

Buts de ce chapitre

- Etudier la trace du tenseur de diffusion D_{ij} dont l'expression a été établie dans le cours antérieur.
- Interpréter physiquement les divers termes apparaissant dans cette trace, et analyser leur comportement à haute intensité.
- Interpréter la valeur moyenne et les fluctuations des forces dipolaires en termes d'atome balayé par les photons laser.

A - Etude du coefficient de diffusion

① Calcul de la trace du tenseur de diffusion

On associe au tenseur de diffusion D_{ij} introduit dans le cours IX (voir 9.70, 9.45 et 9.65), un nombre D qui est sa trace

$$D = \sum_{i=1,2,3} D_{ii} \quad (10.1)$$

et que nous appellerons le coefficient de diffusion. C'est D qui apparaît dans l'expression de la température limite pouvant être atteinte par refroidissement radiatif et dans l'expression de l'énergie résiduelle d'une particule piégée dans un puits optique.

a) Les 2 origines du coefficient de diffusion

- (i) Termes d'émission spontanée dans les E.B.O. généralisées, plus précisément dans l'équation donnant $\tilde{W}_{gg}(r, p)$, et provenant de l'interaction H_{AR} entre l'atome et le champ du vide (voir 9.45)

$$D^{\text{vide}} = \sum_i D_{ii}^{\text{vide}} \quad (10.2)$$

- (ii) Termes d'absorption et d'émission induite des E.B.O. généralisées provenant de l'interaction $V(t)$ entre l'atome et le laser (voir 9.55)

$$D^{\text{laser}} = \sum_i D_{ii}^{\text{laser}} \quad (10.3)$$

b) Rappel de notations (voir aussi cours I)

- Onde laser $E_0(\vec{r}) \cos[\omega t + \phi(\vec{r})]$, d'amplitude E_0 et de phase dépendant de $\vec{r}$

$$E^{\pm}(\vec{r}) = \frac{1}{2} E_0(\vec{r}) e^{\mp i\phi(\vec{r})} \quad (10.4)$$

- $\phi_{st}(\vec{r})$: Solution stationnaire des E.B.O. ordinaires pour un atome immobile en $\vec{r}$

- Fréquence de Rabi $\omega_1(\vec{r})$ pour un atome en $\vec{r}$

$$\omega_1(\vec{r}) = -d E_0(\vec{r}) / \hbar \quad d = \langle e | D | g \rangle \quad (10.5)$$

- Paramètre de saturation $\delta(\vec{r})$ pour un atome en $\vec{r}$

$$\delta(\vec{r}) = \frac{[\omega_1(\vec{r})]^2 / 2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad \delta = \omega - \omega_0 \quad (10.6)$$

- Force radiative $\vec{F}(\vec{r})$ en $\vec{r}$ (opérateur vis à vis des variables internes)

$$\vec{F}(\vec{r}) = D^+(\vec{\nabla} E^+(\vec{r})) + D^-(\vec{\nabla} E^-(\vec{r})) \quad (10.7)$$

Termes proportionnels à $\vec{\nabla} \phi(\vec{r})$: pression de radiation

Termes proportionnels à $\vec{\nabla} E_0(\vec{r})$, c.à.d. à $\vec{\nabla} \omega_1(\vec{r})$: forces dipolaires

c) Calcul de D^{vide}

[X-2]

- D'après (9.45), et en posant $k_0 = \omega_0/c$, on obtient pour (10.2)

$$D^{vide} = \frac{1}{2} \Gamma \sigma_{ee}^{st} \hbar^2 k_0^2 \int d^2 \kappa \left(\sum_i \kappa_i^2 \right) \phi(\vec{\kappa}) = \frac{1}{2} \Gamma \sigma_{ee}^{st} \hbar^2 k_0^2 \quad (10.8)$$

On a utilisé $\sum_i \kappa_i^2 = 1$ et la normalisation (8.35) de ϕ

- Par ailleurs, la population stationnaire de l'état excité, σ_{ee}^{st} , se calcule aisément à partir des E.B.O. ordinaires (voir cours I) et vaut

$$\sigma_{ee}^{st} = \frac{1}{2} \frac{A}{1+A} \quad (10.9)$$

où A est le paramètre de saturation défini en (10.6). Finalement,

$$D^{vide} = \hbar^2 k_0^2 \Gamma \frac{A}{4(1+A)} \quad (10.10)$$

d) Résultats du calcul de D^{laser}

- D'après (9.65), D_{ij}^{laser} est la fonction de corrélation symétrique des parties fluctuantes des composantes i et j de la force radiative $\vec{F}(\vec{r})$ définie en (10.7), pour un atome immobile en $\vec{r}$ et dont l'état interne a atteint un régime d'équilibre stationnaire $\sigma_{st}(\vec{r})$. Comme les gradients $\vec{\nabla} E^\pm$ sont des grandeurs classiques bien définies, le calcul de D_{ij} se ramène au calcul des fonctions de corrélation stationnaires de l'opérateur dipôle $D^\pm$ pour un atome immobile en $\vec{r}$.

- Le principe du calcul de telles fonctions de corrélation atomiques à partir des E.B.O. ordinaires et du théorème de régression quantique est maintenant bien établi (des calculs analogues apparaissent dans la théorie de la fluorescence de résonance), et nous donnerons ici seulement le résultat du calcul de D^{laser} [le calcul détaillé de D^{laser} utilisant les transformées de Laplace des E.B.O. ordinaires peut être trouvé dans la référence (1). Voir aussi (2)]. Comme dans l'expression (9.65) de D_{ij}^{laser} apparaissent 2 composantes de $\vec{F}$ et par suite, d'après (10.7), un produit de 2 gradients $\vec{\nabla} E^\pm$, il y aura dans D^{laser} un terme en $(\vec{\nabla} \varphi)^2$, un terme en $(\vec{\nabla} \omega)^2$ et un terme en $(\vec{\nabla} \varphi) \cdot (\vec{\nabla} \omega)$. En regroupant le résultat obtenu pour D^{laser} avec (10.10), on obtient finalement

$$\begin{aligned} D = D^{vide} + D^{laser} = & \hbar^2 k_0^2 \Gamma \frac{A}{4(1+A)} + \\ & + \hbar^2 (\vec{\nabla} \varphi)^2 \Gamma \frac{A}{4(1+A)^3} \left\{ 1 + \left[3 - \frac{\Gamma^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right] A + A^2 \right\} \\ & + \hbar^2 \left(\frac{\vec{\nabla} \omega_1}{\omega_1} \right)^2 \Gamma \frac{A}{4(1+A)^3} \left\{ 1 + \left[\frac{\Gamma^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} - 1 \right] A + 3A^2 + \frac{\Gamma^2 + 4\delta^2}{\Gamma^2} A^3 \right\} \\ & - \hbar^2 \left(\frac{\vec{\nabla} \omega_1}{\omega_1} \right) \cdot (\vec{\nabla} \varphi) \delta \frac{A^2}{(1+A)^3} \left\{ \frac{\Gamma^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} + A \right\} \end{aligned} \quad (10.11)$$

② Fluctuations liés aux photons émis spontanément

a) Interprétation physique

- Ces fluctuations sont décrites par le coefficient de diffusion D^{vide} calculé en (10.8) et (10.10) et figurant sur la 1^{ère} ligne de (10.11)

- Nous avons déjà donné dans le cours IV l'image de la marche au hasard de l'impulsion atomique dans l'espace des impulsions, due au caractère aléatoire de la direction d'émission des photons spontanés

Dans une marche au hasard, les carrés des marches élémentaires s'ajoutent pour déterminer la variance de la variable aléatoire. Ici, comme on calcule la trace de D_j^{vide} , la somme des carrés des composantes de la marche élémentaire vaut simplement $\hbar^2 k_0^2$. L'accroissement de la variance de l'impulsion atomique au cours de δt vaut donc

$$\overline{(\delta \vec{p})^2} - (\overline{\delta \vec{p}})^2 = 2 D^{vide} \delta t = \hbar^2 k_0^2 \times \text{Nombre moyen de pas pendant } \delta t = \hbar^2 k_0^2 \times \text{Nombre moyen de photons émis spontanément pendant } \delta t = \hbar^2 k_0^2 \Gamma(\sigma_{ee})_{st} \delta t \quad (10.12)$$

On retrouve ainsi exactement l'expression (10.8) de D^{vide}

b) Comportement aux intensités élevées

- Comme une population ne peut jamais être supérieure à 1, il apparaît sur (10.8) que D^{vide} est bornée supérieurement par $\hbar^2 k^2 \Gamma / 2$
- En fait, on voit sur (10.9), qu'aux intensités élevées ($s \rightarrow \infty$) σ_{ee}^{st} tend vers $1/2$ par valeurs inférieures. Donc

$$D^{vide} \leq \hbar^2 k^2 \frac{\Gamma}{4} \quad (10.13)$$

et s'approche de cette valeur limite dès que la transition est saturée.

③ Fluctuations de la pression de radiation (Terme en $(\vec{\nabla} \varphi)^2$)

a) Interprétation physique

- Ces fluctuations sont décrites par la contribution au coefficient de diffusion de la 2^{ème} ligne de (10.11), qui ne fait intervenir que le gradient de phase $\vec{\nabla} \varphi$ (comme la pression de radiation)
- Prenons le cas simple d'une onde plane lumineuse, de vecteur d'onde $\vec{k}$. On a alors $\vec{\nabla} \varphi = -\vec{k}$. En réécrivant le crochet de la 2^{ème} ligne de (10.11) sous la forme $(1+s)^2 (1+\varphi)$ [où φ est donné plus loin en (10.15)], on peut alors mettre la 2^{ème} ligne de (10.11) sous la forme

$$\frac{1}{2} \hbar^2 k^2 \Gamma \frac{1}{2} s(1+s) (1+\varphi) = \frac{1}{2} \hbar^2 k^2 \Gamma \sigma_{ee}^{st} (1+\varphi) \quad (10.14)$$

avec

$$\varphi = \frac{\frac{\omega_1^2}{2} (\delta^2 - \frac{3\Gamma^2}{4})}{[\frac{\omega_1^2}{2} + \delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]^2} \quad (10.15)$$

On a utilisé (10.9) pour faire apparaître σ_{ee}^{st} .

Notons enfin que, pour une onde plane $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$, le terme en $(\vec{\nabla} \varphi)^2$ de (10.11) n'apparaît que dans un seul élément diagonal D_{33}^{laser} du tenseur de diffusion, si l'on prend l'axe z parallèle à $\vec{k}$, ce qui suggère que (10.14) est lié aux fluctuations de l'impulsion absorbée

- Effectivement, pendant le temps δt , l'atome absorbe N photons et acquiert donc l'impulsion

$$\delta \vec{p} = N \hbar \vec{k} \quad (10.16)$$

N est une variable aléatoire, donc $\delta \vec{p}$ aussi. La variance de $\delta \vec{p}$ vaut

$$\overline{(\delta \vec{p})^2} - (\overline{\delta \vec{p}})^2 = \hbar^2 k^2 (\overline{N^2} - \bar{N}^2) = \hbar^2 k^2 \Delta N^2 \quad (10.17)$$

où ΔN est la variance de N . On peut encore écrire

$$\Delta N^2 = \frac{\Delta N^2}{\bar{N}} \bar{N} \quad (10.18)$$

où

$$\begin{aligned} \bar{N} &= \text{Nombre moyen de photons absorbés pendant } \delta t \\ &= \text{Nombre moyen de photons émis spontanément pendant } \delta t \\ &= \Gamma(\sigma_{ee}^{st}) \delta t \end{aligned} \quad (10.19)$$

Si le nombre de photons N absorbés pendant δt suivait une loi de Poisson, on aurait $\Delta N^2 = \bar{N}$. La théorie de la résonance de fluorescence montre que ce n'est pas le cas et qu'on a plutôt

$$\Delta N^2 = \bar{N}(1 + \varphi) \quad (10.20)$$

où précisément φ est un facteur sans dimensions qui coïncide avec l'expression (10.15) donnée plus haut [voir références (3) à (5)]. Si $\varphi > 0$ on a une statistique superpoissonienne, si $\varphi < 0$, une statistique subpoissonienne [qui a été récemment observée (6)].

En reportant (10.20) et (10.19) dans (10.17), on obtient finalement

$$(\overline{\delta \vec{p}})^2 - (\overline{\delta \vec{p}})^2 = \hbar^2 k^2 (1 + \varphi) \Gamma \sigma_{ee}^{st} \delta t \quad (10.21)$$

qui peut encore s'écrire $2D \delta t$ où D coïncide avec (10.14)

- Ainsi, le coefficient de diffusion (10.14) représente la contribution à la diffusion de l'impulsion atomique, des fluctuations de l'impulsion absorbée par l'atome, liées elles-mêmes aux fluctuations du nombre de photons absorbés pendant un intervalle de temps donné.

La discussion qualitative du cours IV, limitée aux faibles intensités ($\omega \ll \Gamma$), auquel cas $\varphi \approx 0$, est donc justifiée et étendue à des valeurs arbitraires de l'intensité.

b) Comportement aux intensités élevées

Ici aussi, comme σ_{ee}^{st} est borné par 1 et que, d'après (10.15)

$$-\frac{3}{4} \leq \varphi \leq \frac{1}{4} \quad (10.22)$$

le coefficient de diffusion (10.14) ne peut dépasser des valeurs de l'ordre de $\hbar^2 k^2 \Gamma$.

④ Fluctuations des forces dipolaires (Terme en $(\vec{\nabla} \omega_i)^2$)

Leur contribution au coefficient de diffusion est représentée par la 3^{ème} ligne de (10.11), qui ne fait intervenir que le gradient d'amplitude $\vec{\nabla} \omega_i$ (comme les forces dipolaires).

L'origine physique de ces fluctuations sera analysée dans le § B suivant. Nous nous contenterons ici de discuter du comportement de ce terme aux hautes intensités, et les conséquences de ce comportement pour la stabilité des pièges radiatifs.

a) Comportement aux intensités élevées

- Les forces dipolaires sont surtout intéressantes par les puits de potentiel optique qui leur sont associés. Nous avons étudié dans le cours III les valeurs optimales des paramètres permettant de réaliser le puits le plus profond pour un faisceau gaussien de

puissance et de rayon focal donnés. Au fond du puits, on doit avoir X-5

$$|\omega_1| \gg \Gamma, \quad \delta \approx 4, \quad \delta = -\frac{|\omega_1|}{2\sqrt{2}} \quad (10.18)$$

ce qui donne pour la profondeur du puits U_0

$$U_0 \approx 0,3 \hbar |\omega_1| \quad (10.19)$$

- Pour ces valeurs de $|\omega_1|$, δ , δ , le terme dominant de la 3^{ème} ligne de (10.11) est associé au dernier terme du crochet et vaut

$$\hbar^2 \frac{(\vec{\nabla} \omega_1)^2 \Gamma}{\omega_1^2} \frac{\delta^4}{4(1+\delta)^3} \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} \sim \frac{\hbar^2 (\vec{\nabla} \omega_1)^2}{4\Gamma} \quad (10.20)$$

A la différence des 2 premières lignes de (10.11), la contribution de la 3^{ème} ligne ne tend pas vers une limite quand $|\omega_1|$ croît [δ restant toujours lié à $|\omega_1|$ par la 3^{ème} équation (10.18)], mais croît indéfiniment.

b) Conséquences pour la stabilité des pièges radiatifs

- Comparons (10.19) et (10.20). On voit que la profondeur du puits augmente linéairement en $|\omega_1|$, alors que la contribution des fluctuations des forces dipolaires au coefficient de diffusion augmente quadratiquement.

- Il s'ensuit qu'il serait incorrect d'augmenter indéfiniment l'intensité lumineuse pour réaliser un piège optique stable. Il faut réaliser un compromis entre

- (i) un puits aussi profond que possible.
- (ii) un coefficient de diffusion aussi petit que possible.
- (iii) un refroidissement radiatif aussi efficace que possible.

[voir références (2), (7) et le séminaire de J. Dalibard du 31.01.84]

⑤ Terme "croisé" en $(\vec{\nabla} \varphi) \cdot (\vec{\nabla} \omega_1)$

- Ce terme est nul pour une onde plane progressive ($\vec{\nabla} \omega_1 = \vec{0}$) ou stationnaire ($\vec{\nabla} \varphi = 0$)

- Dans une onde gaussienne progressive, il est nul dans le plan focal ($\vec{\nabla} \omega_1$ et $\vec{\nabla} \varphi$ sont perpendiculaires). Le long de l'axe, $(\vec{\nabla} \omega_1)/\omega_1$ est inverse de la longueur de Rayleigh $\pi \omega_0^2/\lambda$ (ω_0 : rayon focal), alors que $(\vec{\nabla} \varphi) \sim 1/\lambda$.

$\frac{\vec{\nabla} \omega_1}{\omega_1} \cdot \vec{\nabla} \varphi$ est alors ω_0^2/λ^2 fois plus petit que $(\vec{\nabla} \varphi)^2$ et la 3^{ème} ligne de (10.11) est négligeable devant la 1^{ère} (pour des valeurs raisonnables de l'intensité).

- Nous négligerons donc la 4^{ème} ligne de (10.11) devant les autres.

Références du § A

- (1) C. TANGUY, Thèse de 3^e cycle (Paris 1983)
 - (2) J.P. GORDON, A. ASHKIN, Phys. Rev. A21, 1606 (1980)
 - (3) S. REYNAUD, Thèse d'état (Paris 1981) Ann. Phys. Fr. 8, 315 (1983)
 - (4) L. MANDEL, Optics Lett. 4, 205 (1979)
 - (5) R.J. COOK, Phys. Rev. A23, 1243 (1981)
 - (6) H. SHORT, L. MANDEL, Phys. Rev. Lett. 51, 384 (1983)
 - (7) J. DALIBARD, S. REYNAUD, C. COHEN-TANNOUDJI, Opt. Comm. 47, 395 (1983)
- " " " " " " " " " " " "
- Proceedings Lasers 83
(à paraître)

B. Interprétation des forces dipolaires et de leurs fluctuations IX-6

en termes d'atome habillé par les photons laser

① Introduction

- la valeur moyenne de l'expression (10.7) de la force $\vec{F}(\vec{r})$ dans l'état stationnaire interne $\phi_{st}(\vec{r})$, donne la force radiative moyenne stationnaire pour un atome initialement immobile en $\vec{r}$, et dont les termes proportionnels à $\vec{\nabla}\phi$ et $\vec{\nabla}\omega$, sont respectivement la pression de radiation moyenne $\vec{F}_1$ et la force dipolaire moyenne $\vec{F}_2$, étudiés dans le cours 1982-83 [voir aussi cours I, II, III de cette année], et dont les expressions sont :

$$\vec{F}_1 = -\hbar(\vec{\nabla}\phi)\frac{\Gamma}{2} \frac{\omega_i^2/2}{\delta^2 + \frac{\omega_i^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad \vec{F}_2 = -\frac{\hbar\delta}{4} \frac{\vec{\nabla}\omega_i^2}{\delta^2 + \frac{\omega_i^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (10.21)$$

- A la limite $\Gamma \rightarrow 0$, $\vec{F}_1$ s'annule, $\vec{F}_2$ non. Cette propriété suggère qu'il doit être possible de rechercher une interprétation physique simple de la force dipolaire (valeur moyenne et fluctuations) dans le formalisme de l'atome habillé qui est bien adapté à la limite $\omega_i \gg \Gamma$

② Brefs rappels sur l'atome habillé (3)(8)

- Dans ce § 2, nous étudions le diagramme d'énergie de l'atome habillé en un point $\vec{r}$ bien défini de l'espace. Dans le § 3 suivant, nous nous intéresserons à la variation spatiale des énergies et des états propres de l'atome habillé.

- Commençons par négliger l'émission spontanée. L'atome et les photons du mode laser forment alors un système isolé, qu'on appelle l'atome habillé par les photons laser.

En l'absence de couplage atome - photons laser, les états non-perturbés du système, repérés par 2 nombres quantiques, e ou g pour l'atome, n pour le nombre de photons laser, se groupent en multiplicités E_n , de dimension 2, bien séparées les unes des autres. Par exemple, la partie gauche de la figure 1 représente 2 de ces multiplicités, E_n formée des 2 états $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$, qui sont quasi-dégénérés (leur écart en énergie vaut $-\hbar\delta = -\hbar(\omega - \omega_0)$), E_{n-1} formée des 2 états $|e, n-1\rangle$ et $|g, n\rangle$, située à une distance $\hbar\omega$ en dessous de E_n .

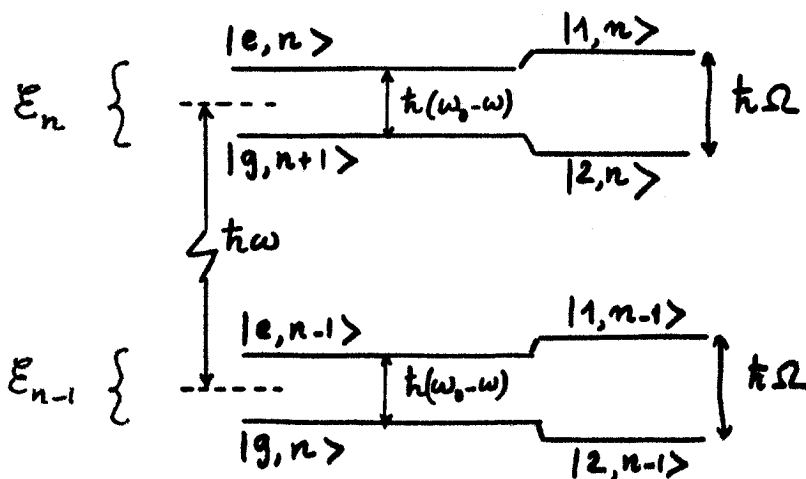


Fig 1

Le couplage atome-laser peut faire passer le système global de l'état $|g, n+1\rangle$ à l'état $|e, n\rangle$, de l'état $|g, n\rangle$ à l'état $|e, n-1\rangle$ (excitation de l'atome par absorption d'un photon). On peut montrer que l'élément de matrice décrivant un tel couplage s'écrit

$$\langle e, n | V | g, n+1 \rangle = \frac{\omega_1(\vec{r})}{2} e^{-i\varphi(\vec{r})} \quad (10.22)$$

où $\omega_1(\vec{r})$ est la fréquence de Rabi en $\vec{r}$, et $\varphi(\vec{r})$ la phase du champ laser [En toute rigueur, l'élément de matrice (10.22) varie avec n , comme $\sqrt{n+1}$; mais le diagramme de la figure 1 est considéré localement, autour d'une valeur de n , $\bar{n}$, très grande, et ce diagramme peut alors être considéré comme périodique].

Lorsqu'on tient compte du couplage (10.22) à l'intérieur de E_n , on obtient les états "perturbés" $|1, n\rangle$ et $|2, n\rangle$ représentés sur la partie droite de la figure 1, qui s'expriment sous forme de combinaisons linéaires de $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$, et dont l'écart en énergie vaut $\hbar\Omega$, où

$$\Omega(\vec{r}) = \sqrt{\omega_1^2(\vec{r}) + g^2} \quad (10.23)$$

Les mêmes considérations s'appliquent bien sûr à E_{n-1} , E_{n+1} ...

- Introduisons maintenant le couplage avec les modes vides du champ, responsable de l'émission spontanée

Ce couplage provoque des transitions radiatives de l'atome habillé, de E_n vers E_{n-1} , puis de E_{n-1} vers E_{n-2} et ainsi de suite. Par exemple, dans la base "non perturbée", ces processus correspondent aux transitions $|e, n\rangle \rightarrow |g, n\rangle$, $|e, n-1\rangle \rightarrow |g, n-1\rangle$

(l'atome passe brièvement de e à g , sans changement du nombre de photons laser). Comme les 2 états $|1, n\rangle$ et $|2, n\rangle$ contiennent une proportion de $|e, n\rangle$, les 2 états $|1, n-1\rangle$ et $|2, n-1\rangle$ une proportion de $|g, n\rangle$, on en conclut que les 4 transitions $|i, n\rangle \rightarrow |j, n\rangle$ ($i, j = 1, 2$) dans la base "perturbée" sont permises, ce qui permet de comprendre la structure en triplet du spectre de fluorescence : 1 composante à ω correspondant aux 2 transitions $|1, n\rangle \rightarrow |2, n-1\rangle$ et $|2, n\rangle \rightarrow |2, n-1\rangle$, 1 composante à $\omega + \Omega$ correspondant à $|1, n\rangle \rightarrow |2, n-1\rangle$, 1 composante à $\omega - \Omega$ correspondant à $|2, n\rangle \rightarrow |1, n-1\rangle$.

De même, en considérant la "cascade radiative" de l'atome habillé le long de son diagramme d'énergie, $E_n \rightarrow E_{n-1} \rightarrow E_{n-2} \dots$, on peut comprendre aisément les corrélations temporelles entre les photons de fluorescence émis successivement par l'atome, la distribution du nombre de ces photons pendant un intervalle de temps (pour plus de détails, voir la référence (3)).

③ Variation spatiale des énergies propres et états propres de l'atome habillé

- Dans le problème des forces radiatives qui nous intéresse ici, $\omega_1(\vec{r})$ et $\varphi(\vec{r})$ dépendent de $\vec{r}$. Par exemple $\omega_1(\vec{r})$ s'annule quand $\vec{r}$ est à l'extérieur du mode laser.

- Traçons alors la variation, en fonction de la position de l'atome dans le mode laser, des énergies des états perturbés des multiplicités E_n, E_{n-1} [Fig. 2]. On obtient, à l'extérieur du mode laser, des états qui se réduisent aux états non perturbés et dont l'écart

énergétique à l'intérieur de chaque multiplicité vaut $\hbar(\omega_0 - \omega)$ [X-8].
 Puis, lorsqu'on entre dans le faisceau laser, ces états se repoussent, puisqu'ils deviennent séparés par $\hbar\Omega(\vec{r})$, où $\Omega(\vec{r})$ est donné en (10.23), et que $\Omega \geq |\omega_0 - \omega|$. De plus, l'expression des états perturbés $|1, n\rangle$ et $|2, n\rangle$ en fonction des états non perturbés $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ change avec $\vec{r}$. Enfin, quand on ressort du mode laser, on retrouve les états non perturbés, séparés par $\hbar(\omega_0 - \omega)$.

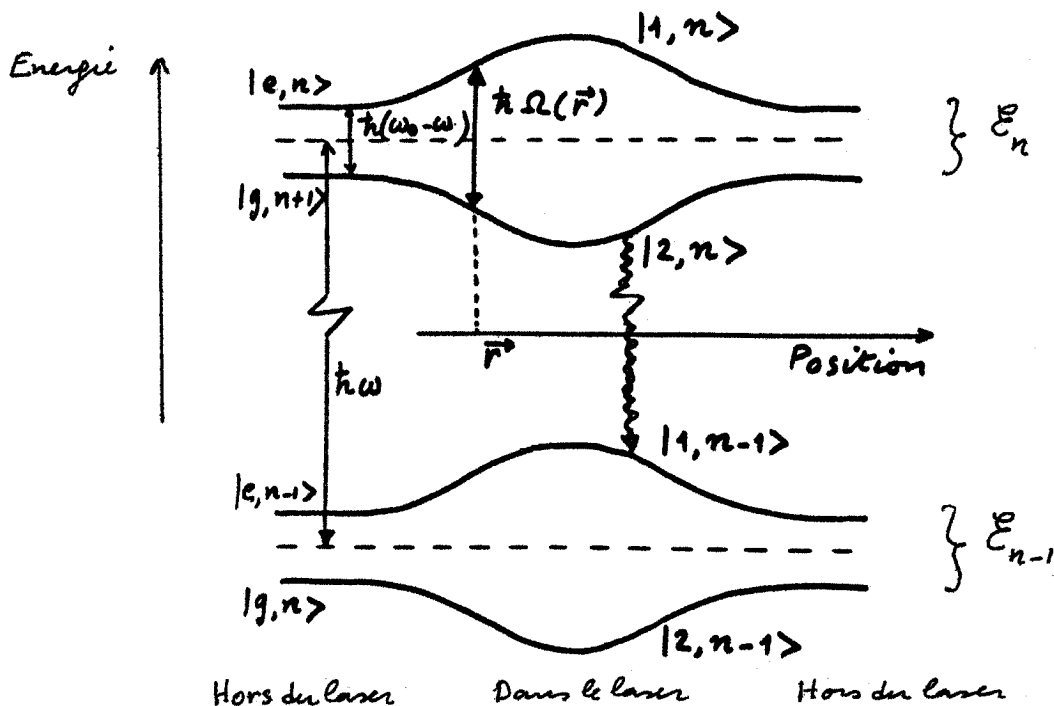


Fig. 2

- Commençons par négliger l'émission spontanée

Supposons que le système soit dans l'état $|1, n\rangle$ ou $|2, n\rangle$, et supposons que l'état externe de l'atome soit décrit par un paquet d'onde de dimensions très petites devant λ (λ de Broglie / $\lambda \approx \hbar k / p = E' \ll 1$) et dont le centre se déplace à une vitesse v très lente ($\hbar k v / p = E \ll 1$).

Le système va alors suivre adiabotiquement l'état dans lequel il se trouve initialement, $|1, n\rangle$ ou $|2, n\rangle$. Les courbes d'énergie de la figure 2 apparaissent alors comme des courbes d'énergie potentielle $V_{1n}(\vec{r})$ et $V_{2n}(\vec{r})$. L'atome habillé va subir une force

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= -\vec{\nabla} V_{1n}(\vec{r}) = -\frac{\hbar}{2} \vec{\nabla} \Omega(\vec{r}) \quad \text{s'il est dans l'état } |1, n\rangle \\ \vec{F}_2 &= -\vec{\nabla} V_{2n}(\vec{r}) = +\frac{\hbar}{2} \vec{\nabla} \Omega(\vec{r}) = -\vec{F}_1 \quad \text{s'il est dans l'état } |2, n\rangle \end{aligned} \quad (10.24)$$

On aboutit ainsi à l'image d'une force agissant sur l'atome habillé et dont le signe dépend du "type d'état" 1 ou 2 dans lequel il se trouve. C'est ainsi qu'apparaît dans le point de vue de l'atome habillé, l'effet Stern et Gerlach optique [voir cours 1982-83 cours VII - le champ laser était alors traité classiquement].

- Introduisons maintenant l'émission spontanée

L'atome habillé cascade alors le long de son diagramme d'énergie $E_n \rightarrow E_{n-1} \rightarrow E_{n-2} \dots$. Les transitions radiatives qu'il subit peuvent changer le type d'état dans lequel il se trouve. Par exemple, la flèche ondulée de la figure 2, correspondant à la transition $|2, n\rangle \rightarrow |1, n-1\rangle$ le fait passer d'un état de type 2 à un état de type 1. On aboutit ainsi à l'image d'une force lumineuse agissant sur l'atome et dont le signe change aléatoirement au cours du temps.

④ Interprétation de la force dipolaire moyenne

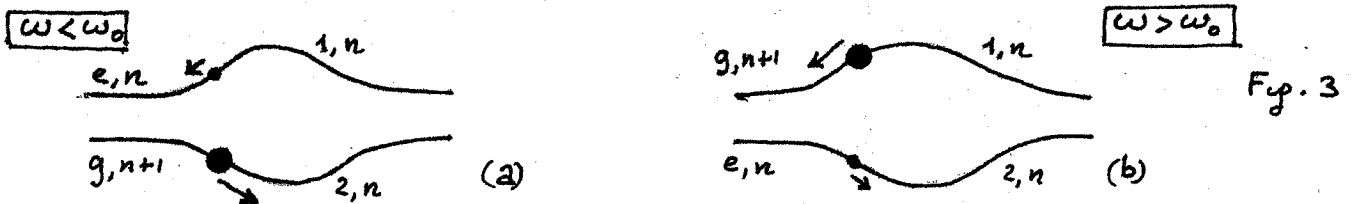
[X-9]

- La force dipolaire moyenne apparaît comme la moyenne des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$, pondérées par les probabilités π_1 et π_2 qu'a l'atome habillé de se trouver dans un état de type 1 ou 2.

$$\vec{F}_1 \pi_1 + \vec{F}_2 \pi_2 = \vec{F}_1 (\pi_1 - \pi_2) \quad (10.25)$$

- A résonance ($\omega = \omega_0$), les 2 états $|1, n\rangle$ et $|2, n\rangle$ contiennent la même proportion ($1/2$) de $|e, n\rangle$. L'instabilité de l'état e , se partage également sur les états $|1, n\rangle$ et $|2, n\rangle$. Les 4 transitions radiatives $|i, n\rangle \rightarrow |j, n-1\rangle$ ($i, j = 1, 2$) ont la même probabilité par unité de temps, égale à $\Gamma/4$. Les états de type 1 et 2 sont également peuplés ($\pi_1 = \pi_2$) et la force dipolaire moyenne est nulle.

- Hors résonance ($\omega \neq \omega_0$), π_1 n'est plus égal à π_2 . Si $\omega < \omega_0$ [Fig. 3a] ce sont les états de type 2 (qui se raccordent à $g, n+1$ hors du laser) qui sont les moins "contaminés" par $|e, n\rangle$, sont donc plus stables et par suite plus peuplés. L'atome est alors, en moyenne, poussé vers les régions de haute intensité. Les conclusions sont inversées si $\omega > \omega_0$ (Fig. 3b). On comprend ainsi pourquoi la force dipolaire moyenne dont l'expression est rappelée en (10.21), varie avec $\delta = \omega - \omega_0$ comme une courbe de dispersion.



Notons que si $|\delta| \gg \omega$, l'une des 2 populations π_1 ou π_2 est pratiquement égale à 1. Le déplacement de l'état d'énergie correspondant (qui est très proche de $g, n+1$) représente alors le déplacement lumineux ("light-shift") de l'état fondamental, calculé de manière perturbative. La force dipolaire apparaît comme l'opposé du gradient du déplacement lumineux. Le point de vue de l'atome habillé, qui prend en compte les 2 types d'état, permet de généraliser ce résultat à des intensités élevées ($\omega, \gg |\delta|$)

- Calcul quantitatif

La résolution de l'équation piloté décrivant l'effet de l'émission spontanée sur la matrice densité de l'atome habillé permet de calculer les populations P_{in} des divers états $|i, n\rangle$ de l'atome habillé, et par suite les probabilités π_1 et π_2 introduites plus haut. On trouve ainsi [voir références (3) et (8)]

$$\pi_1 = \sum_n P_{1n} = \frac{(\Omega + \delta)^2}{2(\delta^2 + \Omega^2)} \quad \pi_2 = \sum_n P_{2n} = \frac{(\Omega - \delta)^2}{2(\delta^2 + \Omega^2)} \quad (10.26)$$

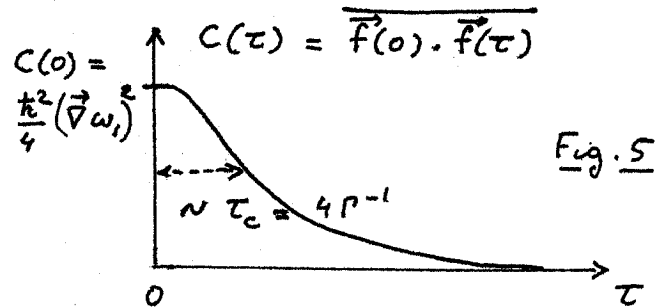
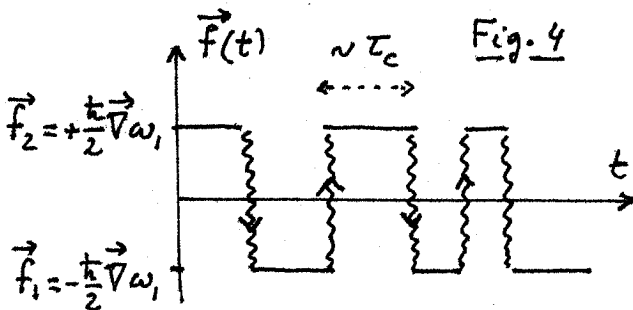
En reportant (10.26) dans (10.25), et en utilisant (10.23), on obtient alors

$$\vec{F}_1 \pi_1 + \vec{F}_2 \pi_2 = -(\pi_1 - \pi_2) \frac{\hbar}{2} \vec{\nabla} \Omega = -\hbar \delta \frac{\Omega \vec{\nabla} \Omega}{\delta^2 + \Omega^2} = -\hbar \delta \frac{\omega_1 \vec{\nabla} \omega_1}{2\delta^2 + \omega_1^2} \quad (10.27)$$

qui se réduit à l'expression (10.21) de la force dipolaire moyenne $\vec{F}_2$ à la limite $\Gamma \rightarrow 0$. L'interprétation physique donnée plus haut se trouve ainsi confirmée de manière quantitative.

(5) Interprétation des fluctuations de la force dipolaire X-10

- Supposons nous placés à résonance ($\omega = \omega_0$). D'après (10.23), Ω se réduit alors à ω_1 . La force lumineuse $\vec{F}(t)$ agissant sur l'atome passe aléatoirement au cours du temps de la valeur $\vec{F}_1 = -\frac{\hbar}{2} \vec{\nabla} \omega_1$, à la valeur $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$, et réciproquement [Fig. 4]. Comme la probabilité par unité de temps d'une transition $|1, n\rangle \rightarrow |2, n-1\rangle$ ou $|2, n\rangle \rightarrow |1, n-1\rangle$ est $\Gamma/4$, le temps moyen τ_c séparant 2 sauts consécutifs entre les 2 valeurs possibles de $\vec{F}$ est de l'ordre de $4\Gamma^{-1}$. Ce temps τ_c peut être encore considéré comme le temps de corrélation de la force fluctuante $\vec{F}(t)$, c.-à-d. le temps au delà duquel elle commence à perdre la "mémoire" de sa valeur initiale.



- La figure 5 représente la fonction de corrélation $C(\tau) = \overline{\vec{F}(0) \cdot \vec{F}(\tau)}$ de la force fluctuante $\vec{F}(t)$ représentée sur la figure 4. En $\tau=0$ on a

$$C(0) = (\vec{F}(0))^2 = \vec{F}_1^2 = \vec{F}_2^2 = \frac{\hbar^2}{4} (\vec{\nabla} \omega_1)^2 \quad (10.28)$$

Pour $\tau \gg \tau_c \sim 4\Gamma^{-1}$, $C(\tau)$ se réduit au produit des valeurs moyennes de $\vec{F}(0)$ et $\vec{F}(\tau)$ qui est nul puisque la force dipolaire moyenne est nulle à résonance.

- Le coefficient de diffusion associé à la force fluctuante $\vec{F}(t)$ est, d'après (9.66), l'intégrale de 0 à $+\infty$ de $C(\tau)$. On a donc

$$D = \int_0^\infty C(\tau) d\tau \simeq C(0) \tau_c \simeq \frac{\hbar^2 (\vec{\nabla} \omega_1)^2}{\Gamma} \quad (10.29)$$

On retrouve ainsi la dépendance correcte en $(\vec{\nabla} \omega_1)^2$ et Γ du coefficient de diffusion associé à la 3^{ème} ligne de (10.11) qui, pour $\delta=0$ et $\omega_1 \gg \Gamma$, se réduit à $\frac{\hbar^2 (\vec{\nabla} \omega_1)^2}{2\Gamma}$ [voir aussi (10.20)]

En conclusion, bien que le traitement quantique du champ laser ne soit pas indispensable si l'état de ce champ est un état cohérent (théorème de Hollow), le fait de considérer le système global formé par l'atome et le mode laser en interaction (atome "habillé" par les photons laser) permet d'interpréter simplement toutes les caractéristiques de la force dipolaire.

Références du § B (suite de la page X 5)

- (8) C. COHEN-TANNOUDJI Cours au Collège de France (1976-77)
- (9) S. HAROCHE Thèse d'état (Paris 1971)
Ann. Phys. Fr 6, 189 (1971)