

Buts de ce cours.

Etudier une configuration Λ plus générale que celle apparaissant sur la transition $J_g=1 \leftrightarrow J_e=1$ excitée en $\sigma^+ - \sigma^-$.
Montrer que

- La force moyenne peut être non nulle, contrairement à ce qui se passe pour $J_g=1 \leftrightarrow J_e=1$ et $\sigma^+ - \sigma^-$.
- Le phénomène de piégeage cohérent de population subsiste et donne naissance à des "résonances noires" étroites sur le temps de fluorescence.
- de nouveaux mécanismes de refroidissement subs-Doppler peuvent apparaître.

① Le modèle étudié

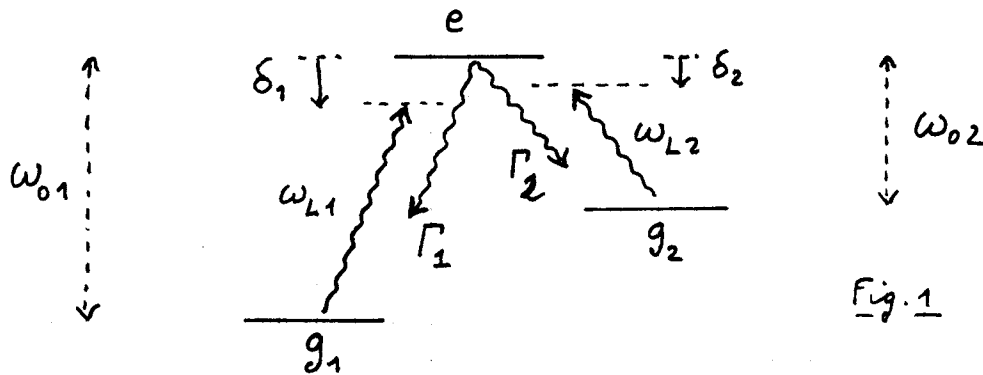


Fig. 1

Niveaux atomiques (Fig. 1)

- Atome à 3 niveaux e, g_1, g_2
- Fréquences atomiques $e \leftrightarrow g_1 : \omega_{01}$, $e \leftrightarrow g_2 : \omega_{02}$
Les fréquences ω_{01} et ω_{02} peuvent être très différentes
(Exemple de Ba^+ : $\lambda_1 = 493 \text{ nm}$ $\lambda_2 = 650 \text{ nm}$)
- Taux d'émission spontanée $e \rightarrow g_1 : \Gamma_1$
" " " $e \rightarrow g_2 : \Gamma_2$

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \quad (4.1)$$

Γ : largeur naturelle de e - Pas d'émission spontanée $g_2 \rightarrow g_1$

Lasers (Fig. 2)

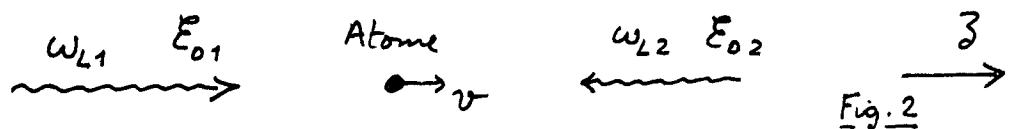


Fig. 2

- Fréquences ω_{L1} et ω_{L2} proches de ω_{01} et ω_{02}
On néglige l'excitation (très non résonnante) de $g_2 \leftrightarrow e$ par ω_{L1} et $g_1 \leftrightarrow e$ par ω_{L2}

Désaccords $\delta_1 = \omega_{L1} - \omega_{01}$ $\delta_2 = \omega_{L2} - \omega_{02}$ (4.2)

Condition de résonance Raman

$$\delta_1 = \delta_2 \rightarrow \omega_{L1} - \omega_{L2} = \omega_{01} - \omega_{02} \quad (4.3)$$

Couplages

Fréquence de Rabi

Ω_1 sur la transition $g_1 \leftrightarrow e$
 Ω_2 " " " $g_2 \leftrightarrow e$

② Les équations de base

a. Hamiltonien.

- Hamiltonien atomique.

Traitement semi-classique de la position

$$z = vt$$

(4.4)

On prend pour énergie zéro, celle de l'état e

$$H_A = -\hbar\omega_{01} |g_1\rangle\langle g_1| - \hbar\omega_{02} |g_2\rangle\langle g_2|$$

(4.5)

- Couplage atome-lasers

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega_1}{2} |e\rangle\langle g_1| e^{ik_1 z} e^{-i\omega_{L1} t} + h.c. \\ + \frac{\hbar\Omega_2}{2} |e\rangle\langle g_2| e^{-ik_2 z} e^{-i\omega_{L2} t} + h.c.$$

(4.6)

Les exponentielles en z viennent de la propagation spatiale qui se fait pour les 2 ondes dans des directions opposées, avec des vecteurs d'onde $k_1 = \omega_{L1}/c$ et $-k_2 = -\omega_{L2}/c$. Si l'on remplace z par vt dans (4.6), on voit apparaître les fréquences "vues" par l'atome dans son référentiel au repos et décalées de ω_{L1} et ω_{L2} par effet Doppler : $\omega_{L1} - k_1 v$ et $\omega_{L2} + k_2 v$.

b. Equations de Bloch optiques

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H_A + V_{AL}, \sigma] + \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{em. spontanée} \quad (4.7)$$

Forme du terme d'émission spontanée

$$(\dot{\sigma}_{ee})_{em.sp.} = -\Gamma \sigma_{ee}$$

$$(\dot{\sigma}_{eg_1})_{em.sp.} = -\frac{\Gamma}{2} \sigma_{eg_1}$$

$$(\dot{\sigma}_{eg_2})_{em.sp.} = -\frac{\Gamma}{2} \sigma_{eg_2}$$

$$(\dot{\sigma}_{g_1 g_1})_{em.sp.} = \Gamma_1 \sigma_{ee}$$

$$(\dot{\sigma}_{g_2 g_2})_{em.sp.} = \Gamma_2 \sigma_{ee}$$

$$(\dot{\sigma}_{g_1 g_2})_{em.sp.} = 0$$

(4.8)

La dernière équation est justifiée, soit par des arguments de symétrie (g_1 et g_2 ont des nombres quantiques m différents, de sorte que $\sigma_{g_1 g_2}$ ne se transforme pas par rotation comme σ_{ee}), soit par des arguments d'approximation séculaire (même si g_1 et g_2 avaient la même symétrie, le couplage par émission spontanée entre σ_{ee} et $\sigma_{g_1 g_2}$ est négligeable car la différence entre les fréquences propres de σ_{ee} et $\sigma_{g_1 g_2}$ est très grande devant Γ).

c. Changement de fonctions - Transformation unitaire

- Les équations déduites de (4.7), ont des coefficients dépendant du temps

à cause des termes en $e^{-i\omega_{L1}t}$, $e^{-i\omega_{L2}t}$, e^{ik_1z} , e^{-ik_2z} (avec $z=vt$) de (4.6).

- On peut vérifier alors qu'il est possible d'obtenir un nouveau système d'équations avec des coefficients indépendants du temps moyennant le changement de fonctions

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{1e} = \sigma_{1e} e^{ik_1z} e^{-i\omega_{L1}t} = \sigma_{1e} e^{-i(\omega_{L1}-k_1v)t} \\ \tilde{\sigma}_{2e} = \sigma_{2e} e^{-ik_2z} e^{-i\omega_{L2}t} = \sigma_{2e} e^{-i(\omega_{L2}+k_2v)t} \\ \tilde{\sigma}_{12} = \sigma_{12} e^{i(k_1+k_2)z} e^{-i(\omega_{L1}-\omega_{L2})t} = \sigma_{12} e^{-i[(\omega_{L1}-k_1v)-(\omega_{L2}+k_2v)]t} \end{cases} \quad (4.9)$$

- La transformation (4.9) peut encore être considérée comme résultant d'une transformation unitaire $T(t)$ appliquée à σ

$$\tilde{\sigma} = T(t) \sigma T^\dagger(t) \quad (4.10)$$

$$T(t) = e^{-iS(t)} \quad \text{avec } S = S^\dagger \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} S(t) &= (\omega_{L1}t - k_1z) |g_1\rangle\langle g_1| + (\omega_{L2}t + k_2z) |g_2\rangle\langle g_2| \\ &= (\omega_{L1} - k_1v)t |g_1\rangle\langle g_1| + (\omega_{L2} + k_2v)t |g_2\rangle\langle g_2| \end{aligned} \quad (4.12)$$

Une telle opération généralise en fait le passage dans le référentiel en mouvement et tournant introduit dans le cours III.

- Nouvel hamiltonien. Même calcul que pour (3.8)

$$\tilde{H} = T(t) [H_A + V_{AL}] T^\dagger(t) + i\hbar \left[\frac{dT(t)}{dt} \right] T^\dagger(t) \quad (4.13)$$

$$\tilde{V}_{AL} = T(t) V_{AL} T^\dagger(t) = \frac{\hbar\Omega_1}{2} |e\rangle\langle g_1| + \frac{\hbar\Omega_2}{2} |e\rangle\langle g_2| + h.c. \quad (4.14)$$

On vérifie bien que $T(t)$ fait disparaître toute dépendance temporelle dans $T V_{AL} T^\dagger$

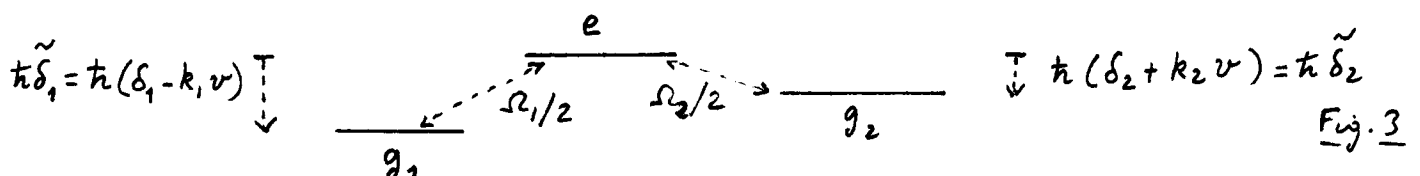
$$T(t) H_A T^\dagger(t) = H_A \quad (4.15)$$

$$i\hbar \left[\frac{dT(t)}{dt} \right] T^\dagger(t) = \hbar \frac{dS}{dt} = \hbar(\omega_{L1} - k_1v) |g_1\rangle\langle g_1| + \hbar(\omega_{L2} + k_2v) |g_2\rangle\langle g_2| \quad (4.16)$$

En regroupant H_A et $i\hbar \frac{dT}{dt} T^\dagger$, on fait apparaître un nouvel hamiltonien atomique

$$\begin{aligned} \tilde{H}_A &= H_A + i\hbar \frac{dT}{dt} T^\dagger = \hbar(\omega_{L1} - \omega_{01} - k_1v) |g_1\rangle\langle g_1| + \hbar(\omega_{L2} - \omega_{02} + k_2v) |g_2\rangle\langle g_2| \\ &= \hbar(\delta_1 - k_1v) |g_1\rangle\langle g_1| + \hbar(\delta_2 + k_2v) |g_2\rangle\langle g_2| \end{aligned} \quad (4.17)$$

dont les niveaux sont représentés sur la figure 3.



On a maintenant 3 niveaux très rapprochés (car $\delta_1, \delta_2, k_1v, k_2v$ sont très petits devant ω_{01} et ω_{02}), avec des couplages $\Omega_{1/2}$ entre e et g_1 , $\Omega_{2/2}$ entre e et g_2 . On posera

$$\tilde{\delta}_1 = \delta_1 - k_1v \quad \tilde{\delta}_2 = \delta_2 + k_2v \quad (4.18)$$

Nouvelles équations de Bloch optiques

Après (4.9), les équations (4.7) deviennent

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\sigma}}_{ee} = -i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\sigma}_{1e} - \tilde{\sigma}_{e1}) - i\frac{\Omega_2}{2}(\tilde{\sigma}_{2e} - \tilde{\sigma}_{e2}) - \Gamma \tilde{\sigma}_{ee} \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{11} = i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\sigma}_{1e} - \tilde{\sigma}_{e1}) + \Gamma_1 \tilde{\sigma}_{ee} \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{22} = i\frac{\Omega_2}{2}(\tilde{\sigma}_{2e} - \tilde{\sigma}_{e2}) + \Gamma_2 \tilde{\sigma}_{ee} \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{1e} = -(i\tilde{\delta}_1 + \frac{\Gamma}{2})\tilde{\sigma}_{1e} - i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{11}) + i\frac{\Omega_2}{2}\tilde{\sigma}_{12} \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{2e} = -(i\tilde{\delta}_2 + \frac{\Gamma}{2})\tilde{\sigma}_{2e} - i\frac{\Omega_2}{2}(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{22}) + i\frac{\Omega_1}{2}\tilde{\sigma}_{21} \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{12} = i(\tilde{\delta}_2 - \tilde{\delta}_1)\tilde{\sigma}_{12} - i\frac{\Omega_1}{2}\tilde{\sigma}_{e2} + i\frac{\Omega_2}{2}\tilde{\sigma}_{1e} \end{cases} \quad (4.19)$$

Nous avons utilisé les notations plus compactes $\tilde{\sigma}_{eg_i} = \tilde{\sigma}_{ei}$ ($i=1,2$)
 $\tilde{\sigma}_{g_i g_j} = \tilde{\sigma}_{ij}$. Notons également que les éléments diagonaux de σ
 restent invariants par T : $\tilde{\sigma}_{11} = \sigma_{11}$ $\tilde{\sigma}_{22} = \sigma_{22}$ $\tilde{\sigma}_{ee} = \sigma_{ee}$

d. Le point de vue de l'atome habillé

- Les champs laser sont quantifiés. Les états du système global $A+L_1+L_2$ "atome + laser 1 + laser 2" sont repérés par 3 nombres quantiques, 1 pour l'atome (e, g_1, g_2), 1 pour le nombre N_1 de photons 1, 1 pour le nombre N_2 de photons 2. On se place dans le référentiel au repos de l'atome de sorte que les fréquences laser sont $\omega_{L1} - k_1 v$ et $\omega_{L2} + k_2 v$
- Les niveaux non-perturbés du système $A+L_1+L_2$ se groupent en multiplicités $E(N_1, N_2)$ de 3 niveaux, bien séparés les uns des autres, la disposition des niveaux à l'intérieur de chaque multiplicité étant la même qu'en la figure 3. La figure 4 représente 3 de ces multiplicités.

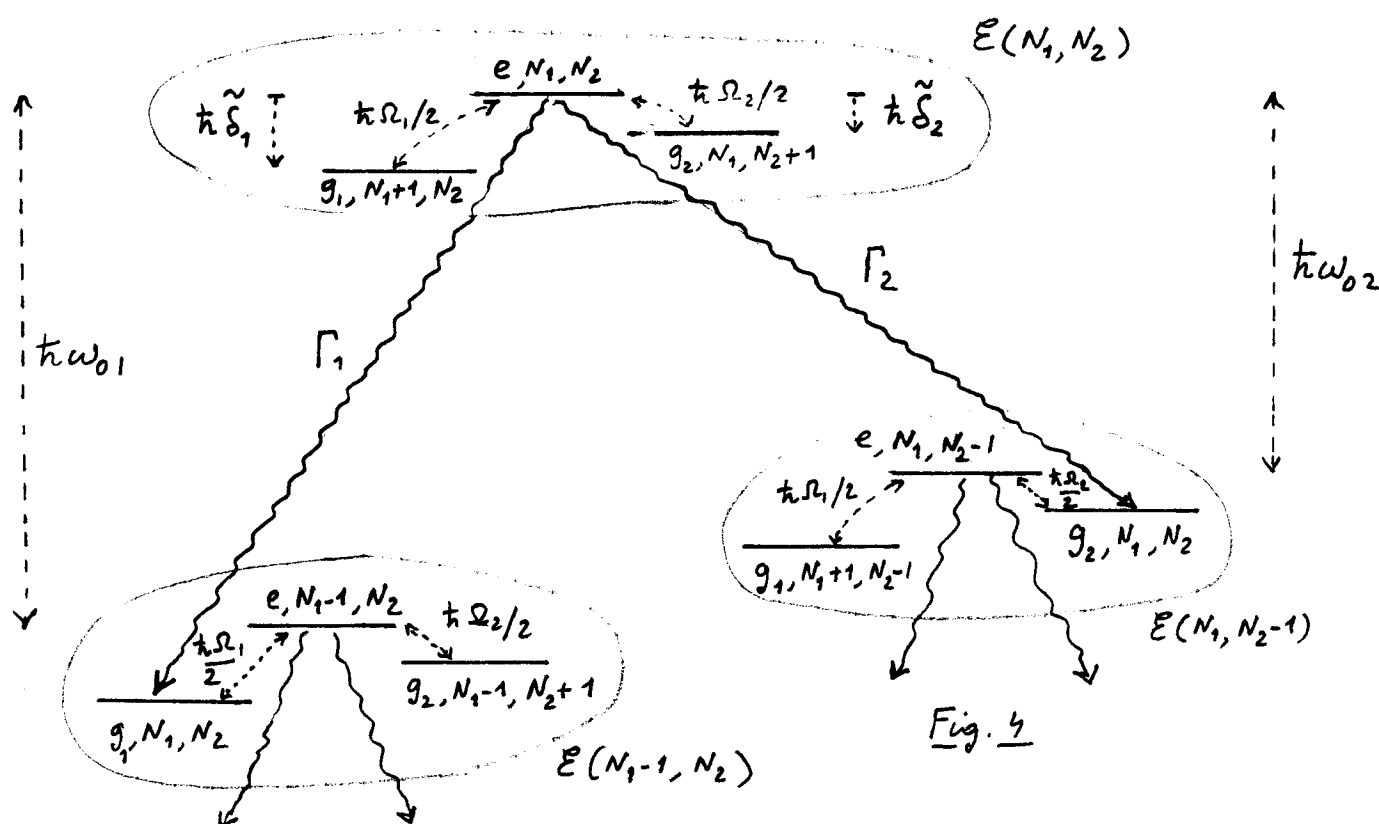


Fig. 4

- A l'intérieur de $E(N_1, N_2)$, le couplage $\hbar\Omega_1/2$ entre $|g_1, N_1+1, N_2\rangle$ et $|e, N_1, N_2\rangle$ exprime le fait que l'atome dans l'état g_1 en présence de N_1+1 photons L_1 peut absorber un de ces photons et passer dans e , le système global passant dans $|e, N_1, N_2\rangle$. Idem pour le couplage $\hbar\Omega_2/2$ entre $|g_2, N_1, N_2+1\rangle$ et $|e, N_1, N_2\rangle$.

Le système ne peut quitter la multiplicité $E(N_1, N_2)$ que par émission spontanée à partir de $|e, N_1, N_2\rangle$. Il peut alors aller soit vers $|g_1, N_1, N_2\rangle$ (qui appartient à $E(N_1-1, N_2)$) avec un taux Γ_1 , soit vers $|g_2, N_1, N_2\rangle$ (qui appartient à $E(N_1, N_2-1)$) avec un taux Γ_2 . (Fleches ondulées de la figure 4). Noter que N_1 et N_2 ne changent pas au cours d'un processus d'émission spontanée. Seul l'état atomique change, passant de e à g_1 ou de e à g_2 .

- Le fait qu'on retrouve la même structure dans la figure 3 et dans chaque multiplicité de la figure 4 montre que la transformation unitaire visant à éliminer toute dépendance explicite du temps dans l'hamiltonien revient en fait à quantifier les champs lasers. Le point de vue de l'atome habillé est cependant plus fructueux car il associe à une suite de processus d'émission spontanée l'image d'une "cascade radiative de l'atome habillé" descendant le long de son diagramme énergétique.

③ La force moyenne

a) Expression de la force moyenne $\vec{F}$

- Partons de l'expression semiclassique

$$\vec{F} = -\langle \vec{\nabla} V_{AL}(z) \rangle \quad (4.20)$$

En utilisant (4.6), et le fait que $\langle |e\rangle\langle g_1| \rangle = \sigma_{1e} \dots$, on obtient

$$\vec{F} = \left[-i\hbar k_1 \frac{\Omega_1}{2} \sigma_{1e} e^{ik_1 z} e^{-i\omega_{L1} t} + i\hbar k_2 \frac{\Omega_2}{2} \sigma_{2e} e^{-ik_2 z} e^{-i\omega_{L2} t} + c.c \right] \vec{E}_3 \quad (4.21)$$

c'est à dire encore, compte tenu de (4.9)

$$\vec{F} = \left[-i\hbar k_1 \frac{\Omega_1}{2} (\tilde{\sigma}_{1e} - \tilde{\sigma}_{e1}) + i\hbar k_2 \frac{\Omega_2}{2} (\tilde{\sigma}_{2e} - \tilde{\sigma}_{e2}) \right] \vec{E}_3 \quad (4.22)$$

- On peut alors utiliser les 2^{ème} et 3^{ème} équations (4.19) pour réexprimer $\tilde{\sigma}_{1e} - \tilde{\sigma}_{e1}$ et $\tilde{\sigma}_{2e} - \tilde{\sigma}_{e2}$. On obtient ainsi

$$\vec{F} = \left\{ -\hbar k_1 [\dot{\tilde{\sigma}}_{11} - \Gamma_1 \tilde{\sigma}_{ee}] + \hbar k_2 [\dot{\tilde{\sigma}}_{22} - \Gamma_2 \tilde{\sigma}_{ee}] \right\} \vec{E}_3 \quad (4.23)$$

En régime stationnaire, $\dot{\tilde{\sigma}}_{11} = \dot{\tilde{\sigma}}_{22} = 0$, et on a finalement

$$\vec{F} = (\hbar k_1 \Gamma_1 - \hbar k_2 \Gamma_2) \tilde{\sigma}_{ee} \vec{E}_3$$

(4.24)

- On aurait pu bien sûr, comme dans les cas I, II, III précédents, éliminer adiabatiquement les cohérences optiques qui apparaissent dans l'expression (4.22) de $\vec{F}$, pour les réexprimer au moyen de (4.19) en fonction de $\tilde{\sigma}_{11}$, $\tilde{\sigma}_{22}$ et $\tilde{\sigma}_{12}$. Une telle procédure, valable seulement à faible intensité et faible vitesse, permettant ensuite de séparer dans $\vec{F}$ une partie réactive et une partie dissipative. La simplicité de la transition Λ étudiée ici permet d'obtenir plus rapidement une expression simple (4.24), valable de plus à toute intensité et toute vitesse.

b) Interprétation physique

- D'après (4.24), $\mathcal{F}$ apparaît comme égale à $\hbar k_1$ fois $(dN_1/dt)_{sp}$, où $(dN_1/dt)_{sp} = \Gamma_1 \sigma_{ee}$ est le nombre de photons émis spontanément par seconde sur la transition $e \rightarrow g_1$, moins $\hbar k_2$ fois $(dN_2/dt)_{sp}$ où $(dN_2/dt)_{sp} = \Gamma_2 \sigma_{ee}$ est le nombre de photons émis spontanément par seconde sur la transition $e \rightarrow g_2$.

- En fait, comme les photons émis spontanément ont en moyenne une impulsion nulle (puisque les probabilités d'émission spontanée dans 2 directions opposées sont égales), on s'attendrait plutôt à avoir

$$\mathcal{F} = \hbar k_1 (dN_1/dt)_{abs} - \hbar k_2 (dN_2/dt)_{abs} \quad (4.25)$$

où $(dN_1/dt)_{abs}$ et $(dN_2/dt)_{abs}$ sont les nombres de photons disparaissant par seconde des ondes laser ω_{L1} et ω_{L2} par absorption. La démonstration de (4.25) résulte de la conservation de l'impulsion globale.

- Montrons que

$$(dN_1/dt)_{sp} = (dN_1/dt)_{abs} \quad (dN_2/dt)_{sp} = (dN_2/dt)_{abs} \quad (4.26)$$

Pour cela, il suffit de noter que, tout de suite après une émission spontanée sur $e \rightarrow g_1$, l'atome se trouve dans g_1 , le système global étant par exemple dans l'état $|g_1, N_1, N_2\rangle$ (voir Fig. 4) la prochaine émission spontanée ne pourra alors se faire qu'à partir de l'état $|e, N_1-1, N_2\rangle$ qui appartient à la même multiplicité que $|g_2, N_1, N_2\rangle$, et nécessitera donc forcément l'absorption d'un photon ω_{L1} . Concrètement, l'atome ne peut quitter l'état g_1 que par absorption d'un photon ω_{L1} . En d'autres termes, toute émission spontanée sur $e \rightarrow g_1$ est nécessairement suivie de l'absorption d'un photon ω_{L1} , d'où la 1^{re} égalité (4.26). Même démonstration pour la 2^{de} égalité. Notons qu'une émission spontanée sur $e \rightarrow g_1$ n'est pas nécessairement précédée par l'absorption d'un photon ω_{L1} . L'atome peut en effet "monter" dans e , soit à partir de g_1 par absorption d'un photon ω_{L1} , soit à partir de g_2 par absorption d'un photon ω_{L2} . La corrélation sur laquelle nous nous appuyons pour démontrer (4.26), et par suite l'identité entre (4.24) et (4.25) concerne donc un processus d'émission spontanée et le processus d'absorption suivant.

- Notons enfin que le raisonnement précédent permet de comprendre simplement pourquoi la force moyenne totale s'annule sur une transition $J_g=1 \leftrightarrow J_e=1$ en $\sigma^+ - \sigma^-$. On a en effet, dans ce cas, $k_1 = k_2$ et $\Gamma_1 = \Gamma_2$.

④ Piégeage cohérent de populations - Résonances noires

a) Etude à partir des équations de Bloch optique (Refs 2, 3, 4, 6)

- L'équation (4.24) montre que la force moyenne est, comme le taux de fluorescence R_F , proportionnelle à la population σ_{ee} de e . Pour étudier les variations de R_F ou $\mathcal{F}$ avec ν (ou avec δ_2, S_1 et ν étant fixés ...), une première méthode consiste à essayer de trouver la solution stationnaire des équations (4.19).

- En fait, il est possible d'obtenir une expression analytique de $\tilde{\sigma}_{ee}$. Voir par exemple Ref. 6. Nous ne la donnerons pas ici, préférant insister sur la discussion physique du § 4b suivant.
- Nous nous contenterons de vérifier que pour

$$\tilde{\delta}_2 = \tilde{\delta}_1 \quad (4.27)$$

la solution stationnaire de (4.19) correspond à $\tilde{\sigma}_{ee} = 0$. Pour cela, généralisant les résultats du cours III, nous pouvons essayer d'introduire une combinaison linéaire de $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$ qui n'est pas couplée à $|e\rangle$ par $\tilde{V}_{AL}$ donné en (4.14)

$$|\psi_{Ne}\rangle = \frac{\Omega_2 |g_1\rangle - \Omega_1 |g_2\rangle}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} \quad (4.28)$$

et voir si la matrice densité correspondant à (4.28)

$$\tilde{\sigma}_{ee} = \tilde{\sigma}_{e1} = \tilde{\sigma}_{e2} = 0 \quad \tilde{\sigma}_{11} = \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \quad \tilde{\sigma}_{22} = \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \quad \tilde{\sigma}_{12} = \frac{-\Omega_1 \Omega_2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} = \tilde{\sigma}_{21} \quad (4.29)$$

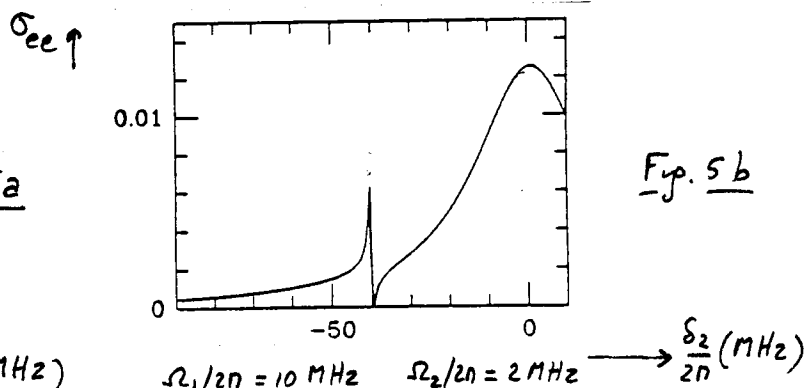
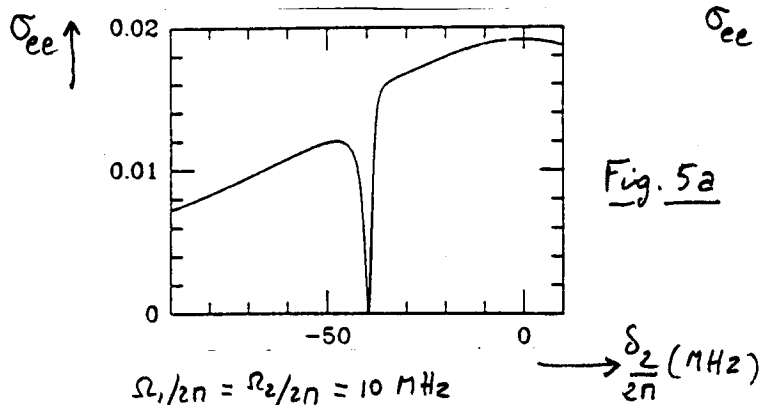
est une solution stationnaire de (4.19). Un calcul très simple montre que c'est bien ce qui se passe si $\tilde{\delta}_2 - \tilde{\delta}_1 = 0$

Lorsque la condition de résonance Raman est vérifiée, les atomes sont donc piégés dans l'état (4.28), la fluorescence s'arrête et la force moyenne s'annule.

Notons bien que la condition de résonance Raman (4.29) correspond à l'égalité entre $\tilde{\omega}_{e1} - \tilde{\omega}_{e2}$ (fréquences laser corrigées des déplacements Doppler) et $\omega_{01} - \omega_{02}$ (fréquences atomiques non corrigées des déplacements lumineux).

- Lorsqu'on fait varier $\tilde{\delta}_2 - \tilde{\delta}_1$ autour de 0, on constate sur la solution analytique ou numérique de (4.19) que $\tilde{\sigma}_{ee}$ reprend une valeur non nulle, les variations de $\tilde{\sigma}_{ee}$ avec $\tilde{\delta}_2 - \tilde{\delta}_1$ se faisant sur une plage très étroite, si les fréquences de Rabi Ω_1 et Ω_2 sont assez faibles. De telles résonances, avec disparition de la fluorescence au centre, ont été observées pour la 1^{ère} fois sur l'atome de Sodium (Ref. 1) et ont été appelées "résonances noires"

Quelques exemples de courbes théoriques, extraites de la Ref. 6, sont données sur les Figures 5a et 5b. Elles correspondent à $\Gamma/2\pi = 21 \text{ MHz}$, $\Gamma_1/\Gamma_2 \approx 3$ (Cas de l'ion Ba^+ où $e = 6^2P_{1/2}$, $g_1 = 6^2S_{1/2}$, $g_2 = 5^2D_{3/2}$). On a pris $v = 0$, $\delta_1/2\pi = -40 \text{ MHz}$, et on fait varier δ_2



b) Interprétation physique

- L'interprétation physique des résonances noires est plus facile à donner dans le point de vue de l'atome habillé. Pour cela, changeons de base à l'intérieur des multiplicités de la figure 4.
- Considérons par exemple la multiplicité $E(N_1, N_2)$. Introduisons 2 combinaisons linéaires orthogonales des états $|g_1, N_1+1, N_2\rangle$ et $|g_2, N_1, N_2+1\rangle$

$$\begin{cases} |\Psi_C\rangle = \frac{\Omega_1}{\Omega} |g_1, N_1+1, N_2\rangle + \frac{\Omega_2}{\Omega} |g_2, N_1, N_2+1\rangle \end{cases} \quad (4.30.a)$$

$$\begin{cases} |\Psi_{NC}\rangle = \frac{\Omega_2}{\Omega} |g_1, N_1+1, N_2\rangle - \frac{\Omega_1}{\Omega} |g_2, N_1, N_2+1\rangle \end{cases} \quad (4.30.b)$$

avec $\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$ (4.30.c)

telles que, seule $|\Psi_C\rangle$ soit couplée à $|e, N_1, N_2\rangle$ par $\tilde{V}_{AL}$, $|\Psi_{NC}\rangle$ ne l'étant pas. En utilisant l'expression (4.14) de $\tilde{V}_{AL}$, on trouve en effet que

$$\begin{cases} \langle e, N_1, N_2 | \tilde{V}_{AL} | \Psi_C \rangle = \frac{\hbar \Omega}{2} \end{cases} \quad (4.31.a)$$

$$\begin{cases} \langle e, N_1, N_2 | \tilde{V}_{AL} | \Psi_{NC} \rangle = 0 \end{cases} \quad (4.31.b)$$

- A l'intérieur de $E(N_1, N_2)$, $\tilde{V}_{AL}$ n'est pas le seul hamiltonien à prendre en compte. Il y a également l'hamiltonien propre de l'atome et des photons lasers

$$H_0 = H_A + \hbar \tilde{\omega}_{L1} N_1 + \hbar \tilde{\omega}_{L2} N_2 \quad (4.32)$$

où $N_1 = a_1^\dagger a_1$ et $N_2 = a_2^\dagger a_2$ sont les opérateurs nombres de photons ω_{L1} et ω_{L2} . L'hamiltonien (4.32) est le correspondant quantique de l'hamiltonien semi-classique obtenu en (4.17) après la transformation T. En prenant pour zéro d'énergie, l'énergie de $|e, N_1, N_2\rangle$, on a (voir Fig. 4)

$$H_0 = \hbar \tilde{\delta}_1 |g_1, N_1+1, N_2\rangle \langle g_1, N_1+1, N_2| + \hbar \tilde{\delta}_2 |g_2, N_1, N_2+1\rangle \langle g_2, N_1, N_2+1| \quad (4.33)$$

En utilisant (4.30), il est facile alors de calculer les éléments de matrice de H_0 dans la base $\{|e, N_1, N_2\rangle, |\Psi_C\rangle, |\Psi_{NC}\rangle\}$

Éléments diagonaux de H_0

$$\begin{cases} \langle e, N_1, N_2 | H_0 | e, N_1, N_2 \rangle = 0 \end{cases} \quad (4.34.a)$$

$$\begin{cases} \langle \Psi_C | H_0 | \Psi_C \rangle = \hbar \tilde{\delta}_C \end{cases} \quad (4.34.b)$$

$$\begin{cases} \langle \Psi_{NC} | H_0 | \Psi_{NC} \rangle = \hbar \tilde{\delta}_{NC} \end{cases} \quad (4.34.c)$$

avec $\tilde{\delta}_C = \frac{\tilde{\delta}_1 \Omega_1^2 + \tilde{\delta}_2 \Omega_2^2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$ (4.35.a)

$$\begin{cases} \tilde{\delta}_{NC} = \frac{\tilde{\delta}_1 \Omega_2^2 + \tilde{\delta}_2 \Omega_1^2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \end{cases} \quad (4.35.b)$$

Notons que $\tilde{\delta}_C$ et $\tilde{\delta}_{NC}$ sont égaux dans 2 cas

(i) $\Omega_1 = \Omega_2 \rightarrow \tilde{\delta}_C = \tilde{\delta}_{NC} = \frac{\tilde{\delta}_1 + \tilde{\delta}_2}{2}$ (4.36)

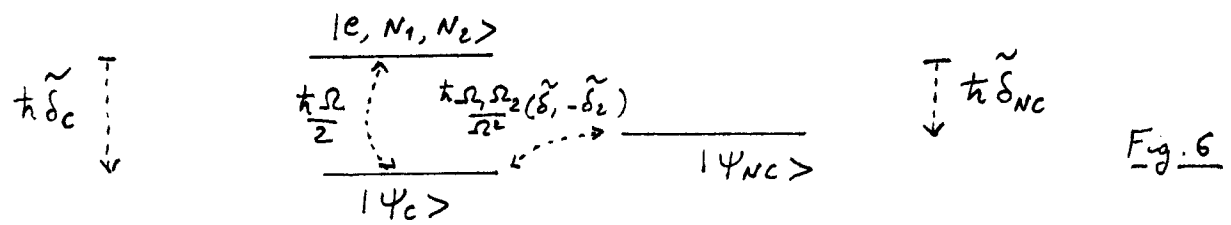
(ii) $\tilde{\delta}_1 = \tilde{\delta}_2 = \tilde{\delta} \rightarrow \tilde{\delta}_C = \tilde{\delta}_{NC} = \tilde{\delta}$ (4.37)

Elements non-diagonaux de H_0

les seuls non nuls sont

$$\langle \Psi_C | H_0 | \Psi_{NC} \rangle = \langle \Psi_{NC} | H_0 | \Psi_C \rangle = \frac{\hbar \Omega_1 \Omega_2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} (\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2) \quad (4.38)$$

- La figure 6 récapitule tous les résultats précédents en donnant, à l'intérieur de $E(N_1, N_2)$, la position des niveaux $|e, N_1, N_2\rangle$, $|\Psi_C\rangle$, $|\Psi_{NC}\rangle$ et les couplages qui existent entre eux : $\hbar \Omega_C/2$ entre $|e, N_1, N_2\rangle$ et $|\Psi_C\rangle$ (voir 4.31.2) et $\hbar \Omega_1 \Omega_2 (\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2) / \Omega^2$ entre $|\Psi_C\rangle$ et $|\Psi_{NC}\rangle$ (voir 4.38)



- Commençons alors à supposer que $\tilde{\delta}_1 = \tilde{\delta}_2$ (condition de résonance Raman entre niveaux non perturbés). Il est clair alors sur la figure 6 que le niveau $|\Psi_{NC}\rangle$ est totalement découplé des 2 autres.

Dans la cascade radiative de l'atome habillé, l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ qui est contaminé par g_1 et g_2 peut être alimenté par émission spontanée à partir du niveau e d'une multiplicité située plus haut en énergie. Une fois que l'atome habillé est dans l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ il ne peut plus alors quitter cet état, car il n'est couplé à aucun des 2 autres états de la multiplicité et il ne contient aucune contamination de e qui lui permette de se désintégrer par émission spontanée vers les multiplicités plus basses. L'état $|\Psi_{NC}\rangle$ est un piège parfait pour $\tilde{\delta}_1 = \tilde{\delta}_2$.

- Dès que $\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2$ n'est plus nul, on voit sur la figure 6 que l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ est couplé à l'état $|\Psi_C\rangle$, lequel est lui-même couplé à l'état instable $|e, N_1, N_2\rangle$. Par double contamination, celle de $|\Psi_C\rangle$ par $|e, N_1, N_2\rangle$, puis celle de $|\Psi_{NC}\rangle$ par $|\Psi_C\rangle$, l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ acquiert donc une certaine instabilité. L'état $|\Psi_{NC}\rangle$ n'est donc plus un piège parfait pour $\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2 \neq 0$ et on comprend bien pourquoi la fluorescence réapparaît autour de $\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2 = 0$ quand on balaye $\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2$. Une étude plus poussée des contaminations de $|\Psi_C\rangle$ par $|e, N_1, N_2\rangle$ et de $|\Psi_{NC}\rangle$ par $|\Psi_C\rangle$ permettrait de rendre compte de la forme des résonances noires (voir Fig. 5) et de l'évolution de cette forme avec $\Omega_1, \Omega_2, \delta_1, \delta_2$.

- En conclusion, on peut dire que l'étude présentée ici généralise celle présentée à la fin du cours III, le couplage (4.38) généralisant le couplage inertiel (3.25) entre $|\Psi_S\rangle$ et $|\Psi_A\rangle$.

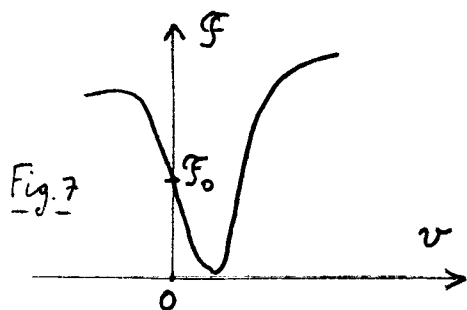
⑤ Refroidissement sub-Doppler.

- Supposons que, δ_1 et δ_2 étant fixés, on fasse varier la vitesse v de l'atome autour de 0. D'après (4.18)

$$\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2 = \delta_1 - \delta_2 - (k_1 + k_2)v \quad (4.39)$$

ce qui montre que $\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2$ varie autour de $\delta_1 - \delta_2$. D'après les résultats du § 4 précédent, la force moyenne, qui est proportionnelle à $\partial \phi / \partial v$, présente en fonction de v des résonances noires étroites.

- Imaginons que l'on règle δ_1, δ_2 de manière que, pour $v=0$, on soit sur le flanc descendant d'une résonance noire (Fig. 7)



Pour $v=0$, F a donc une valeur non nulle, F_0 , qui peut être compensée par une force de rappel statique si l'atome (ou l'ion) est dans un piège. Il apparaît alors clairement que la force $F-F_0$ varie très vite autour de $v=0$, et s'écrit pour v assez petit

$$F-F_0 = -\alpha v \quad (4.30)$$

où α est un coefficient de friction.

- A faible intensité, la hauteur de la résonance noire de la figure 7 est proportionnelle au taux de fluorescence en dehors de la résonance, donc à l'intensité laser I_L . Sa largeur est déterminée par le déplacement lumineux et la largeur radiative de l'état $|\psi_c\rangle$. Elle est donc aussi proportionnelle à I_L . On en déduit que la pente à mi-hauteur, c'est à dire α , est indépendant de I_L .
- Un tel mécanisme de refroidissement est mentionné dans la référence 7. Aucun rapprochement n'est fait dans cette référence avec les mécanismes de refroidissement Raman étudiés dans les références 8 à 12. Les 2 effets doivent pourtant être reliés.
- Notons enfin que les résonances noires existent quel que soit le signe de δ_1 et δ_2 . Or, on peut toujours régler δ_1, δ_2 pour se placer sur le flanc descendant d'une résonance noire. A la différence des refroidissements $\sigma^+ \sigma^-$ (pour $J_0=1 \leftrightarrow J_0=2$), le mécanisme précédent peut fonctionner quels que soient δ_1, δ_2 .

Références

- (1) G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols *Nuovo Cimento* **B56**, 5 (1976)
- (2) E. Arimondo, G. Orriols *Nuovo Cimento Lett* **17**, 133 (1976)
- (3) R.W. Whitley, C.R. Stroud *Phys. Rev.* **A14**, 1498 (1976)
- (4) P.M. Radmore, P.L. Knight *J. Phys.* **B15**, 561 (1982)
- (5) J. Dalibard, S. Reynaud, C. Cohen-Tannoudji in *Interaction of Radiation with Matter*, a Volume in Honor of A. Gozzini, Scuola Normale Superiore, Pisa (1987)
- (6) G. Janik, W. Nagourney, H. Dehmelt, *J.O.S.A.* **B2**, 1251 (1985)
- (7) V.G. Minogin, M.A. Olshany, S.V. Skulga, *J.O.S.A.* **B6**, 2108 (1989)
- (8) P.E. Toschek *Ann. Phys. Fr.* **10**, 761 (1985)
- (9) H. Gilhaus, Th. Sauter, W. Neuhauser, R. Blatt, P.E. Toschek *Opt. Commun.* **69**, 25 (1988)
- (10) P.E. Toschek, W. Neuhauser, *J.O.S.A.* **B6**, 2220 (1989)
- (11) H. Dehmelt, G. Janik, W. Nagourney, *B.A.P.S.* **30**, 612 (1985)
- (12) M. Lindberg, J. Javanainen *JOSA* **B3**, 1008 (1986)