

⑤ Etat interne d'un atome en mouvement à la vitesse v

- On suppose maintenant que l'atome se déplace à la vitesse v , passant en $z=0$ à $t=0$, de sorte que :

$$z = vt. \quad (3.1)$$

On suppose aussi que

$$T_{int} \ll T_{ext}, \quad (3.2)$$

de manière que l'atome ait le temps d'atteindre un état interne stationnaire avant que sa vitesse n'ait eu le temps de changer.

- Considérant v comme constant dans (3.1), nous allons calculer le nouvel état interne stationnaire de l'atome, qui dépend maintenant de v , ce qui nous permettra ensuite de calculer la force subie par l'atome (équations 2.21 et 2.23) et d'étudier ses variations avec v .

a - Passage dans un référentiel en mouvement et tournant.

- Plaçons nous dans le référentiel au repos de l'atome. Dans ce référentiel, l'atome est immobile en $z=0$.

- Dans ce référentiel, l'atome "voit" un champ laser dont la polarisation tourne à la vitesse angulaire $-kv$ autour de Oz . Pour le montrer, il suffit de remplacer z par vt dans l'expression (2.6) du vecteur polarisation en z .

Il est indiqué alors d'introduire, dans le référentiel au repos de l'atome, un autre référentiel tournant à la fréquence angulaire $-kv$ autour de Oz , car dans ce nouveau référentiel, qui est en mouvement uniforme et qui tourne par rapport au référentiel du labo, l'atome sera immobile en $z=0$ et "verra" un champ laser, de polarisation linéaire fixe et parallèle à $\vec{E}_y$.

- La transformation unitaire qui réalise un tel changement n'est autre qu'une rotation d'angle $-kz$ avec $z = vt$

$$T(t) = e^{-ikz J_z / \hbar} = e^{-ikvt J_z / \hbar} \quad (3.3)$$

où J_z est la composante du moment cinétique $\vec{J}$ de l'atome le long de Oz .

- Etudions par exemple comment se transforme l'hamiltonien d'interaction $V_{AL}(1 \leftrightarrow 1)$ donné en (2.28)

$$\tilde{V}_{AL} = T(t) V_{AL} T^\dagger(t) \quad (3.4)$$

En utilisant (3.3) et le fait que

$$J_z |g_{-1}\rangle = -\hbar |g_{-1}\rangle \quad J_z |e_0\rangle = 0 \quad J_z |g_{+1}\rangle = \hbar |g_{+1}\rangle \quad (3.5)$$

on obtient

$$\tilde{V}_{AL} = \frac{\hbar \Omega_1}{2} \left[-\frac{1}{\sqrt{2}} |e_0\rangle \langle g_{-1}| + \frac{1}{\sqrt{2}} |e_0\rangle \langle g_{+1}| \right] e^{-i\omega_L t} + h.c. \quad (3.6)$$

Les exponentielles $e^{\pm i k z}$ qui apparaissent dans (2.28) ont disparu, ce qui montre que $\tilde{V}_{AL}$ décrit l'interaction de l'atome, immobile en $z=0$, avec un champ de polarisation fixe parallèle à $\vec{E}_y$, ce qui correspond bien au but cherché.

- Dans le nouveau référentiel, l'état interne de l'atome est décrit par un nouvel opérateur densité $\tilde{\sigma}(t)$ relié au précédent par

$$\tilde{\sigma}(t) = e^{-i k v t J_3 / \hbar} \sigma(t) e^{i k v t J_3 / \hbar} \quad (3.7)$$

Le changement de fonctions (2.19) a donc une interprétation simple. $\tilde{\sigma}_{g, g-1}$ défini en (2.19) n'est autre que l'élément non diagonal de $\tilde{\sigma}$ entre g_1 et g_{-1} dans le référentiel en mouvement et tournant. Notons cependant que les populations $\Pi_{-1}, \Pi_0, \Pi_{+1}$ gardent la même valeur dans les 2 référentiels.

b - Nouvel hamiltonien

- Comme la transformation unitaire (3.3) dépend de t , le nouvel hamiltonien $\tilde{H}$ qui régit l'évolution de $|\tilde{\psi}\rangle = T(t) |\psi\rangle$ n'est pas simplement $T(t) H T^\dagger(t)$ mais

$$\tilde{H} = T(t) H T^\dagger(t) + i \hbar \left[\frac{dT(t)}{dt} \right] T^\dagger(t) \quad (3.8)$$

Pour le voir il suffit de calculer $i \hbar \frac{d}{dt} |\tilde{\psi}(t)\rangle = i \hbar \frac{d}{dt} (T(t) |\psi(t)\rangle)$ et d'utiliser $i \hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle$.

- Le 1^{er} terme de (3.8), $T(t) H T^\dagger(t)$, correspond simplement à l'hamiltonien d'un atome interagissant avec un champ laser de polarisation linéaire fixe, parallèle à $\vec{E}_y$ (l'hamiltonien atomique H_A est invariant par rotation, de même que l'hamiltonien d'interaction V_{AV} avec le champ quantique du vide, qui est isotrope).

Le calcul du dernier terme de (3.8) à partir de (3.3) donne

$$i \hbar \left[\frac{dT(t)}{dt} \right] T^\dagger(t) = V_{rot} = k v J_3 \quad (3.9)$$

Ce terme supplémentaire qui apparaît dans (3.8) est un terme inertiel dû à la rotation. Il a la même forme que l'hamiltonien d'interaction de l'atome avec un champ magnétique fictif, parallèle à Oz , et autour duquel la précession de Larmor s'effectuerait à la pulsation $k v$. Un tel résultat n'est autre que la traduction du théorème de Larmor.

- Finalement, la transformation (3.3) permet de ramener le problème à celui d'un atome immobile, soumis à 2 perturbations de symétries différentes.

- Une excitation laser de polarisation linéaire fixe, parallèle à $\vec{E}_y$, introduisant des déplacements lumineux, de grandeur $\hbar S'$ et ayant la symétrie de l'effet Stark dans un champ électrique parallèle à $\vec{E}_y$, ainsi qu'un pompage optique Π par rapport à $\vec{E}_y$, et de temps de pompage τ'
- Un champ magnétique fictif, parallèle à $\vec{E}_z$, proportionnel à $k v$.

c. Equations de Bloch optiques dans le nouveau référentiel

III - 3

- Il suffit d'utiliser les équations (1.20), (1.24), (1.25), (1.28) en remplaçant $\vec{E}(z)$ par $\vec{E}_y$, ce qui revient en particulier à remplacer $\Lambda(z)$ par $\Lambda(z=0)$, et d'ajouter le terme $-ikv [\frac{J_3}{\hbar}, \tilde{\sigma}_{gg}]$ pour tenir compte de l'évolution due au terme (3.9). On obtient ainsi

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\sigma}}_{gg} = & -i\delta' [\Lambda(z=0), \tilde{\sigma}_{gg}] - \frac{\Gamma'}{2} \{ \Lambda(z=0), \tilde{\sigma}_{gg} \}_+ \\ & + \Gamma' \sum_{q=-1,0,+1} (\vec{E}_q \cdot \hat{d}^-) (\vec{E}_y \cdot \hat{d}^+) \tilde{\sigma}_{gg} (\vec{E}_y \cdot \hat{d}^-) (\vec{E}_q \cdot \hat{d}^+) \\ & - ikv [\frac{J_3}{\hbar}, \tilde{\sigma}_{gg}] \end{aligned} \quad (3.10)$$

- les opérateurs $\Lambda(z=0)$ sont représentés par les matrices (2.13) où l'on fait $z=0$. En décomposant $\vec{E}_y$ sur les $\vec{E}_q$ et en utilisant les coefficients de Clebsch-Gordan des figures 3 page II.2, on obtient finalement 5 équations pour $\Pi_1, \Pi_{-1}, \Pi_0, C_r, C_i$.
(voir 2.19 et 2.20)

Transition $1 \leftrightarrow 2$

$$\begin{cases} \dot{\Pi}_1 = -\frac{5\Gamma'}{72} \Pi_1 + \frac{9\Gamma'}{72} \Pi_0 + \frac{\Gamma'}{72} \Pi_{-1} - \frac{\Gamma'}{18} C_r - \frac{\delta'}{6} C_i \\ \dot{\Pi}_{-1} = +\frac{\Gamma'}{72} \Pi_1 + \frac{9\Gamma'}{72} \Pi_0 - \frac{5\Gamma'}{72} \Pi_{-1} - \frac{\Gamma'}{18} C_r + \frac{\delta'}{6} C_i \\ \dot{\Pi}_0 = -(\dot{\Pi}_1 + \dot{\Pi}_{-1}) \\ \dot{C}_r = +\frac{\Gamma'}{24} \Pi_1 + \frac{\Gamma'}{8} \Pi_0 + \frac{\Gamma'}{24} \Pi_{-1} - \frac{5\Gamma'}{12} C_r + 2kv C_i \\ \dot{C}_i = +\frac{\delta'}{12} (\Pi_1 - \Pi_{-1}) - 2kv C_r - \frac{5\Gamma'}{12} C_i \end{cases} \quad (3.11.a)$$

Transition $1 \leftrightarrow 1$

$$\begin{cases} \dot{\Pi}_1 = -\frac{\Gamma'}{8} \Pi_1 + \frac{\Gamma'}{8} \Pi_0 + \frac{\Gamma'}{8} \Pi_{-1} + \frac{\delta'}{2} C_i \\ \dot{\Pi}_{-1} = +\frac{\Gamma'}{8} \Pi_1 + \frac{\Gamma'}{8} \Pi_0 - \frac{\Gamma'}{8} \Pi_{-1} - \frac{\delta'}{2} C_i \\ \dot{\Pi}_0 = -(\dot{\Pi}_1 + \dot{\Pi}_{-1}) = -\frac{\Gamma'}{4} \Pi_0 \\ \dot{C}_r = \frac{\Gamma'}{8} - \frac{\Gamma'}{4} C_r + 2kv C_i \\ \dot{C}_i = -\frac{\delta'}{4} (\Pi_1 - \Pi_{-1}) - 2kv C_r - \frac{\Gamma'}{4} C_i \end{cases} \quad (3.11.b)$$

- Les termes en δ' des équations (3.11) proviennent du 1^{er} terme de (3.10) (déplacements lumineux), les termes en Γ' des 2^{es} et 3^{es} (départ de g par absorption et retourné par émission spontanée), les termes en kv du 4^{ème} (champ inertiel dû à la rotation).
- La 3^{ème} équation (3.11.b) montre que Π_0 s'amortit avec un temps $\Gamma'/4$. Ce résultat confirme le fait, déjà mentionné à propos de la figure 3 b de la page II.2, que le pompage optique vide le sous-niveau g_0 , sans que les atomes puissent ensuite y retourner.

- Les équations (3.11) ont des coefficients indépendants du temps et admettent donc une solution stationnaire.

d - Nouvelle expression de la force moyenne stationnaire

Transition $1 \leftrightarrow 2$

- En régime stationnaire, $\dot{\Pi}_1 = \dot{\Pi}_{-1} = \dot{\Pi}_0 = \dot{C}_r = \dot{C}_i = 0$. En retranchant la 2^{ème} équation (3.11.a) de la 1^{ère}, on obtient

$$\Pi_1 - \Pi_{-1} = - \frac{4\delta'}{\Gamma'} C_i \quad (3.12)$$

- En utilisant les expressions (2.21.2) de $\vec{F}_{\text{react}}(1 \leftrightarrow 2)$ et (2.23.a) de $\vec{F}_{\text{dissip}}(1 \leftrightarrow 2)$, on trouve alors que

$$\vec{F}_{\text{dissip}}(1 \leftrightarrow 2) = 5 \vec{F}_{\text{react}}(1 \leftrightarrow 2) \quad (3.13)$$

de sorte que la force totale $\vec{F}$ vaut

$$\begin{aligned} \vec{F}(1 \leftrightarrow 2) &= \vec{F}_{\text{dissip}}(1 \leftrightarrow 2) + \vec{F}_{\text{react}}(1 \leftrightarrow 2) \\ &= \frac{6}{5} \vec{F}_{\text{dissip}}(1 \leftrightarrow 2) = \frac{1}{2} \hbar k \Gamma' (\Pi_1 - \Pi_{-1}) \vec{E}_3 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Pour la transition $1 \leftrightarrow 2$, la force subie par l'atome provient donc essentiellement de la non compensation entre les pressions de radiations des ondes σ^+ et σ^- .

Transition $1 \leftrightarrow 1$

- Retraçons là aussi la 2^{ème} équation (3.11.b) de la 1^{ère} en faisant $\dot{\Pi}_1 = \dot{\Pi}_{-1} = 0$. Il vient

$$\Pi_1 - \Pi_{-1} = \frac{4\delta'}{\Gamma'} C_i \quad (3.15)$$

- Les équations (2.21.b) et (2.23.b), conduisent alors à

$$\vec{F}_{\text{dissip}}(1 \leftrightarrow 1) = - \vec{F}_{\text{react}}(1 \leftrightarrow 1) \quad (3.16)$$

de sorte que la force totale s'annule

$$\vec{F}(1 \leftrightarrow 1) = \vec{0} \quad (3.17)$$

Conclusions

Il ne peut donc y avoir de force de friction que pour la transition $1 \leftrightarrow 2$. Nous l'étudions plus loin (§5).

Le fait que la force moyenne s'annule pour $1 \leftrightarrow 1$ ne signifie pas cependant qu'il ne peut y avoir de refroidissement laser. Nous montrons plus loin qu'une telle transition fait apparaître un phénomène nouveau, le piégeage cohérent de populations, qui est à la base de mécanismes de refroidissement différents du refroidissement σ^+ , σ^- pour $1 \leftrightarrow 2$.

⑥ Force moyenne pour une transition $1 \leftrightarrow 2$

a - Coefficient de friction

- Supposons tout d'abord $v = 0$. Nous avons déjà déterminé dans le cours II l'état stationnaire de l'atome (voir Equations (2.27.a))

$$\tilde{\sigma} = \frac{9}{17} |\psi_s\rangle\langle\psi_s| + \frac{4}{17} |\psi_A\rangle\langle\psi_A| + \frac{4}{17} |g_0\rangle\langle g_0| \quad (3.18)$$

où $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$ sont donnés en (2.24) avec $z=0$, puisque l'atome est en $z=0$ dans le référentiel en mouvement tournant. A partir de (3.18), on peut calculer aisément π_1, π_{-1}, C_r et C_i . On trouve :

$$\begin{cases} \pi_1 = \pi_{-1} = 13/34 \\ \pi_0 = 4/17 \\ C_r = 5/34 \\ C_i = 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

Il découle alors de (3.14) que la force totale moyenne est nulle pour $v=0$.

- On peut alors utiliser les équations (3.11.2) (avec les membres de gauche égaux à 0) pour calculer $\pi_1 - \pi_{-1}$ à l'ordre 1 en v quand v n'est plus nul. En utilisant (3.12), on obtient à partir de la dernière équation (3.11.2)

$$\pi_1 - \pi_{-1} = \frac{96 kv}{4\delta'^2 + 5\Gamma'^2} C_r \quad (3.20)$$

Comme le second membre de (3.20) contient déjà kv , on peut pour le calcul de $\pi_1 - \pi_{-1}$ à l'ordre 1 en v , remplacer C_r par sa valeur d'ordre 0 en v donnée en (3.19), ce qui conduit à

$$\pi_1 - \pi_{-1} = \frac{240}{17} \frac{kv \delta'}{4\delta'^2 + 5\Gamma'^2} \quad (3.21)$$

- Le report de (3.21) dans (3.14) donne alors

$$\frac{kv}{|\delta'|} \ll 1 \rightarrow F_3(1 \leftrightarrow 2) = -\alpha v \quad (3.22)$$

où α est un coefficient de friction donné par

$$\alpha = - \frac{120}{17} \hbar k^2 \frac{\Gamma' \delta'}{4\delta'^2 + 5\Gamma'^2} = - \frac{120}{17} \hbar k^2 \frac{\Gamma \delta}{4\delta^2 + 5\Gamma^2} \quad (3.23)$$

Il convient d'insister sur le fait que le domaine de linéarité en vitesse de la force moyenne est maintenant donné par $kv \ll |\delta'|$ et non plus par $kv \ll \Gamma$ comme c'était le cas pour le refroidissement Doppler.

- A la limite $|\delta| \gg \Gamma$, on peut simplifier encore (3.21) et (3.23)

$$|\delta| \gg \Gamma \rightarrow \pi_1 - \pi_{-1} \simeq \frac{60}{17} \frac{kv}{\delta'} \quad (3.24.a)$$

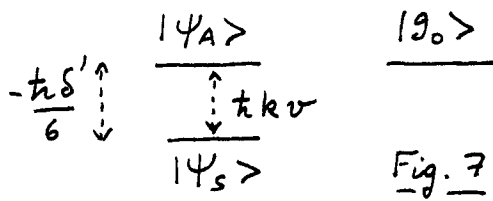
$$\alpha \simeq - \frac{30}{17} \hbar k^2 \frac{\Gamma}{\delta} \quad (3.24.b)$$

b - Interprétation physique

- Revenons à la figure 5.a, page II-8, donnant les déplacements lumineux et populations stationnaires d'un atome au repos et essayons de comprendre, à la limite $kv \ll |\delta'|$ et $\Gamma \ll |\delta|$, la perturbation introduite par le terme inertiel $V_{rot} = kv J_z$ écrit en (3.9) qui s'ajoute à H quand l'atome est en mouvement.

- En utilisant les expressions (2.24) de $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$ (avec $z=0$) et le fait que $J_z|g_0\rangle=0$, $J_z|g_{\pm 1}\rangle=\pm\hbar|g_{\pm 1}\rangle$, on trouve aisément que le seul élément de matrice non nul de V_{rot} est entre $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$ et qu'il vaut

$$\langle\psi_s|V_{rot}|\psi_A\rangle=\hbar k v \quad (3.25)$$



On note en particulier que l'état $|g_0\rangle$ n'est couplé à aucun autre état par V_{rot} , ce qui montre l'intérêt d'utiliser les états $|\psi_A\rangle$ et $|g_0\rangle$ plutôt que les états propres $|\pm 1\rangle_y$ de $\vec{E}_y \cdot \vec{J} = J_y$, de valeurs propres $+\hbar$ et $-\hbar$.

- A la limite $\hbar k v \ll \hbar|\delta'|$, qui est la condition de validité de (3.24), le couplage (3.25) entre $|\psi_A\rangle$ et $|\psi_s\rangle$ peut être considéré comme une perturbation vis à vis de l'écart énergétique entre $|\psi_A\rangle$ et $|\psi_s\rangle$ qui vaut d'après (2.25.a) (voir aussi Figures 5a et 7)

$$E_A - E_s = \hbar \left(\frac{\delta'}{2} - 2\frac{\delta'}{3} \right) = -\frac{\hbar\delta'}{6} \quad (3.26)$$

A l'ordre le plus bas en kv/δ' , l'effet essentiel de V_{rot} est de contaminer la fonction d'onde de $|\psi_s\rangle$ par celle de $|\psi_A\rangle$ et vice versa. On obtient ainsi pour les états perturbés $|\bar{\psi}_s\rangle$ et $|\bar{\psi}_A\rangle$ associés à $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$

$$\begin{aligned} |\bar{\psi}_s\rangle &= |\psi_s\rangle + \frac{\hbar k v}{E_s - E_A} |\psi_A\rangle = |\psi_s\rangle + \frac{6kv}{\delta'} |\psi_A\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(1 + \frac{6kv}{\delta'}\right) |g_1\rangle + \left(1 - \frac{6kv}{\delta'}\right) |g_{-1}\rangle \right] \end{aligned} \quad (3.27.a)$$

$$\begin{aligned} |\bar{\psi}_A\rangle &= |\psi_A\rangle + \frac{\hbar k v}{E_A - E_s} |\psi_s\rangle = |\psi_A\rangle - \frac{6kv}{\delta'} |\psi_s\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(1 - \frac{6kv}{\delta'}\right) |g_1\rangle + \left(1 + \frac{6kv}{\delta'}\right) |g_{-1}\rangle \right] \end{aligned} \quad (3.27.b)$$

Les états $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$ contiennent chacun des proportions à poids égal ($1/2$) des états $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$ (voir Equations (2.24) avec $z=0$). Il n'en est plus de même pour $|\bar{\psi}_s\rangle$ et $|\bar{\psi}_A\rangle$. Comme $\delta' < 0$, il ressort de (3.27.a) que le poids de $|g_{-1}\rangle$ est plus grand dans $|\bar{\psi}_s\rangle$ que celui de $|g_1\rangle$, l'inverse étant vrai pour $|\bar{\psi}_A\rangle$. La contamination d'une combinaison linéaire symétrique de $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$ par une combinaison linéaire antisymétrique donne un nouvel état dans lequel les poids de $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$ sont inégaux.

Comme les populations de $|\bar{\psi}_s\rangle$ et $|\bar{\psi}_A\rangle$ sont inégales, on comprend ainsi comment le couplage rotationnel V_{rot} peut faire apparaître une différence de populations $\pi_1 - \pi_{-1}$ entre $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$ et pourquoi cette différence de populations varie en kv/δ' ,

et non en $k\nu/\Gamma$ (comme pour le refroidissement Doppler).

De manière plus quantitative, on peut montrer (voir Ref. 1 p. III.10) que les populations de $|\bar{\Psi}_S\rangle$ et $|\bar{\Psi}_A\rangle$ sont les mêmes (à l'ordre 1 en $k\nu/\delta'$) que celles de $|\Psi_S\rangle$ et $|\Psi_A\rangle$, c-à-d 3/17 et 4/17. En utilisant (3.27), on retrouve exactement l'expression (3.24.a) de $\Pi_+ - \Pi_-$, et par suite celle (3.24.b) du coefficient de friction.

- Le raisonnement précédent permet également de comprendre une autre propriété importante du coefficient de friction α donné en (3.24.b), à savoir son indépendance de l'intensité laser I_L . Le taux d'absorption Γ' à partir des sous-niveaux fondamentaux est proportionnel à I_L et tend vers 0 quand $I_L \rightarrow 0$. Mais la différence entre les pressions de radiation exercées par les ondes σ^+ et σ^- est proportionnelle, non seulement à Γ' , mais aussi à $\Pi_+ - \Pi_-$ (car le niveau g_1 absorbe plus l'onde σ^+ que l'onde σ^- , l'inverse étant vrai pour le niveau g_{-1} . Voir Fig. (3.a) et Eqs. (3.14)). A $k\nu$ fixé, quand $I_L \rightarrow 0$, l'effet de la contamination induite par V_{rot} croît comme $1/I_L$ car l'écart (ν à δ') entre les 2 niveaux couplés par V_{rot} décroît comme I_L . Quand I_L tend vers zéro, la décroissance de Γ' est donc compensée par la croissance de la contamination induite par V_{rot} , qui varie en $1/I_L$.
- Considérons enfin la plage de vitesse v_c à l'intérieur de laquelle la force totale $\vec{F}$ reste linéaire en v . La discussion précédente montre que la zone linéaire de $\vec{F}$ est déterminée par $k\nu \ll |\delta'|$; on en déduit que v_c est donnée par

$$kv_c \approx |\delta'| \quad (3.28)$$

Un tel résultat est confirmé par une résolution numérique des équations (3.11.a) (ou des équations de Bloch optiques complètes) montrant que les variations de $\vec{F}$ avec v sont celles d'une courbe de dispersion ayant ses maxima pour $v \approx v_c$ où v_c est donnée par (3.28) [Voir références (1) et (4)]

C. Ordre de grandeur de la température d'équilibre T

- L'ordre de grandeur de T est donné par

$$k_B T \approx \frac{D}{\alpha} \quad (3.29)$$

où D est le coefficient de diffusion de l'impulsion atomique et où α est le coefficient de friction donné en (3.24.b)

- Comme les déplacements lumineux des sous-niveaux de g sont indépendants de z , D ne contient pas de contribution provenant des fluctuations de la force associée aux gradients spatiaux de ces déplacements (quand l'atome est pompé optiquement d'un sous-niveau à l'autre, le gradient du déplacement lumineux change en général, lorsqu'il n'est pas nul pour tous les sous-niveaux

comme c'est le cas ici). Les seules contributions non nulles à D proviennent donc des fluctuations des échanges d'impulsions provenant, d'une part des fluctuations de la direction dans laquelle les photons spontanés sont émis, d'autre part des fluctuations du nombre de photons absorbés par unité de temps.

Pour obtenir un ordre de grandeur de D , on peut considérer une marche au hasard dans l'espace des impulsions, dont le pas élémentaire serait $\hbar k$, l'intervalle entre 2 pas étant de l'ordre du temps de pompage optique $\tau_p = 1/\Gamma'$. On obtient ainsi

$$D \sim \hbar^2 k^2 \Gamma' \quad (3.30)$$

- En utilisant, (3.29), (3.24.b) et (3.30), on obtient alors

$$k_B T \sim \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma'}{-\hbar k^2 \Gamma' / \delta'} = -\hbar \delta' \simeq \frac{\hbar \Omega_c^2}{|\delta|} \quad (3.31)$$

On retrouve le même résultat que pour le refroidissement Sisyphé, à savoir que $k_B T$ est de l'ordre du déplacement lumineux $-\hbar \delta'$ (rappelons que δ et δ' sont négatifs).

Remarques

(i) Le coefficient de friction (3.24.b) est Γ^2/δ^2 fois plus que celui trouvé pour l'effet Sisyphé (voir équation (7.26) du cours 90-91). Si on trouve le même résultat pour T dans les 2 cas, c'est que le coefficient de diffusion D est également Γ^2/δ^2 fois plus grand que celui trouvé pour l'effet Sisyphé (voir équation (7.23) du cours 90-91) et qui provenait essentiellement des fluctuations de la force associée aux gradients spatiaux des déplacements lumineux.

(ii) Le calcul présenté plus haut de D est très schématisé. Il ne tient pas compte des corrélations qui existent entre des directions de propagation des photons successivement absorbés par l'atome. En effet, à cause du pompage optique, un atome qui a absorbé un photon σ^+ , a une grande chance de se trouver dans le sous-niveau $|g_1\rangle$. A partir de $|g_1\rangle$, la dissymétrie entre les coefficients de Clebsch-Gordan partant de g_1 (voir Fig. 32), fait qu'il a 6 fois plus de chance d'absorber un 2^{ème} photon σ^+ (se propageant dans le même sens que le 1^{er}) qu'un photon σ^- (se propageant dans le sens opposé). Les pas de la marche au hasard dans l'espace des impulsions peuvent donc être plus grands que $\hbar k$. Encore faut-il qu'entre deux absorptions successives de photons, la "précession" de l'atome dans l'état fondamental due aux déplacements lumineux dont la symétrie est déterminée par $\vec{E}_y$, n'ait pas redistribué la population inférieure entre $|g_{-1}\rangle$, $|g_0\rangle$ et $|g_{+1}\rangle$. Pour une étude plus détaillée, voir références 5, 8, 4.

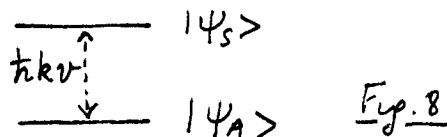
⑦ Piégeage cohérent de population sélectif en vitesse

III-9

pour une transition $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$

a - Un autre effet important du couplage entre $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$ dû à v_{rot} .

- Revenons à la transition $1 \leftrightarrow 1$. Comme le niveau $|g_0\rangle$ n'est pas couplé à $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$ par v_{rot} , et qu'il n'est pas alimenté par émission spontanée à partir de $|e_0\rangle$ (qui est le seul sous-niveau de e pouvant être atteint à partir de $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$, donc à partir de $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$), on peut ignorer $|g_0\rangle$ et se limiter à $|\psi_s\rangle$ et $|\psi_A\rangle$.



$$E_s - E_A = - \hbar \frac{\delta'}{2} \quad (3.32)$$

Nous avons vu plus haut (§ 4.C) que, pour $v=0$, toute la population atomique est concentrée dans l'état $|\psi_s\rangle$ à partir duquel aucun photon ne peut être absorbé.

- Comme pour une transition $1 \leftrightarrow 2$, un premier effet de la contamination de $|\psi_s\rangle$ par $|\psi_A\rangle$ (et réciproquement), induite par le couplage $\hbar k v$ dû à v_{rot} est de faire apparaître une différence de population entre $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$. Mais cette différence de population ne donne pas naissance à une force globale, car la force dissipative correspondante est exactement compensée par la force réactive pour une transition $1 \leftrightarrow 1$ (voir (3.16)).
- Un autre effet important de cette contamination est de transférer à l'état $|\bar{\psi}_s\rangle$, issu de $|\psi_s\rangle$, une partie de l'instabilité radiative de $|\psi_A\rangle$. En effet, un atome dans $|\psi_A\rangle$ peut absorber de la lumière, puisque $\Gamma'_A = \Gamma' \lambda_A = \frac{\Gamma'}{2}$ est non nul. Comme $|\bar{\psi}_s\rangle$ contient une proportion de $|\psi_A\rangle$, de l'ordre de $k v / \delta'$ (pour $k v \ll |\delta'|$), un atome dans l'état $|\bar{\psi}_s\rangle$ peut absorber de la lumière avec un taux de l'ordre de $\Gamma' k^2 v^2 / \delta'^2$.

En d'autres termes, un atome de vitesse nulle se retrouve très vite piégé dans $|\bar{\psi}_s\rangle$ où il n'absorbe plus de lumière. Dès que cet atome bouge à la vitesse v , il peut s'échapper de $|\bar{\psi}_s\rangle$ et la fluorescence réapparaît. Il y a donc un piégeage cohérent de population, sélectif en vitesse, la largeur de la plage en vitesses, autour de $v=0$, dans laquelle se produit le phénomène étant déterminé par

$$k v_c \approx -\delta' \quad (3.33)$$

b - Calcul du temps de fluorescence en fonction de v

- Comme seul le sous-niveau e_0 peut être excité, le taux de fluorescence R_F vaut

$$R_F = \Gamma \sigma_{e_0 e_0} \quad (3.34)$$

- Pour calculer $\sigma_{e_0 e_0}$, nous utilisons l'équation

$$\sigma_{ee} = \frac{\Gamma'}{\Gamma} (\vec{E} \cdot \hat{d}^+) \sigma_{gg} (\vec{E}^* \cdot \hat{d}^-) \quad (3.35)$$

résultant de l'élimination adiabatique de l'état excité (voir équation (4.15) du cours 90-91). On obtient alors, à partir de (2.5) et des coefficients de Clebsch-Gordan de la figure 3b

$$R_F = \Gamma \sigma_{e_0 e_0} = \frac{\Gamma'}{4} (\Pi_1 + \Pi_{-1} - 2C_r) = \frac{\Gamma'}{4} (1 - 2C_r) \quad (3.36)$$

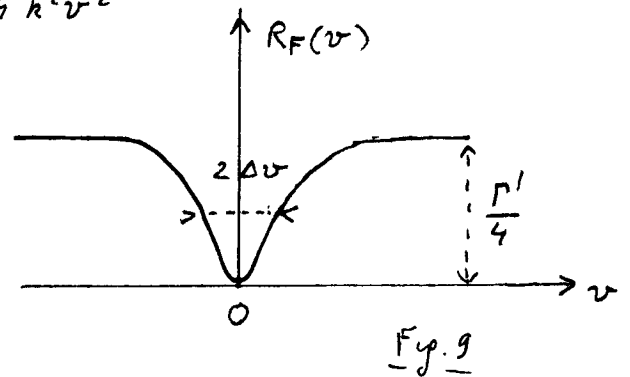
- En régime stationnaire, et compte tenu de (3.15), les 2 dernières équations (3.11.b) se réduisent à 2 équations linéaires reliant C_r et C_i . On peut les résoudre analytiquement et obtenir

$$C_r = \frac{1}{2} \frac{4\delta'^2 + \Gamma'^2}{4\delta'^2 + \Gamma'^2 + 64k^2v^2} \quad (3.37)$$

Le report de (3.37) dans (3.36) donne finalement

$$R_F(v) = \Gamma' \frac{16k^2v^2}{4\delta'^2 + \Gamma'^2 + 64k^2v^2} \quad (3.38)$$

On retrouve bien que $R_F(v)$, nul pour $v=0$, croît quand v croît pour tendre vers une asymptote $\Gamma'/4$ quand v devient grand devant la largeur Δv du creux Lorentzien de la Figure 8 donnée par



$$k\Delta v = \frac{\sqrt{4\delta'^2 + \Gamma'^2}}{8} \quad (3.39)$$

Le résultat (3.39) confirme bien le résultat qualitatif (3.33) obtenu à la limite $|\delta'| \gg \Gamma'$ et le généralise à des valeurs arbitraires de $\Gamma'/|\delta'|$.

- Pour des valeurs de v beaucoup plus grandes que Δv , telles que kv devient de l'ordre de Γ , on verrait apparaître des variations de $R_F(v)$ dues à l'effet Doppler sur les raies optiques, effet dont nous n'avons pas tenu compte ici

Références (suite de la liste de la page II.10)

(4) P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis and S. Chu
J.O.S.A. B6, 2058 (1989)

(5) Y. Castin and K. Mølmer, J. Phys. B23, 4101 (1990)