

Buts de ce cours

- Montrer sur quelques exemples simples que les cohérences quantiques qui apparaissent entre états du système global (système S + appareil de mesure M) ne peuvent pas être ignorées car elles peuvent donner naissance à des effets d'interférence quantiques observables.
- Montrer que ces effets d'interférence quantique disparaissent si on essaie d'observer par quel chemin le système $S+M$ passe.

① Cas où le système S interagit plusieurs fois avec le même appareil de mesure M

a. Le modèle de Bell-Nauenberg (ref. 1)

- Revenons au modèle de Von Neumann (cours II, § 1) où l'interaction entre S et une particule P déplace P d'une quantité proportionnelle aux valeurs propres d'une observable A de S . Nous supposons ici le spectre de A continu

$$A|a\rangle = a|a\rangle \quad (3.1)$$

Si S est dans $|a\rangle$, P est déplacé de $ga = \hat{a}$ (où g est une constante)

$$|a\rangle \otimes \varphi(x) \rightarrow |a\rangle \otimes \varphi(x - \hat{a}) \quad (3.2)$$

- A l'instant initial $t_i < 0$ (voir Fig. 1), S est dans l'état $|\psi_s\rangle$, P dans un état très localisé autour de $x=0$, que nous assimilerons à une fonction $\delta(x)$. S et P interagissent 3 fois, au voisinage de $t=0$, $t=T$, $t=2T$ (Fig. 1). Quel est l'état de $S+P$ après la dernière interaction ?

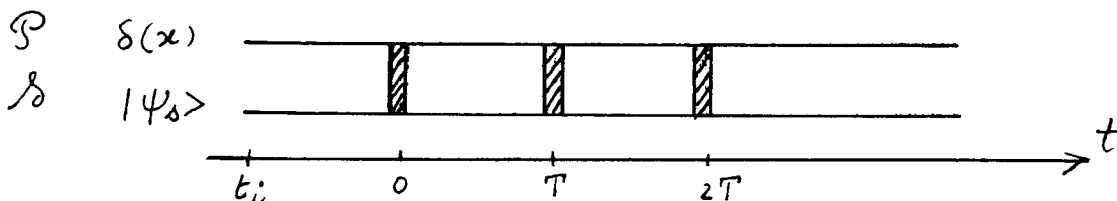


Fig. 1

- Considérons un chemin particulier dans l'évolution de $S+P$, entre t_i et $2T+\epsilon$, où S passe dans les états $|a'\rangle$ à $t=0$, $|a''\rangle$ à $t=T$, $|a'''\rangle$ à $t=2T$. L'amplitude correspondante pour S est

$$\underbrace{\langle a''' | U_S(2T, T) | a'' \rangle}_{f(a''', a'')} \underbrace{\langle a'' | U_S(T, 0) | a' \rangle}_{f(a'', a')} \underbrace{\langle a' | U_S(0, t_i) | \psi_s \rangle}_{c(a')} \quad (3.3)$$

que nous noterons plus simplement $f(a''', a'') f(a'', a') c(a')$ (en supposant que $U_S(t_2, t_1)$ ne dépend que de $t_2 - t_1$).

Quelle est l'évolution correspondante de P ? Comme dans le cours II (§ 2), nous supposons que P n'évolue que pendant une interaction avec S . Donc, après l'interaction en $t=0$ où S se trouve dans l'état $|a'\rangle$, P passe de $\delta(x)$ à $\delta(x - \hat{a}')$. Puis P passe de $\delta(x - \hat{a}')$ à $\delta(x - \hat{a}' - \hat{a}'')$ après l'interaction avec S dans $|a''\rangle$ à $t=T$, et enfin de $\delta(x - \hat{a}' - \hat{a}'' - \hat{a}''')$ après la dernière interaction en $t=2T$ avec S qui finit dans l'état $|a'''\rangle$.

Il suffit alors de sommer sur tous les chemins possibles pour obtenir l'état de $S+P$ après la dernière interaction.

$$|\psi(2T+\epsilon)\rangle = \sum_{a'} \sum_{a''} \sum_{a'''} f(a''', a'') f(a'', a') c(a') |a'''\rangle \otimes \delta(x - \hat{a}' - \hat{a}'' - \hat{a}''')$$

Faisons enfin le changement de variables $\hat{a} = \hat{a}' + \hat{a}'' + \hat{a}'''$. Il vient

$$|\psi(2T+\epsilon)\rangle \approx \sum_{a'} \sum_{a''} \sum_a f(a''', a - a' - a''') f(a - a' - a''', a') c(a') |a'''\rangle \otimes \delta(x - \hat{a}) \quad (3.5)$$

b. Probabilité de lire un résultat donné $\hat{a}$ sur $\mathcal{P}$ à l'instant final

- Après les 3 interactions, à $t = 2T + \epsilon$, on observe $\mathcal{P}$ et on calcule la probabilité de trouver $\mathcal{P}$ localisée en $\hat{a}$. D'après le postulat I sur la mesure (voir (2.37)), cette probabilité est égale à la norme du vecteur multipliant $\delta(x - \hat{a})$ dans (3.5)

$$\mathcal{P}(\hat{a}) = \sum_{a'''} \left| \sum_{a'} f(a''', a - a' - a''') f(a - a' - a''', a') c(a') \right|^2 \quad (3.6)$$

- Nous allons montrer tout d'abord que le résultat obtenu en (3.6) reflète l'existence d'effets d'interférence quantique.

c. Existence d'effets d'interférence quantique

- Dans (3.6), a est fixé puisqu'on s'intéresse précisément à cette position finale de $\mathcal{P}$. Si l'état final de $\mathcal{S}$ est $|a'''\rangle$, $\mathcal{P}$ est donc, juste avant $2T$, localisée en $\hat{a} - \hat{a}'''$. Comme $\mathcal{P}$ était initialement en 0, les 2 interactions à $t = 0$ et $t = T$ doivent donc lui avoir donné à ces 2 instants des déplacements $\hat{a}'$ et $\hat{a}''$ tels que $\hat{a}' + \hat{a}'' = \hat{a} - \hat{a}'''$. Il existe donc plusieurs chemins conduisant au même état final de $\mathcal{S} + \mathcal{P}$, $|a'''\rangle \otimes \delta(x - \hat{a})$ et différant par les états intermédiaires $|a'\rangle$ et $|a''\rangle$ par lesquels $\mathcal{S}$ passe à $t = 0$ et $t = T$. Ce sont tous les chemins pour lesquels $a' + a'' = a - a'''$, c'est à dire pour lesquels $a'' = a - a' - a'''$.

- Or, on voit sur (3.6) que tous ces chemins interfèrent. Pour a''' fixé, on a en effet en (3.6) le carré d'une somme sur a' (avec $a'' = a - a' - a'''$) et non une somme de carrés. Ces effets d'interférence auraient été brisés ou perdus si l'on avait, après les interactions à $t = 0$ et $t = 2T$, remplacé le vecteur d'état de $\mathcal{S} + \mathcal{P}$ par un mélange statistique d'états.

- On voit enfin sur (3.6) qu'il faut sommer la probabilité d'arriver en $|a'''\rangle \otimes \delta(x - \hat{a})$ sur tous les états finaux possibles $|a'''\rangle$ de $\mathcal{S}$ qui sont orthogonaux les uns aux autres.

d. Discussion physique.

- Dans l'expérience que nous venons d'analyser, $\mathcal{S}$ et $\mathcal{P}$ ont interagis intermédiairement à $t = 0$ et $t = T$, et nous n'avons pas observé le résultat de ces 2 interactions. Le résultat obtenu en (3.6) est cependant tout à fait différent de celui trouvé dans le § 3 iii du cours II. Nous considérons alors une mesure faite par M_B après une mesure non lue faite par M_A . Le résultat trouvé en (2.33) était une somme de carrés et non le carré d'une somme (aucun effet d'interférence).

- La différence essentielle est que nous avons alors $M_B \neq M_A$. Ici au contraire $\mathcal{S}$ interagit toujours avec le même appareil $\mathcal{P}$ et les corrélations quantiques apparues entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{P}$ après une interaction influencent l'évolution de $\mathcal{S} + \mathcal{P}$ lors d'une interaction ultérieure.

- Une autre manière plus imagée de comprendre la différence entre les 2 situations est la suivante. Dans l'expérience utilisant 2 appareils différents M_A et M_B , on pourrait toujours, après avoir lu M_B , lire le résultat qui est resté enregistré sur M_A . On saurait ainsi par quel chemin S est passé. Ici, on ne peut lire que P , et une fois qu'on a lu P à $t = 2T + \epsilon$ et trouvé $\hat{a}$, on n'a plus aucun moyen de savoir dans quel état était P à $t = 0 + \epsilon$ et $t = T + \epsilon$. On ne peut donc pas savoir par quel chemin S est passé.

② L'interféromètre de Stern et Gerlach

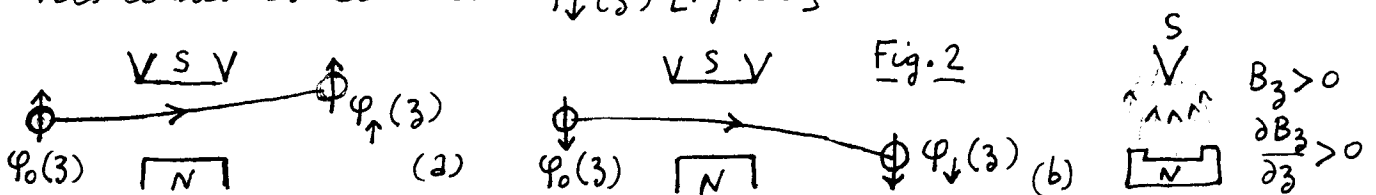
a - L'expérience de Stern et Gerlach : un exemple de mesure idéale

- L'expérience de Stern et Gerlach fournit un exemple, autre que celui de Von Neumann, d'interaction S - M correspondant à une mesure idéale.

S est ici le spin $\vec{S}$ de l'atome entrant dans le champ $\vec{B}$ inhomogène - M est la position z du centre de masse de cet atome le long de l'axe Oz parallèle à $\vec{B}$.

L'hamiltonien décrivant le mouvement de l'atome contient en effet un terme, $-\gamma S_z B_z(z)$, où γ est une constante, couplant S_z à z (comme B est inhomogène, B_z dépend de z). Ce couplage entre variables de spin et variables de translation va introduire une corrélation entre l'état de spin et la trajectoire du centre du paquet d'ondes atomique, de sorte qu'en observant cette trajectoire on peut déterminer l'état de spin.

- Ainsi, si l'état initial du centre de masse de l'atome est un paquet d'ondes bien localisé en z , $\phi_0(z)$, et si l'état de spin est l'état propre $\uparrow$ de S_z (on suppose $S = 1/2$), le paquet d'onde va être défléchi vers le haut et devenir $\phi_\uparrow(z)$ [Fig. 2a]. Si au contraire, l'état de spin est $\downarrow$ le paquet d'ondes sera défléchi vers le bas et deviendra $\phi_\downarrow(z)$ [Fig. 2b].



L'interaction entre S_z et $B_z(z)$ ne change donc pas l'état de spin $\uparrow$ ou $\downarrow$, mais transforme ϕ_0 en un état $\phi_\uparrow$ ou $\phi_\downarrow$ corrélié avec l'état de spin. Si la déflexion est suffisante, les 2 paquets d'ondes $\phi_\uparrow$ et $\phi_\downarrow$ ne se recouvrent plus. On a alors $\langle \phi_\uparrow | \phi_\downarrow \rangle = \int dz \phi_\uparrow^*(z) \phi_\downarrow(z) = 0$ et la corrélation est parfaite.

b - Conséquence du principe de superposition : possibilité d'avoir 2 paquets d'ondes cohérents, polarisés différemment, et bien séparés

- Supposons maintenant que l'état de spin de l'atome entrant dans l'interfer soit l'état propre $|+\rangle_x$ de S_x :

$$|+\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle] \quad (3.7)$$

La linéarité de l'équation de Schrödinger entraîne alors que

l'état global (orbital et de spin) de l'atome sortant sera

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{\uparrow}(z) \otimes |\uparrow\rangle + \varphi_{\downarrow}(z) \otimes |\downarrow\rangle] \quad (3.8)$$

- On obtient à la sortie de l'appareil une superposition linéaire de 2 paquets d'onde, bien séparés spatialement, et correspondant à des orientations de spin opposées. En d'autres termes, il y a des cohérences quantiques entre les 2 états $|\uparrow\rangle \otimes |\varphi_{\uparrow}\rangle$ et $|\downarrow\rangle \otimes |\varphi_{\downarrow}\rangle$

C- Expérience proposée par Bohm et Wigner pour montrer l'importance de ces cohérences (refs 2, 3)

- Pour montrer que l'état (3.8) ne peut pas être assimilé à un mélange statistique des 2 états $\varphi_{\uparrow}(z)$ et $\varphi_{\downarrow}(z)$ avec des poids $1/2$, Bohm et Wigner suggèrent de rajouter des gradients de champ appropriés pour faire en sorte que les 2 paquets d'ondes se recombinent (voir Fig. 3)

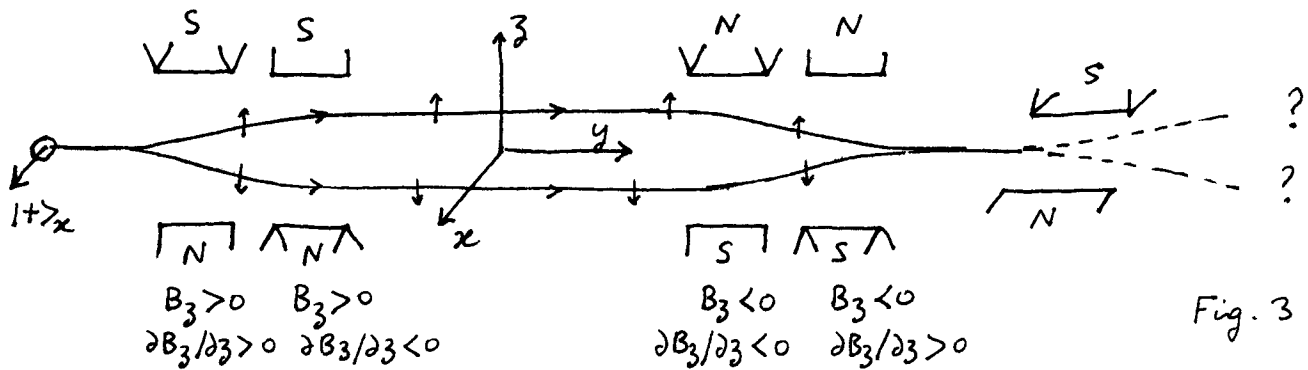


Fig. 3

- En faisant alors passer les atomes dans un appareil de Stern et Gerlach orienté de manière à mesurer S_x (appareil le plus à droite sur la figure 3), on doit être capable de différencier clairement les 2 éventualités : superposition linéaire (3.8) ou mélange statistique des 2 états correspondants.

Dans le premier cas, les 2 paquets d'ondes sont cohérents et se recombinent pour donner l'état $|\varphi_0\rangle \otimes |\uparrow\rangle_x$ (on néglige l'étalement des paquets d'ondes). Le paquet d'ondes sort alors à coup sûr dans la voie correspondant à $S_x = +\hbar/2$.

Si, au contraire, on a un mélange statistique des 2 paquets d'ondes on obtient, en les recombinant, un atome dont l'état de spin est un mélange statistique des états $\uparrow$ et $\downarrow$ avec des poids égaux, c'est-à-dire encore un mélange statistique des états $|\uparrow\rangle_x$ et $|\downarrow\rangle_x$ avec des poids égaux. L'atome a alors une chance sur deux de sortir du dernier appareil dans la voie $S_x = +\hbar/2$, une chance sur deux dans la voie $S_x = -\hbar/2$.

- L'appareil de la figure 3 peut être considéré comme un interféromètre atomique, l'interféromètre de Stern et Gerlach. Bien que l'expérience correspondante n'ait jamais été réalisée, il est clair que c'est le 1^{er} résultat (correspondant à la superposition linéaire 3.8) qui serait observé. Pour un calcul précis de l'état de l'atome sortant, décrivant quanti-

quement le mouvement du centre de masse de l'atome et tenant compte du caractère tridimensionnel des champs, voir la référence (4). D'ailleurs, il existe en optique des expériences analogues à celles de la figure 3, où l'atome est remplacé par un photon et les appareils de Stern-Gerlach par des cubes polariseurs séparant le faisceau lumineux incident en 2 faisceaux de polarisations orthogonales qu'on peut ensuite recombinaisonner. On sait bien alors qu'il faut faire interférer les champs et non ajouter les intensités.

- L'expérience de la figure 3 peut être rapprochée de celle analysée dans le § 1 précédent.

La 1^{re} interaction entre S_z et $\mathcal{Z}$, qui conduit à l'état (3.8), est celle qui corréle S_z et $\mathcal{Z}$. Le point important est que S_z et $\mathcal{Z}$ interagissent à nouveau dans les aimants qui permettent de recombinaisonner les 2 paquets d'ondes $\Psi_{\uparrow}$ et $\Psi_{\downarrow}$. Si l'on considère S_z comme l'observable mesurée de $\mathcal{S}$, $\mathcal{Z}$ comme l'observable de l'appareil de mesure $\mathcal{M}$ couplé à S_z , nous sommes dans une situation où $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$ interagissent plusieurs fois. Les corrélations quantiques apparues entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$ à l'issue de leur 1^{re} interaction et décrites par les cohérences quantiques de (3.8) ne peuvent pas être ignorées si l'on veut comprendre correctement l'évolution de $\mathcal{S} + \mathcal{M}$ lors d'une 2^{de} interaction.

On peut dire encore que rien ne permet, dans l'expérience de la figure 3, de savoir par quel chemin (celui du haut ou celui du bas) l'atome passe. La séparation entre les 2 trajectoires à la sortie du 1^{er} appareil résulte d'une interaction entre S_z et $\mathcal{Z}$ qui a corréle S_z et $\mathcal{Z}$, mais aucun appareil ne mesure ensuite $\mathcal{Z}$.

③ Introduction de dispositifs observant par quels chemins l'atome passe dans l'interférométrie.

a. Le modèle de Scully, Shea, McCullen (ref. 5)

i. Description du modèle - Hypothèses

- Pour déterminer par quel chemin l'atome $\mathcal{A}$ passe, Scully, Shea et McCullen proposent de placer dans le trajet supérieur de la figure 3 un atome détecteur $\mathcal{D}$ à 2 niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ qui va interagir avec $\mathcal{A}$ par un potentiel pouvant faire passer $\mathcal{D}$ de $|a\rangle$ à $|b\rangle$ ou de $|b\rangle$ à $|a\rangle$ et dépendant de $\vec{r}_{\mathcal{A}} - \vec{r}_{\mathcal{D}}$ où $\vec{r}_{\mathcal{A}}$ est la position de $\mathcal{A}$, $\vec{r}_{\mathcal{D}}$ celle de $\mathcal{D}$. Si ce potentiel est de très courte portée, $\mathcal{D}$ ne sera sensible qu'au paquet d'ondes passant dans le chemin supérieur et ne "verra" pas le paquet d'ondes passant dans le chemin inférieur. Si $\mathcal{D}$ est initialement dans $|a\rangle$ et si la vitesse de déplacement des paquets d'ondes est convenablement ajustée, $\mathcal{A}$ peut faire passer $\mathcal{D}$ de $|a\rangle$ à $|b\rangle$ si $\mathcal{A}$ passe dans le chemin supérieur, alors que rien ne se passe pour $\mathcal{D}$ si $\mathcal{A}$ passe dans le chemin inférieur. On peut alors, en observant l'état de $\mathcal{D}$ savoir par quel chemin $\mathcal{A}$ est passé.

- L'interaction $V_{\mathcal{AD}}$ entre $\mathcal{A}$ et $\mathcal{D}$ est choisie de la forme

$$V_{AD} = g v(\vec{r}_A - \vec{r}_D) (|a\rangle\langle b| + |b\rangle\langle a|)$$

où g est une constante de couplage. Pour montrer qu'il n'y a pas besoin, pour comprendre la destruction des effets d'interférence, d'invoquer une diffusion par D du paquet d'ondes de A passant dans le trajet supérieur, Scully, Shea et McCullen ignorent délibérément toute modification des paquets d'ondes de A due à V_{AD} (voir cependant le début du § b ci-dessous). L'effet de V_{AD} sera donc essentiellement de faire évoluer D sans modifier l'état de A .

ii. Etat final du système global

Compte tenu de l'approximation précédente, il suffit de calculer l'évolution de D due à V_{AD} pour un mouvement donné du paquet d'ondes associé à A . Si l'on note

$$|X(t)\rangle = \alpha(t) |a\rangle + \beta(t) |b\rangle \quad (3.10)$$

l'état de D , les équations d'évolution de α et β sont

$$\begin{cases} i\hbar \dot{\alpha} = E_a \alpha + g f(t) \beta \\ i\hbar \dot{\beta} = E_b \beta + g f(t) \alpha \end{cases} \quad (3.11)$$

où E_a et E_b sont les énergies de $|a\rangle$ et $|b\rangle$ et où

$$f(t) = \int d^3r_A |\varphi_A(\vec{r}_A, t)|^2 v(\vec{r}_A - \vec{r}_D) \quad (3.12)$$

est une fonction connue de t si l'on connaît le mouvement de $\varphi_A(\vec{r}_A, t)$. Dans (3.12), $\vec{r}_D$ est fixe. On suppose $\vec{r}_D$ suffisamment proche du trajet supérieur de la figure 3 et $v(\vec{r}_A - \vec{r}_D)$ de portée suffisamment courte pour que l'on puisse négliger l'effet de V_{AD} quand A passe dans le trajet inférieur. C'est pourquoi seul φ_A apparaît dans (3.12).

Si l'on suppose pour simplifier $E_a = E_b = 0$, la solution de (3.12), correspondant à $\alpha(t) = 1$, $\beta(t) = 0$ pour $t = -\infty$, s'écrit

$$\alpha(t) = \cos \Omega(t) \quad \beta(t) = -i \sin \Omega(t) \quad (3.13)$$

où

$$\hbar \Omega(t) = g \int_{-\infty}^t f(t') dt' \quad (3.14)$$

Après un temps long devant le temps de passage du paquet d'ondes supérieur en $\vec{r}_D$, $\Omega(t)$ tend vers

$$\Omega = \frac{g}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t') dt' \quad (3.15)$$

Finalement, si l'état initial de $A+D$ est $|\uparrow\rangle \otimes |\varphi_A\rangle \otimes |a\rangle$ l'état final après l'interaction $A-D$ est

$$|\uparrow\rangle \otimes |\varphi_A\rangle \otimes [\cos \Omega |a\rangle - i \sin \Omega |b\rangle] \quad (3.16)$$

A n'a pas changé et D est passé de $|a\rangle$ à $\cos \Omega |a\rangle - i \sin \Omega |b\rangle$. Choisissons la vitesse de φ_A de telle sorte que $\Omega = \pi/2$

$$\Omega = \pi/2 \quad (3.17)$$

L'évolution de $A+D$ peut alors être décrite par

$$|\uparrow\rangle \otimes |\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |a\rangle \longrightarrow -i |\uparrow\rangle \otimes |\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |b\rangle \quad (3.18)$$

Par contre, si l'atome $\mathcal{A}$ est dans la voie inférieure (état $|\downarrow\rangle \otimes |\varphi_{\downarrow}\rangle$), son interaction avec $\mathcal{D}$ est nulle et on a

$$|\downarrow\rangle \otimes |\varphi_{\downarrow}\rangle \otimes |a\rangle \longrightarrow |\downarrow\rangle \otimes |\varphi_{\downarrow}\rangle \otimes |a\rangle \quad (3.19)$$

- Si l'état initial de $\mathcal{A}$, avant interaction avec $\mathcal{D}$, est (3.8), la linéarité de l'équation de Schrödinger entraîne, compte tenu de (3.18) et (3.19)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle \otimes |\varphi_{\uparrow}\rangle + |\downarrow\rangle \otimes |\varphi_{\uparrow}\rangle] \otimes |a\rangle &\longrightarrow \\ &\longrightarrow -\frac{i}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle \otimes |\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |b\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle \otimes |\varphi_{\downarrow}\rangle \otimes |a\rangle \end{aligned} \quad (3.20)$$

- Après recombinaison des 2 paquets d'ondes, $|\varphi_{\uparrow}\rangle$ et $|\varphi_{\downarrow}\rangle$ deviennent égaux à $|\varphi_0\rangle$ et l'état final de $\mathcal{A} + \mathcal{D}$ quand $\mathcal{A}$ sort de l'interféromètre (juste avant d'entrer dans le dernier appareil qui analyse S_x) s'écrit

$$|\varphi_0\rangle \otimes \left[-\frac{i}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle \otimes |b\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle \otimes |a\rangle \right] \quad (3.21)$$

iii. Destruction des interférences

- Le dernier appareil de la figure 3 analyse seulement S_x et n'interagit pas du tout avec $\mathcal{D}$. Les prédictions concernant les résultats possibles d'une mesure de S_x et de coulant du postulat I sur la mesure peuvent donc être entièrement déduites de la trace sur $\mathcal{D}$ de l'opérateur densité ρ associé à (3.21)

$$\begin{aligned} \rho = |\varphi_0\rangle \langle \varphi_0| \otimes &\left[\frac{1}{2} |\uparrow\rangle \langle \uparrow| \otimes |b\rangle \langle b| + \frac{1}{2} |\downarrow\rangle \langle \downarrow| \otimes |a\rangle \langle a| - \right. \\ &\left. - \frac{i}{2} |\uparrow\rangle \langle \downarrow| \otimes |b\rangle \langle a| + \frac{i}{2} |\downarrow\rangle \langle \uparrow| \otimes |a\rangle \langle b| \right] \end{aligned} \quad (3.22)$$

Comme $\text{Tr}_{\mathcal{D}} |b\rangle \langle a| = \langle a|b\rangle$ et que $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont orthogonaux, on en déduit que

$$\text{Tr}_{\mathcal{D}} \rho = |\varphi_0\rangle \langle \varphi_0| \otimes \left[\frac{1}{2} |\uparrow\rangle \langle \uparrow| + \frac{1}{2} |\downarrow\rangle \langle \downarrow| \right] \quad (3.23)$$

- Pour prédire ce qui va se passer dans le dernier analyseur, il n'est donc pas incorrect de considérer que l'état de spin de $\mathcal{A}$ est un mélange statistique des états $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ avec des poids égaux, donc aussi des états $|+\rangle_x$ et $|-\rangle_x$ avec les mêmes poids. A la sortie du dernier analyseur, $\mathcal{A}$ aura donc une probabilité $1/2$ de passer dans la voie $S_x = +\hbar/2$, $1/2$ de passer dans la voie $S_x = -\hbar/2$.

- Ainsi, bien que $\mathcal{D}$ n'ait pas du tout modifié l'évolution de $\mathcal{A}$, le seul fait que $\mathcal{D}$ ait interagi avec $\mathcal{A}$ de manière à aboutir dans des états orthogonaux $|a\rangle$ ou $|b\rangle$ suivant que $\mathcal{A}$ passe dans la voie inférieure ou supérieure, fait disparaître les effets d'interférence quantiques observables en l'absence de $\mathcal{D}$ et discutés plus haut. C'est parce que $|\varphi_{\uparrow}\rangle$ et $|\varphi_{\downarrow}\rangle$ se sont corréls avec des états orthogonaux de $\mathcal{D}$ (voir (3.20)) que l'interférence

est détruite. On pourrait toujours consulter D après que A ait traversé l'interféromètre et savoir où A est parti (vers le haut si D est dans $|b\rangle$, vers le bas si D est dans $|a\rangle$).

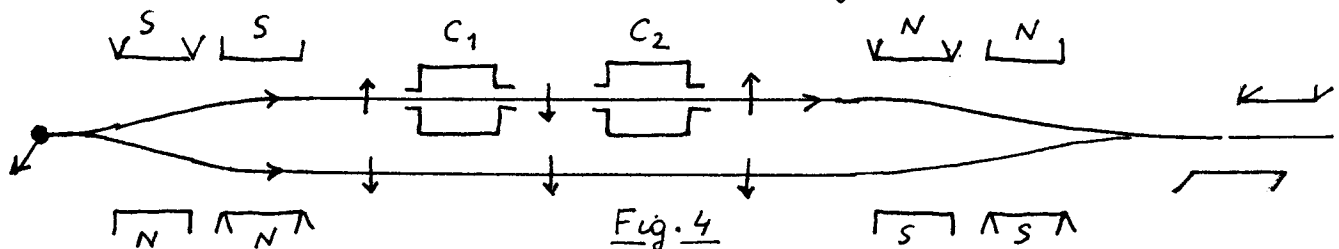
- Il ne faut pas perdre de vue que c'est parce qu'on ne s'intéresse plus à D dans la dernière mesure (celle de S_x) que la trace sur D a été prise dans (3.23), ce qui a remplacé une superposition d'états de $A + D$ par un mélange statistique d'états de A . Tant qu'on n'introduit pas le postulat I sur la mesure, l'évolution est toujours régie par l'équation de Schrödinger, évolution qui conserve nécessairement le caractère pur d'un état.

b - Le modèle de Scully, Englert et Schwinger (ref. 6)

i - Description du modèle - Hypothèses.

- Le modèle précédent peut être critiqué. En effet, pour que D ne soit pas affecté par Φ_A , il faut que $V(\vec{r}_A - \vec{r}_D)$ soit à très courte portée. Le changement d'impulsion de A dû à la diffusion par D n'est alors certainement pas négligeable et peut à lui seul détruire les effets d'interférence discutés au § 2, sans qu'il soit nécessaire d'invoquer le changement d'état de D .

- Un autre exemple de détecteur D , perturbant beaucoup moins la trajectoire de Φ_A et changeant d'état si A passe par la voie supérieure, a été récemment proposé par Scully, Englert et Schwinger (ref. 6). Ce modèle utilise 2 cavités microondes C_1 et C_2 , placées en série, percées de trous suffisamment larges pour que le paquet d'ondes Φ_A puisse, dans la voie supérieure, passer à travers ces trous sans être perturbé (Fig. 4).



- Ces 2 cavités sont accordées à résonance sur la fréquence de basculement du spin $\uparrow \rightarrow \downarrow$. Un champ magnétique statique uniforme est en effet appliqué entre les 2 appareils de Stern-Gerlach pour écarter les 2 niveaux de spin $\uparrow$ et $\downarrow$. En l'absence de C_1 et C_2 , un tel champ introduit un déphasage fixe entre les 2 chemins, ce qui fait tourner d'un certain angle le spin de l'atome dans le plan xOy une fois que les 2 paquets d'ondes ont été recombinaés (les 2 paquets d'ondes sont déphasés mais restent cohérents).

- La longueur de C_1 et l'intensité moyenne du champ dans C_1 sont ajustés pour que le spin de A , étant $\uparrow$ à l'entrée de C_1 , se retrouve $\downarrow$ à la sortie, après émission induite d'un photon microonde dans la cavité (voir Fig. 4). De même, la longueur de C_2 et l'intensité moyenne du champ dans C_2 sont telles que le spin de A passe de $\downarrow$ à $\uparrow$ après traversée de C_2 et absorption d'un photon microonde. Finalement, le passage de A dans la voie supérieure à travers C_1

et C_2 ne change pas globalement l'état de spin de A tout en changeant l'état du champ dans chaque cavité. Par ailleurs, le transfert d'impulsion entre atome et champ lors de l'absorption ou de l'émission d'un seul photon microonde est complètement négligeable devant l'impulsion moyenne et la dispersion en impulsion de $\varphi_{\uparrow}$, de sorte qu'on peut valablement négliger toute diffusion du paquet d'ondes passant dans la voie supérieure.

ii- Cas où les états initiaux du champ dans C_1 et C_2 sont des états à nombre de photons bien définis (états de Fock)

- L'état initial du champ dans C_1 et C_2 est $|N_1, N_2\rangle$; C_1 contient N_1 photons, C_2 N_2 photons.

Après passage dans C_1 , l'état global de $A+C_1+C_2$ subit la transition

$$|\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |\uparrow\rangle \otimes |N_1, N_2\rangle \rightarrow |\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes |N_1+1, N_2\rangle \quad (3.24)$$

Le passage de A dans C_2 donne ensuite

$$|\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes |N_1+1, N_2\rangle \rightarrow |\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |\uparrow\rangle \otimes |N_1+1, N_2-1\rangle \quad (3.25)$$

Globalement, l'état de A reste $|\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |\uparrow\rangle$ alors que C_1+C_2 passe de $|N_1, N_2\rangle$ à $|N_1+1, N_2-1\rangle$. Enfin, si A passe dans la voie inférieure, $|\varphi_{\downarrow}\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes |N_1, N_2\rangle$ reste inchangé.

- Lorsque les 2 paquets d'ondes $\varphi_{\uparrow}$ et $\varphi_{\downarrow}$ sont recombinaés en φ_0 , on obtient finalement pour état de $A+C_1+C_2$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\varphi_0\rangle \otimes [|\uparrow\rangle \otimes |N_1+1, N_2-1\rangle + e^{i\eta} |\downarrow\rangle \otimes |N_1, N_2\rangle] \quad (3.26)$$

où $e^{i\eta}$ est le déphasage introduit par le champ statique uniforme qui écarte les 2 niveaux $\uparrow$ et $\downarrow$.

- Lorsqu'on prend la trace sur C_1 et C_2 de l'opérateur densité ρ associé à (3.26) (comme nous l'avons fait plus haut dans le § 2iii) pour obtenir l'opérateur densité réduit de A , on trouve alors que la cohérence entre $\uparrow$ et $\downarrow$ est multipliée par

$$\text{Tr}(|N_1+1, N_2-1\rangle \langle N_1, N_2|) = \langle N_1, N_2 | N_1+1, N_2-1\rangle = 0 \quad (3.27)$$

Les interférences ont donc été détruites, car les 2 chemins de A ont été corrélés à des états orthogonaux de C_1+C_2 . En consultant l'état du champ dans C_1 et C_2 , on peut savoir si A est passé en haut (il y a un photon de plus dans C_1 , 1 photon de moins dans C_2) ou en bas (N_1 et N_2 n'ont pas changé).

iii- Cas où les états initiaux du champ dans C_1 et C_2 sont des états cohérents $|\alpha_1\rangle$ et $|\alpha_2\rangle$.

- L'état $|\alpha_1\rangle$ est une superposition linéaire d'états de Fock $|N_1\rangle$, la distribution des valeurs possibles de N_1 étant centrée autour d'une valeur moyenne $\langle N_1 \rangle$, avec une dispersion ΔN_1 de l'ordre de $\sqrt{\langle N_1 \rangle}$. Si $\langle N_1 \rangle$ est ajusté à une valeur telle que l'impulsion "vue" par A au passage à travers C_1 soit une "impulsion π " (qui fait passer le spin de $\uparrow$ à $\downarrow$), et si $\langle N_1 \rangle \gg 1$, on peut montrer que l'état de $A+C_1+C_2$ à la sortie de C_1 est, à une très bonne approximation, $|\varphi_{\uparrow}\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes |\alpha'_1, \alpha_2\rangle$ où $|\alpha'_1\rangle$ est un état cohérent très peu différent de $|\alpha_1\rangle$ dans la mesure où il contient en moyenne

un photon de plus que $|\alpha_1\rangle$ ($|\alpha'_1\rangle$ est donné par la même superposition linéaire d'états de Fock que $|\alpha_1\rangle$, tous les N étant décalés de +1). Le même raisonnement montre que, à la sortie de C_2 , l'état de $R+C_1+C_2$ est $|\varphi_0\rangle \otimes |\uparrow\rangle \otimes |\alpha'_1, \alpha'_2\rangle$, où $|\alpha'_2\rangle$ est un état cohérent très peu différent de $|\alpha_2\rangle$ (contenant en moyenne un photon de moins), de sorte que la formule généralisant (3.26) donne, pour état final, lorsque A sort de l'interféromètre

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\varphi_0\rangle \otimes [|\uparrow\rangle \otimes |\alpha'_1, \alpha'_2\rangle + e^{i\eta} |\downarrow\rangle \otimes |\alpha_1, \alpha_2\rangle] \quad (3.28)$$

- Le facteur de réduction de la cohérence entre $\uparrow$ et $\downarrow$, apparaissant lorsqu'on prend la trace sur C_1 et C_2 , est alors

$$\text{Tr} |\alpha'_1, \alpha'_2\rangle \langle \alpha_1, \alpha_2| = \langle \alpha_1, \alpha_2 | \alpha'_1, \alpha'_2 \rangle \simeq 1 \quad (3.29)$$

Il est très peu différent de 1 car $|\alpha'_1\rangle$ et $|\alpha'_2\rangle$ sont très voisins de $|\alpha_1\rangle$ et $|\alpha_2\rangle$. Dans ce cas, les interférences entre les 2 chemins ne sont pas détruites. Les 2 chemins sont corrélés avec des états du champ $|\alpha'_1, \alpha'_2\rangle$ et $|\alpha_1, \alpha_2\rangle$ qui ne sont pas orthogonaux. L'interaction $R - C_1 + C_2$ a introduit une corrélation qui est très imparfaite.

En termes plus physiques, la dispersion sur les valeurs possibles de N_1 et N_2 dans C_1 et C_2 est si grande qu'on ne peut pas, en mesurant l'état du champ dans C_1 et C_2 avant et après passage de A , affirmer avec certitude que les nombres de photons ont varié de +1 ou -1. On ne peut donc pas déterminer avec certitude par quel chemin A est passé, ce qui explique la non destruction des interférences.

- On peut expliquer de cette manière pourquoi les interféromètres à neutrons continuent à donner des effets d'interférence si l'on bascule le spin du neutron dans l'une des 2 voies de l'interféromètre par une impulsion de champ de radiofréquence (voir références 7 et 8)

Références

- (1) J. Bell and N. Nanenberg, in *Preludes in Theoretical Physics in honor of V. Weisskopf*, De Shalit et al eds, North Holland 1966 reproduit dans J. Bell, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*, Cambridge 1987
- (2) D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, 1951, p. 604
- (3) E. P. Wigner, *Am. J. Phys.* 31, 6 (1963)
- (4) J. Schwinger, M. O. Scully and B. G. Englert, *Z. Phys.* D10, 135 (1988)
- (5) M. O. Scully, R. Shea and M. Cullen, *Phys. Rep.* 43, 485 (1978)
- (6) M. O. Scully, B. G. Englert and J. Schwinger, *Phys. Rev.* A40, 1775 (1989)
- (7) G. Badurek, H. Rauch and J. Summhammer, *Phys. Rev. Lett* 51, 1015 (1983)
- (8) G. Badurek, H. Rauch and D. Tuppinger, *Phys. Rev.* A34, 2600 (1986)