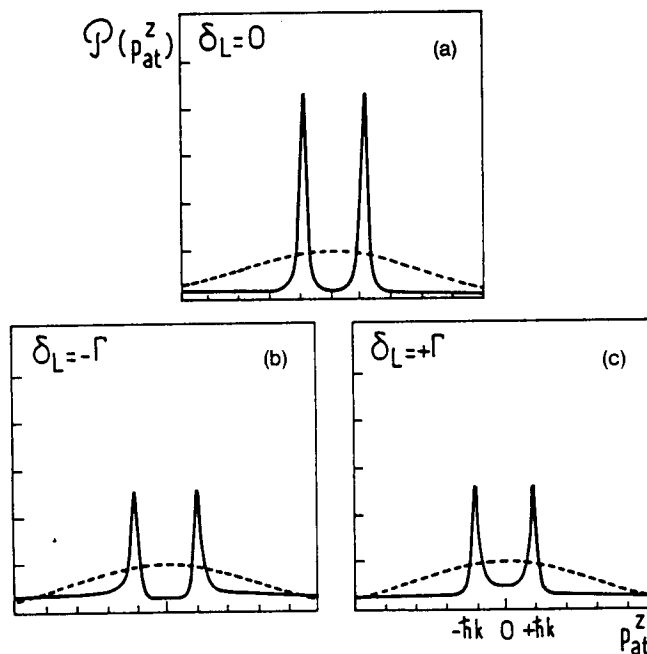


Fig. 9

$$\Theta = 1000 \Gamma^{-1}$$

$$\Omega_1^+ = \Omega_1^- = 0.3 \Gamma$$

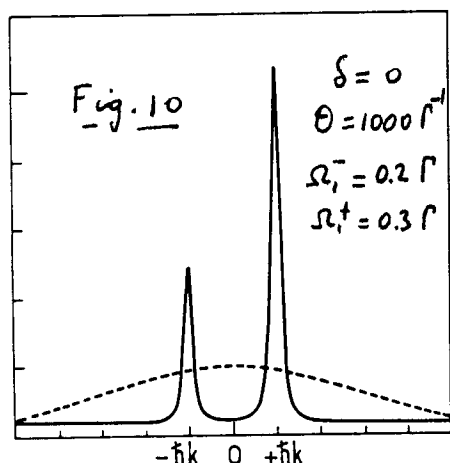
Effet d'un déséquilibre entre les 2 ondes σ^+ et σ^-

Si les 2 ondes lasers σ^+ et σ^- n'ont pas la même amplitude, c'est à dire si $\Omega_1^+ \neq \Omega_1^-$, l'état piége $|\Psi_{NC}(p=0)\rangle$ n'est plus donné par (5.21) mais par

$$|\Psi_{NC}(p=0)\rangle = \frac{1}{\Omega} \left[\Omega_1^- |g_1, -\hbar k\rangle + \Omega_1^+ |g_1, +\hbar k\rangle \right] \quad (6.2)$$

avec $\Omega = \sqrt{(\Omega_1^-)^2 + (\Omega_1^+)^2}$ (6.3)

Les hauteurs des 2 pics en $-\hbar k$ et $+\hbar k$ sont alors inégales et respectivement proportionnelles à $(\Omega_1^-)^2$ et $(\Omega_1^+)^2$



La figure 10 (extraite de (2)) permet de vérifier un tel résultat. La hauteur du pic de gauche sur celle du pic de droite est bien égale à

$$\left(\frac{\Omega_1^-}{\Omega_1^+} \right) = \left(\frac{0.2}{0.3} \right)^2 = \frac{4}{9} = 0,445$$

Variations de la hauteur et de l'aire des 2 pics avec Θ .

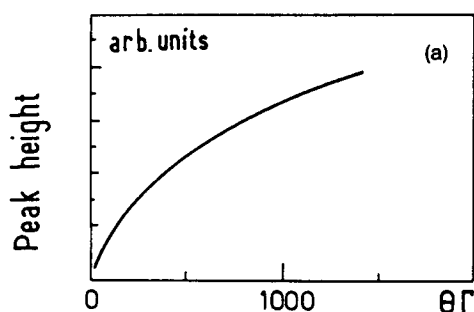
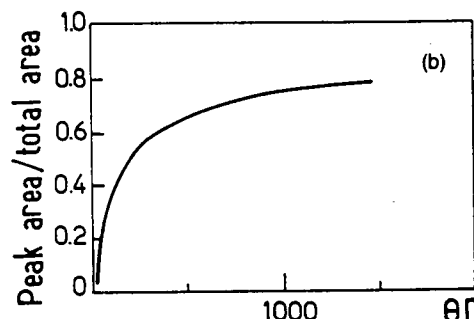


Fig. 11
 $\delta = 0$
 $\Omega_1^+ = \Omega_1^- = 0.3 \Gamma$



Les résultats sont représentés sur la Fig. 11 (extraite de (2)). La distribution d'impulsion initiale a une largeur $\delta p_0 = \hbar k$ plus faible que celle utilisée pour la fig. 6 (courbe en pointillé, de largeur $3\hbar k$).

On trouve que la hauteur des pics et l'aire sous chaque pic augmente avec Θ . La figure 11 b montre notamment qu'une fraction importante (80%) des atomes peuvent être piégés.

Le problème du comportement asymptotique aux temps très longs reste ouvert. Est-ce que l'aire sous les pics tend vers 1 quand $\Theta \rightarrow \infty$ ou est-ce qu'elle tend vers zéro? Une réponse numérique n'est pas suffisamment fiable. Il faudrait plutôt essayer de trouver une solution analytique aux temps très longs.

④ Une autre approche du problème basée sur une simulation Monte-Carlo de l'évolution du système.

a) Idee générale

- Analyser les propriétés statistiques de la suite temporelle formée par les instants d'émission spontanée d'un photon par un atome. Déterminer en particulier la distribution des intervalles de temps entre 2 émissions spontanées successives.
- Essayer de comprendre de cette façon comment la fluorescence peut s'arrêter, au moins pendant un temps très long, et comment l'atome arrive dans les états piégés.

Au lieu de raisonner sur un ensemble statistique d'atomes, on essaie de suivre l'évolution au cours du temps d'un seul atome.

b) Principe de la méthode (Ref. 8)

(i) Etat de l'atome juste après un processus d'émission spontanée

- Nous avons vu plus haut (cf § 2c) que, juste après une émission spontanée (et une fois la trace prise sur p_x et p_y , et la moyenne effectuée sur la polarisation du photon émis et l'angle azimutal ϕ_0 de la direction d'émission), l'atome, parti de $|e_0, p\rangle$, se retrouve dans un mélange statistique des états $|g_1, p'-u\rangle$ et $|g_{-1}, p'-u\rangle$ avec des poids égaux, u étant égal à $\hbar k \cos \theta_0$, où θ_0 est l'angle avec Oz de la direction d'émission.
- L'atome a donc une chance sur 2 de tomber dans l'état $|g_{-1}\rangle$ et une chance sur 2 de tomber dans l'état $|g_1\rangle$. Tirons au sort l'une de ces 2 possibilités et supposons que l'atome tombe dans $|g_{-1}\rangle$. Posons alors $p'-u = p - \hbar k$. Juste après l'émission spontanée, ayant eu lieu à un temps t pris pour origine ($t=0$), l'atome est donc dans l'état $|g_{-1}, p - \hbar k\rangle$ de $\mathcal{F}(p)$.

$$|\psi(t=0)\rangle = |g_{-1}, p - \hbar k\rangle \quad (6.4)$$

(ii) Evolution ultérieure de l'atome

- Tant que la prochaine émission spontanée n'a pas eu lieu, l'atome reste dans $\mathcal{F}(p)$. Puis un photon va être émis, puis un autre... L'état du système global "atome + photons de fluorescence" à l'instant t s'écrit donc

$$|\psi(t)\rangle = [c_0(t)|e_0, p\rangle + c_1(t)|g_1, p + \hbar k\rangle + c_{-1}(t)|g_{-1}, p - \hbar k\rangle] \otimes |0 \text{ photon de fluorescence}\rangle + \text{Etats avec 1, 2, 3... photons de fluorescence} \quad (6.5)$$

Les 2 premières lignes de (6.5) représentent la projection de $|\psi(t)\rangle$ dans le sous-espace correspondant à 0 photon de fluorescence, que nous noterons $\mathcal{E}_0$.

- Dans E_0 , l'émission spontanée est un processus qui fait partir l'atome de E_0 , après son arrivée dans E_0 à $t=0$. Comme nous l'avons déjà signalé page V-5, l'évolution de la projection de $|\psi(t)\rangle$ dans E_0 est régie par un hamiltonien effectif non hermitique, obtenu en ajoutant $-i\hbar\Gamma/2$ à l'énergie de $|e_0, p\rangle$ pour décrire l'instabilité de cet état. Dans la base $\{|e_0, p\rangle, |g_+, p+\hbar k\rangle, |g_-, p-\hbar k\rangle\}$, cet hamiltonien s'écrit

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \frac{p^2}{2M} - i\hbar\frac{\Gamma}{2} & +\frac{\hbar\tilde{\Omega}_1}{2\sqrt{2}} & -\frac{\hbar\tilde{\Omega}_1}{2\sqrt{2}} \\ +\frac{\hbar\tilde{\Omega}_1}{2\sqrt{2}} & \frac{(p+\hbar k)^2}{2M} + \hbar\delta & 0 \\ -\frac{\hbar\tilde{\Omega}_1}{2\sqrt{2}} & 0 & \frac{(p-\hbar k)^2}{2M} + \hbar\delta \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

Pour obtenir l'état entre crochets de la 1^{ère} ligne de (6.5), il faut résoudre l'équation de Schrödinger associée à (6.6) avec la condition initiale $c_+(0)=1$, $c_-(0)=c_0(0)=0$, découlant de (6.4).

(iii) Distribution des intervalles de temps séparant la première émission spontanée de la suivante.

- L'atome ne peut quitter E_0 qu'à partir de $|e_0, p\rangle$. La probabilité pour que la prochaine émission spontanée (après la 1^{ère} qui a eu lieu à $t=0$) se produise entre t et $t+dt$ est donc égale à Γdt fois la probabilité d'occupation de l'état $|e_0, p\rangle$ à l'instant t

$$W(t)dt = \Gamma |c_0(t)|^2 dt \quad (6.7)$$

$W(t)$, qui est le taux de départ de E_0 , peut donc être également considéré comme la distribution des intervalles de temps $\tau = t_{n+1} - t_n$ entre 2 émissions spontanées successives, la n ème ayant lieu à t_n , la $(n+1)$ ème à t_{n+1} .

- Nous avons vu plus haut (§ 2d) que les modes propres de désintégration de (6.6) ont une décroissance temporelle de la forme $e^{-\gamma_j t}$ avec $j=1,2,3$ et $\gamma_1 \approx \Gamma/2$, $\gamma_2 \approx \Gamma'_c/2$, $\gamma_3 \approx \Gamma'_{nc}/2$. Il s'ensuit que $|c_0(t)|^2$ va être une superposition de 6 exponentielles $e^{-(\gamma_j + \gamma_\ell)t}$ avec $j, \ell=1,2,3$. Si p est suffisamment proche de zéro, $\gamma_3 = \Gamma'_{nc}/2$ devient très petit, de sorte que $|c_0(t)|^2$ peut décroître très lentement aux temps longs. On peut alors attendre très longtemps après une émission spontanée avant d'avoir la suivante. La fluorescence s'arrête très longtemps, ce qui se traduit par l'apparition de "périodes noires" dans la fluorescence.

L'analyse des périodes noires observables sur un ion piégé au moyen de la "fonction délai" $W(t)$ a été faite pour la 1^{ère} fois dans la référence 9. Voir aussi la Ref. 10.

(iv) Etat de l'atome entre 2 émissions spontanées successives

Supposons que le 1^{er} photon émis après celui à $t=0$, le soit à t_1 . On sait alors, a posteriori, que entre 0 et t_1 , l'atome était dans E_0 . Son état entre 0 et t_1 , est alors décrit par le ket norme'

$$\frac{c_0(t) |e_0, p\rangle + c_1(t) |g_+, p+\hbar k\rangle + c_{-1}(t) |g_-, p-\hbar k\rangle}{[|c_0(t)|^2 + |c_1(t)|^2 + |c_{-1}(t)|^2]^{1/2}} \quad (6.8)$$

(v) Etat de l'atome juste après la prochaine émission

- Supposons que la prochaine émission se produise à t_1 .

On peut alors tirer au sort l'état ($|g_- \rangle$ ou $|g_+ \rangle$) dans lequel l'atome va "tomber" ainsi que l'angle θ_1 , avec O_3 du photon émis (déterminé par le diagramme de rayonnement de l'état e).

- Le point important est que l'atome va ainsi changer de famille (voir § 2c), de sorte que le "label" p_i de la nouvelle famille dans laquelle il arrive est différent.

Or, la fonction délai $W(t)$ dépend de p (voir 6.6). La nouvelle fonction délai va donc être différente de la précédente et la distribution des intervalles de temps entre le 1^{er} photon spontané et le 2^{ème} n'est pas la même qu'entre le 2^{ème} et le 3^{ème}. Il s'agit là d'une différence essentielle avec la situation analysée dans la Ref. 9, où la fonction délai reste toujours la même.

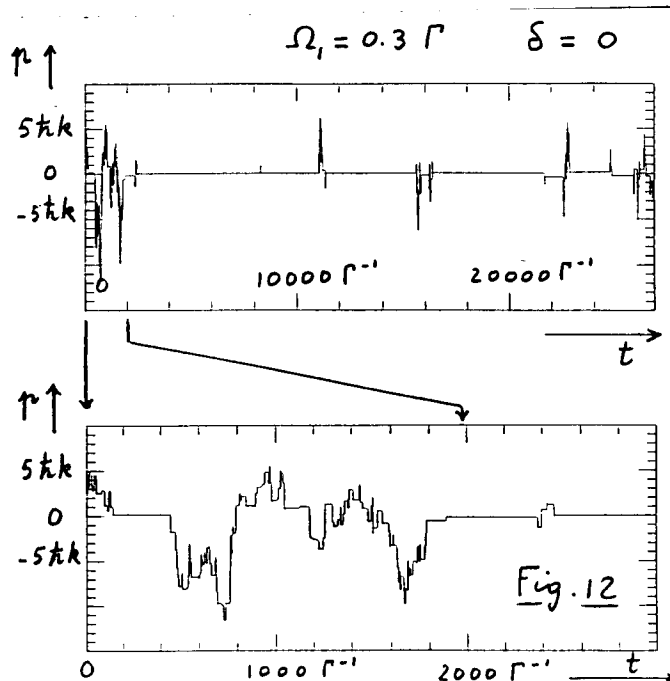
- A partir de là, on recommence le même calcul que précédemment en changeant simplement p par p_i , et ainsi de suite... On réalise ainsi une simulation Monte-Carlo de la suite temporelle des processus d'émission spontanée.

c) Résultats de la simulation

La figure 12 (extraite de la référence 8) donne les variations du "label" p de la famille $F(p)$ dans laquelle se trouve l'atome avec le temps t .

Chaque discontinuité correspond à une émission spontanée, c'est à dire encore à un saut quantique au cours duquel p change de manière aléatoire.

Entre 2 sauts quantiques successifs, l'atome reste dans la même famille $F(p)$. L'intervalle de temps entre un saut et le suivant (période noire) est une variable aléatoire choisie suivant la loi $W_p(t)$ qui dépend de p



d) Discussions physiques

- Le résultat de la simulation (Fig. 12) montre clairement les corrélations qui existent entre p et la longueur des périodes noires. Quand, au cours de sa marche au hasard, p se rapproche de 0, la longueur des périodes noires augmente considérablement.
- Interprétation de l'"entrée" dans les résonances noires. Revenons à (6.8). Le numérateur peut aussi se développer sur les 3 modes propres de désintégration associés à (6.6). Si p se rapproche de zéro, l'un de ces modes propres, celui associé à $|\Psi_{NC}\rangle$, a un temps de vie très long devant les 2 autres. Comme le vecteur d'état (6.8) est normalisé et que les 2 autres modes s'atténuent très vite, le poids relatif du mode $|\Psi_{NC}\rangle$ va devenir très vite très prépondérant. Si aucune émission spontanée n'a eu lieu pendant les temps caractéristiques des 2 autres modes, c'est à dire si on est vraiment entré dans une période noire, l'état (6.8) devient très vite égal à $|\Psi_{NC}\rangle$. Le "filtrage" conduisant à $|\Psi_{NC}\rangle$ apparaît ainsi très clairement.
- La simulation Monte Carlo que nous venons de décrire n'est pas une simulation classique. Elle préserve toutes les propriétés quantiques du système. Elle donne une nouvel éclairage sur la solution des équations de Bloch optiques généralisées, en remplaçant l'analyse des propriétés du mélange statistique associé à l'opérateur densité par l'étude de l'évolution (aléatoire) du vecteur d'état d'un seul atome au cours des temps.
- La méthode précédente peut être généralisée pour inclure l'effet de l'excitation par un champ incohérent à large bande spectrale (voir fin du cours de cette année)

Une approche plus générale, ne reposant pas sur l'utilisation de la fonction délai, a été présentée récemment (voir Ref. 11). Elle donne une simulation Monte Carlo de l'évolution de la fonction d'onde d'un système dissipatif rigoureusement équivalente à celle déduite des équations de Bloch optiques. Elle semble beaucoup mieux adaptée aux calculs numériques : il est en effet plus simple de manipuler un vecteur d'état à N composantes qu'une matrice densité à N^2 éléments, quand $N \gg 1$. Cette méthode devrait donc avoir un large champ d'applications.

⑤ Extension à 2 et 3 dimensions

Tous les paragraphes précédents sont relatifs à des modèles à 1 dimension. Plusieurs propositions ont été publiées pour étendre la méthode de piégeage cohérent de populations sélectif à 2 dimensions (Références 2, 12, 13) ou à 3 dimensions (Références 12, 13). Nous suivons ici la présentation de la Référence 13, en nous limitant de plus à une transition $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$. D'autres transitions ont été également étudiées (Ref. 14).

a - Amplitude d'absorption d'un photon pour une transition $1 \leftrightarrow 1$

- Nous ne pouvons plus, à 3 dimensions, ignorer le sous-niveau g_0 de g et les 2 sous-niveaux e_{-1} et e_1 de e .
- En représentation $\{|\vec{r}\rangle\}$, l'état le plus général dans g est représenté par une fonction d'onde à 3 composantes :

$$\langle \vec{r} | \Psi_g \rangle = \Psi_g(\vec{r}) = \Psi_{-1}(\vec{r}) |g_{-1}\rangle + \Psi_0(\vec{r}) |g_0\rangle + \Psi_1(\vec{r}) |g_1\rangle \quad (6.9)$$

Les 3 fonctions d'ondes $\Psi_q(\vec{r})$, avec $q = -1, 0, +1$, sont les composantes sphériques d'un champ vectoriel $\vec{\Psi}_g(\vec{r})$, dont les composantes cartésiennes dans la base

$$\begin{cases} |g_x\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} [|g_1\rangle - |g_{-1}\rangle] \\ |g_y\rangle = +\frac{i}{\sqrt{2}} [|g_1\rangle + |g_{-1}\rangle] \\ |g_z\rangle = |g_0\rangle \end{cases} \quad (6.10)$$

sont notées $\Psi_x(\vec{r})$, $\Psi_y(\vec{r})$, $\Psi_z(\vec{r})$

$$\vec{\Psi}_g(\vec{r}) = \Psi_x(\vec{r}) |g_x\rangle + \Psi_y(\vec{r}) |g_y\rangle + \Psi_z(\vec{r}) |g_z\rangle \quad (6.11)$$

- De même l'état le plus général dans e est décrit par le champ vectoriel

$$\vec{\Phi}_e(\vec{r}) : \{ \Phi_x(\vec{r}), \Phi_y(\vec{r}), \Phi_z(\vec{r}) \} \quad (6.12)$$

- Enfin, le champ laser lui-même, $\vec{E}_L^+(\vec{r})$, est un champ vectoriel

$$\vec{E}_L^+(\vec{r}) : \{ E_{Lx}^+(\vec{r}), E_{Ly}^+(\vec{r}), E_{Lz}^+(\vec{r}) \} \quad (6.13)$$

- A partir des propriétés des coefficients de Clebsch-Gordan d'une transition $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$, on peut alors montrer que l'amplitude $\mathcal{A}$ de transition de $\vec{\Psi}_g(\vec{r})$ à $\vec{\Phi}_e(\vec{r})$ par absorption d'un photon dans l'onde $\vec{E}_L^+(\vec{r})$ s'écrit

$$\mathcal{A} = \langle \Phi_e | V_{AL} | \Psi_g \rangle = C \int d^3r \vec{\Phi}_e(\vec{r}) \cdot [\vec{E}_L^+(\vec{r}) \times \vec{\Psi}_g(\vec{r})] \quad (6.14)$$

Un tel résultat se comprend aisément en notant que le seul scalaire que l'on peut construire à partir des 3 vecteurs $\vec{\Phi}_e$, $\vec{\Psi}_g$, $\vec{E}_L^+$ est leur produit mixte.

b - Conditions pour avoir un état piège.

- (i) Si un état piège $|\Psi_g^T\rangle$ existe, un atome porté dans cet état doit y demeurer indéfiniment. L'état $|\Psi_g^T\rangle$ ne doit donc pas être couplé au champ laser, d'où une première condition

$$V_{AL} |\Psi_g^T\rangle = 0 \quad (6.15)$$

- (ii) Il faut de plus que l'état $|\Psi_g^T\rangle$ ne soit couplé à aucun autre état par l'hamiltonien atomique H_A . Si l'état piège $|\Psi_g^T\rangle$

est en effet unique, tous les autres états sont instables et un couplage avec ces états, induit par H_A , rendrait $|\Psi_g^T\rangle$ instable. On en déduit que $|\Psi_g^T\rangle$ doit être état propre de H_A , de manière à n'être couplé qu'à lui-même par H_A . Si l'on suppose que les 3 sous-niveaux Zeeman $g_{\pm 1}, g_0$ ont la même énergie interne (pas de champ magnétique appliqué), on doit donc avoir

$$H_A^{\text{ext}} |\Psi_g^T\rangle = \frac{\vec{p}^2}{2M} |\Psi_g^T\rangle = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} |\Psi_g^T\rangle \quad (6.16)$$

En termes de fonctions d'onde, les 2 conditions (6.15) et (6.16) s'écrivent, compte tenu de (6.14)

$$\int d^3r \vec{\Phi}_e(\vec{r}) \cdot [\vec{E}_L^+(\vec{r}) \times \vec{\Psi}_g^T(\vec{r})] = 0 \quad \forall \vec{\Phi}_e(\vec{r}) \quad (6.17)$$

$$-\hbar^2 \Delta \vec{\Psi}_g^T(\vec{r}) = \hbar^2 k^2 \vec{\Psi}_g^T(\vec{r}) \quad (6.18)$$

C - Détermination de l'état piège

- Montrons d'abord qu'il est possible de trouver simplement une solution des équations (6.17) et (6.18). Il suffit de prendre

$$\vec{\Psi}_g^T(\vec{r}) = \mu \vec{E}_L^+(\vec{r}) \quad (6.19)$$

où μ est une constante.

En effet, la condition (6.17) est automatiquement satisfaite puisque $\vec{E}_L^+(\vec{r}) \times \vec{E}_L^+(\vec{r}) = \vec{0}$. Par ailleurs, comme le champ $\vec{E}_L^+(\vec{r})$ est monochromatique, de fréquence ω_L , $\vec{E}_L^+(\vec{r})$ est nécessairement une superposition d'ondes planes ayant toutes des vecteurs d'onde de même module $k_L = \omega_L/c$, de sorte que

$$\Delta \vec{E}_L^+(\vec{r}) = -k_L^2 \vec{E}_L^+(\vec{r}) \quad (6.20)$$

En reportant (6.19) dans (6.18), et en utilisant (6.20), on trouve bien alors que (6.18) est vérifiée avec $\hbar^2 k^2 = \hbar^2 k_L^2$.

En prenant pour décrire l'atome dans g , le même champ vectoriel que celui qui décrit l'onde laser, on obtient donc un état piège satisfaisant les 2 conditions (6.17) et (6.18).

- L'équation (6.19) définit bien un état piège. Mais nous n'avons pas démontré qu'il n'y a pas d'autre état piège.

Donnons un contre-exemple. Considérons une configuration laser formée de 3 ondes planes de même fréquence et dont les vecteurs d'ondes $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ sont dans un même plan xOy , avec

$$|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = |\vec{k}_3| = \frac{\omega_L}{c} = k_L \quad (6.21)$$

Supposons maintenant que, au lieu de prendre μ constant dans (6.19), nous remplaçons μ par e^{iKz} , où K est une constante

$$\vec{\psi}_g^T(\vec{r}) = e^{iKz} \vec{E}_L^+(\vec{r}) \quad (6.22)$$

La condition (6.17) est bien sûr toujours vérifiée puisque $\vec{\psi}_g^T(\vec{r})$ reste parallèle à $\vec{E}_L^+$. Par ailleurs, la multiplication par e^{iKz} dans (6.22) revient à ajouter aux 3 vecteurs d'onde $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ qui figurent dans le développement de $\vec{E}_L^+$ en ondes planes, un vecteur d'onde $K\vec{e}_3$, parallèle à Oz . Comme $K\vec{e}_3$ est perpendiculaire à xOy , donc à $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$, les 3 vecteurs d'ondes $\vec{k}_i + K\vec{e}_3$ ont même module, égal à $\sqrt{k_L^2 + K^2}$, de sorte que

$$\frac{\vec{P}^2}{2M} e^{iKz} \vec{E}_L^+(\vec{r}) = \frac{\hbar^2(k_L^2 + K^2)}{2M} e^{iKz} \vec{E}_L^+(\vec{r}) \quad (6.23)$$

Si $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ sont coplanaires, nous avons donc une infinité d'états piégés qui diffèrent les uns des autres par l'impulsion le long du plan $(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$. Le piégeage n'est donc qu'à 2 dimensions.

- La discussion précédente suggère donc que, pour avoir un piège unique à 3 dimensions, il faut prendre une configuration laser formée d'au moins 4 ondes planes de vecteurs d'ondes $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3, \vec{k}_4$, tous de même module, et tels qu'il existe une seule sphère, de rayon k_L , centrée en O , et passant par les extrémités de ces 4 vecteurs d'onde. Toute translation $\vec{K}$ détruit alors l'égalité entre les modules des 4 vecteurs $\vec{k}_i + \vec{K}$ ($i=1,2,3,4$), et l'égalité (6.23), donc (6.18), n'est plus vérifiée.

Un état piégé à 3 dimensions est donc nécessairement une superposition linéaire d'au moins 4 états d'impulsion de même module et de directions différentes, et qui diffèrent aussi par l'état interne.

Références (suite de la liste de la page V-9)

- (7) J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. **B18**, 1661 (1985).
- (8) C. Cohen-Tannoudji, F. Bardou and A. Aspect, Proceedings of Temicol's 91, Ed. by M. Ducloy, E. Giacobino, G. Camy, World Scientific, à paraître.
- (9) C. Cohen-Tannoudji and J. Dalibard, Europhys. Lett. **1**, 441 (1986)
- (10) P. Zoller, M. Marte and D. F. Walls, Phys. Rev. **A35**, 198 (1987)
- (11) J. Dalibard, Y. Castin and K. Mølmer, à paraître.
- (12) F. Mauri, F. Papoff and E. Arimondo, in Proceedings of Light Induced Kinetic Effects, L. Moi, S. Gozzini, C. Gabbanini, E. Arimondo and F. S. Marchetti eds, (E.T.S. Editrice, Pisa, 1991)
- (13) M.A. Ol'shanii and V.G. Minogin, Proceedings of L.I.K.E. (Même référence que 12)
- (14) F. Papoff, F. Mauri and E. Arimondo, JOSA B, à paraître.