

A. Résumé du cours 1982-83

Un atome, placé dans un faisceau lumineux, subit de la part de ce dernier divers types de forces qu'on appelle des forces radiatives. Le cours de cette année a été consacré à une étude des propriétés de ces forces et à leur interprétation en termes d'échanges d'impulsion entre atomes et photons.

Plusieurs raisons expliquent l'intérêt actuellement porté aux forces radiatives. L'analyse du mouvement d'un atome dans une onde lumineuse soulève tout d'abord un certain nombre de problèmes théoriques intéressants (corrélations entre les degrés de liberté internes et les degrés de liberté de translation, diffusion d'impulsion liée aux fluctuations des forces radiatives...). L'utilisation de ces forces, rendue plus aisée grâce au développement des sources laser, constitue par ailleurs un nouveau moyen d'action sur les atomes, ouvrant des perspectives intéressantes dans de nombreux domaines (piégeage et refroidissement radiatifs, spectroscopie à très haute résolution...).

Plusieurs approches possibles au problème des forces radiatives ont été présentées dans le cours, par ordre de complexité croissante.

APPROCHE CLASSIQUE

Le faisceau lumineux est décrit par une onde électromagnétique classique, de fréquence (angulaire) ω , et dont l'amplitude ξ_0 et la phase Φ

Varient d'un point à l'autre de l'espace. Cette onde met en mouvement d'oscillation forcée les électrons d'un atome, faisant ainsi apparaître un moment dipolaire électrique oscillant à la même fréquence ω que l'onde. Dans cette première approche, le dipôle atomique est traité simplement comme un dipôle classique. Enfin, le centre de masse de l'atome est supposé initialement immobile.

Les deux types de forces

On part de l'expression de la force de Lorentz exercée par les champs électrique et magnétique de l'onde incidente sur les constituants de l'atome. L'atome étant globalement neutre, la force électrique fait intervenir le dipôle atomique et le gradient du champ électrique. L'expression de la force magnétique est transformée par utilisation des équations de Maxwell. Finalement, la force totale est moyennée sur une période $2\pi/\omega$ de l'onde lumineuse car, seule cette force moyenne "séculaire" a un effet cumulatif.

Un calcul simple permet alors de séparer la force séculaire agissant sur l'atome en deux composantes.

- Une force \vec{F}_1 , proportionnelle au gradient de phase de l'onde lumineuse et à la composante du dipôle oscillant en quadrature avec l'onde.
- Une force \vec{F}_2 , proportionnelle au gradient d'amplitude de l'onde et à la composante du dipôle en phase avec l'onde.

Si l'onde lumineuse est une onde plane, le gradient d'amplitude est nul, et \vec{F}_1 est la seule force présente. Si l'onde lumineuse est une onde stationnaire, la phase est nulle, et c'est \vec{F}_2 qui est alors non nulle.

Interprétation en termes de diffusion et de redistribution de photons

L'interprétation physique des résultats précédents repose sur une analyse des échanges d'énergie et d'impulsion entre l'atome et l'onde lumineuse.

On commence par évaluer le travail moyen effectué par la force de Lorentz sur les constituants de l'atome, ce qui permet de relier l'énergie incidente absorbée par l'atome par unité de temps à la composante du dipôle en quadrature avec le champ.

Si l'onde lumineuse est une onde plane, de vecteur d'onde \vec{k} et de fréquence ω , les photons qui lui sont associés ont chacun une énergie $\hbar\omega$ et une impulsion $\hbar\vec{k}$. La force radiative (qui se réduit à \vec{F}_1 pour une onde plane) est alors reliée directement à l'impulsion gagnée par l'atome par unité de temps lors de l'absorption des photons incidents. En fait, ces photons absorbés sont ensuite réémis spontanément dans toutes les directions de l'espace, mais l'impulsion reperdue est alors nulle en moyenne, car l'émission spontanée se produit avec des probabilités égales dans deux directions opposées. La force \vec{F}_1 apparaît donc comme une *force de diffusion*, l'atome faisant passer des photons du "mode initialement non vide" du champ (onde plane incidente) vers les autres modes initialement vides.

La force \vec{F}_2 n'est non nulle que si l'onde incidente est la superposition linéaire d'au moins deux ondes planes 1 et 2, de même fréquence ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), mais de vecteurs d'onde différents ($\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2$), de manière à avoir un gradient d'amplitude non nul. Plusieurs modes du champ (au moins deux) sont alors initialement non vides. L'analyse des échanges d'impulsion montre dans ce cas que la force \vec{F}_2 est une force de redistribution : l'atome absorbe un photon dans un mode initialement non vide 1, et le réémet de manière stimulée dans un autre mode initialement non vide 2. Globalement, l'énergie du champ ne change pas, car $\omega_1 = \omega_2$, mais, comme $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2$, le champ perd l'impulsion $\hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$ qui est gagnée par l'atome. L'importance du déphasage entre les deux ondes 1 et 2 au point où se trouve l'atome est soulignée, car le sens de la redistribution ($1 \rightarrow 2$ ou $2 \rightarrow 1$) en dépend.

Application à un électron libre dans une onde lumineuse

Les notions précédentes sont appliquées ensuite à l'exemple simple d'un électron libre évoluant dans une onde lumineuse.

Le mouvement d'oscillation rapide de l'électron dans l'onde lumineuse est calculé au moyen de *l'équation de Abraham-Lorentz*, l'amortissement de l'électron étant décrit dans cette équation par le terme de réaction de rayonnement (interaction de l'électron avec son champ propre). La résolution de cette équation donne les composantes en quadrature et en phase du mouvement d'oscillation de l'électron que l'on reporte ensuite dans les expressions de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 .

La force \vec{F}_1 apparaît comme étant liée à la *diffusion Thomson* des photons incidents par l'électron, la *pression de radiation* correspondante étant proportionnelle à l'intensité lumineuse.

La force \vec{F}_2 , quant à elle, *dérive d'une énergie potentielle* qui n'est autre que *l'énergie cinétique moyenne de vibration* de l'électron dans l'onde lumineuse. La force \vec{F}_2 , appelée encore *force pondéromotrice*, repousse donc l'électron hors des régions de haute intensité lumineuse.

Les ordres de grandeur de ces deux forces sont enfin discutés ainsi que les phénomènes observables avec des impulsions laser.

APPROCHE SEMI-CLASSIQUE

Le problème des forces radiatives est repris à partir des équations quantiques d'évolution des variables atomiques, l'onde lumineuse continuant elle à être traitée classiquement.

Théorème d'Ehrenfest et équations de Bloch optiques

Les équations de Heisenberg décrivant l'évolution des *opérateurs* atomiques externes (position et impulsion du centre de masse) et internes (dipôle électriques) sont déduites de l'hamiltonien donnant l'énergie de l'atome dans l'onde lumineuse.

Pour obtenir la force radiative moyenne agissant sur l'atome, on prend alors la *valeur moyenne*, dans l'état quantique atomique, des équations de Heisenberg relatives au centre de masse (Théorème d'Ehrenfest). L'expression classique de la force radiative obtenue plus haut est alors retrouvée moyennant certaines conditions qui sont précisées.

- Le paquet d'ondes atomique initial doit avoir ses dimensions petites devant la longueur d'onde lumineuse.
- La *largeur naturelle* $\hbar\Gamma$ de l'état excité e (Γ étant l'inverse, $1/\tau$, de la durée de vie radiative τ de e) doit être grande devant *l'énergie de recul*, $E_{rec} = \hbar^2 k^2 / 2M$, de l'atome (de masse M) lors de l'émission ou de l'absorption d'un photon. Cette dernière condition, largement réalisée pour la plupart des transitions optiques permises, exprime que les variables internes ont un temps d'amortissement beaucoup plus court que les temps d'évolution caractéristiques des variables externes.

Les équations d'évolution des valeurs moyennes du dipôle d'un atome à deux niveaux sont enfin établies, l'effet de l'émission spontanée étant rajouté dans ces équations de manières phénoménologiques. On obtient ainsi les "équations de Bloch optiques". Une représentation géométrique en termes de spin fictif permet de préciser l'analogie très étroite qui existe entre ces équations et celles décrivant l'évolution d'un spin $1/2$ interagissant avec un champ de radiofréquence.

Pression de radiation et forces dipolaire pour un atome à deux niveaux initialement immobile.

La solution stationnaire des équations de Bloch optiques pour un atome à deux niveaux, initialement immobile dans une onde monochromatique, est calculée, puis reportée dans les expressions de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 . Les résultats obtenus sont alors discutés en fonction des divers paramètres physiques du problème : fréquence de Rabi $\omega_1 = -d\xi_0 / \hbar$ caractérisant le couplage entre le dipôle atomique d et l'amplitude ξ_0 de l'onde lumineuse, désaccord $\delta = \omega - \omega_0$ entre la fréquence ω de l'onde et la fréquence atomique ω_0 largeur naturelle Γ de l'état excité e .

La force \vec{F}_1 est liée à la diffusion résonante des photons incidents par l'atome. Elle est maximale à résonance, et varie avec $\delta = \omega - \omega_0$ comme une courbe d'absorption de Lorentz. Elle est proportionnelle à l'intensité lumineuse I à basse intensité et tend vers une limite $\hbar \vec{k} \Gamma / 2$, indépendante de I , quand I tend vers l'infini.

La force \vec{F}_2 dérive d'un potentiel et est dirigée suivant le gradient de l'intensité lumineuse. Sa variation avec $\omega - \omega_0$ est celle d'une courbe de dispersion. Si $\omega > \omega_0$, \vec{F}_2 repousse l'atome hors des régions de forte intensité. Si $\omega < \omega_0$, \vec{F}_2 attire au contraire l'atome vers ces régions.

Les ordres de grandeur de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 sont enfin discutés et comparés avec ceux trouvés plus haut pour un électron libre.

Dépendance en vitesse des forces radiatives.

Le calcul des forces radiatives est repris en supposant maintenant que l'atome a une vitesse initiale non nulle \vec{v}_0 .

Dans le cas où l'onde lumineuse est une onde plane, les résultats obtenus s'interprètent simplement en termes d'effet Doppler. Suivant sa vitesse, l'atome est plus ou moins en résonance avec l'onde, et la force est plus ou moins grande.

Dans le cas d'une onde stationnaire, les problèmes sont plus complexes. Les déplacements Doppler des deux ondes planes formant l'onde stationnaire ont des signes opposés, et des processus multiphotoniques résonnants appa-

raissent lorsque le désaccord δ est égal à un nombre impair de fois le déplacement Doppler $k v_0$: $\delta = (2n + 1)k v_0$. L'atome peut passer du niveau inférieur f au niveau supérieur e en absorbant $n+1$ photons d'une onde et en émettant de manière stimulée n photons dans l'autre. Il retombe enfin dans l'état fondamental par émission spontanée. Apparaissent ainsi des forces radiatives d'un type nouveau, faisant intervenir à la fois une redistribution et une diffusion. Un traitement qualitatif de ces forces est présenté (utilisant l'analogie mentionnée plus haut avec le problème de la résonance magnétique), de même qu'un traitement quantitatif basé sur la théorie des perturbations et la méthode des fractions continues.

La limite des faibles vitesses fait l'objet d'une étude spéciale. L'objectif du calcul est de déterminer si la force linéaire en v_0 amortit le mouvement atomique (*force de friction* intéressante pour réaliser un *refroidissement radiatif*), ou au contraire l'amplifie (échauffement).

On montre que, pour une onde plane, la force linéaire en v_0 est une force de friction si $\omega < \omega_0$, et on détermine les conditions pour lesquelles cette force de friction est maximale.

La force d'ordre zéro en v_0 est cependant toujours non nulle pour une onde plane, et il semble plus intéressant d'utiliser une onde stationnaire pour avoir une force de friction pure (sans terme d'ordre zéro en v_0). Un tel calcul est présenté à partir d'une résolution approchée des équations de Bloch optiques utilisant la première correction par rapport à l'approximation adiabatique. Le résultat du calcul indique que le signe de la force change à haute intensité, et d'autres schémas possibles, permettant d'éviter un tel changement de signe, sont alors présentés.

EFFETS PHYSIQUES LIES AU CARACTERE QUANTIQUE DES VARIABLES ATOMIQUES

La dernière partie du cours est consacrée à l'étude d'un certain nombre d'effets quantiques atomiques. Au lieu de considérer uniquement l'évolution du centre du paquet d'ondes, on s'intéresse maintenant à *l'évolution du paquet d'ondes tout entier*.

Afin de concentrer la discussion sur les effets quantiques atomiques, l'émission spontanée est négligée, ce qui est valable si le temps d'interaction T est court devant la durée de vie radiative τ . L'état atomique peut alors être décrit par une fonction d'onde à deux composantes, représentant l'amplitude de probabilité de trouver l'atome au point \vec{r} dans l'état e ou f.

Effet Stern et Gerlach optique

L'équation de Schrödinger décrivant l'évolution de la fonction d'onde à deux composantes est formellement tout à fait analogue à celle d'une particule de masse M , de spin $1/2$, évoluant dans un champ magnétique statique inhomogène, dont l'amplitude et la direction varient d'un point à l'autre de l'espace.

Cette analogie permet de comprendre aisément que le paquet d'ondes associé à un atome en mouvement dans une onde lumineuse puisse, dans certaines conditions, se *dédoubler* en deux paquets d'ondes différents –comme dans l'effet Stern et Gerlach ordinaire).

Plusieurs situations susceptibles de donner naissance à un effet Stern et Gerlach optique sont envisagées, et les ordres de grandeur des séparations spatiales entre les deux paquets d'ondes évalués. Le problème de l'entrée de l'atome dans un faisceau lumineux est enfin examiné dans deux situations extrêmes : la limite adiabatique où le paquet d'ondes ne se dédouble pas, la limite non adiabatique où il se dédouble.

Diffraction d'une onde de de Broglie par un faisceau lumineux

Dans une expérience de diffraction usuelle, une onde lumineuse est diffractée par un réseau matériel. On décrit ici la situation inverse où c'est une onde de matière qui est diffractée par un réseau lumineux.

Le déphasage subi par l'onde de de Broglie) la traversée d'une onde lumineuse progressive ou stationnaire est calculé à partir de l'équation de Schrödinger. La transformée de Fourier spatiale de la fonction d'onde après la traversée du faisceau lumineux permet alors de déterminer la distribution finale d'impulsion de l'atome.

Les résultats obtenus sont interprétés à la fois en termes corpusculaires (échanges d'impulsion entre atomes et photons) et en termes ondulatoires (diffraction de Bragg de l'onde de de Broglie).

Le lien avec *l'effet Kapitza-Dirac*, observable sur des électrons libres diffractés par une onde lumineuse stationnaire est enfin discuté.

B - Rappel de quelques formules importantes

Onde lumineuse (polarisé suivant Oz)

$$\vec{E}_z(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos[\omega t + \phi(\vec{r})] = \vec{E}^{(+)}(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \vec{E}^{(-)}(\vec{r}) e^{i\omega t}$$

$$\vec{E}^{(+)}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{E}_0(\vec{r}) e^{-i\phi(\vec{r})} = [\vec{E}^{(-)}(\vec{r})]$$

Onde plane $\vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ $\vec{E}_0(\vec{r}) = \vec{E}_0$ $\phi(\vec{r}) = -\vec{k} \cdot \vec{r}$

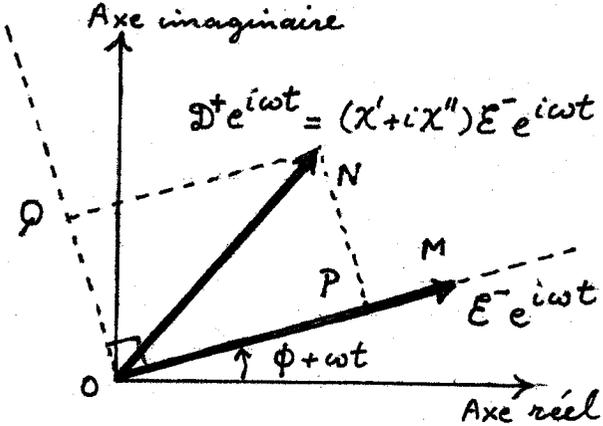
Onde stationnaire $\vec{E}_0 \cos \vec{k} \cdot \vec{r} \cos \omega t$ $\vec{E}_0(\vec{r}) = \vec{E}_0 \cos \vec{k} \cdot \vec{r}$ $\phi(\vec{r}) = 0$

Moment dipolaire électrique induit D

- Oscille à ω , le long de Oz, autour du centre R de l'atome supposé initialement immobile

$$\vec{D}(t) = \vec{D}^+ e^{i\omega t} + \vec{D}^- e^{-i\omega t}$$

- Composantes de D en phase et en quadrature avec E



$$\overline{OM} = \frac{E_0}{2}$$

$$\overline{OP} = D_{\text{phase}} = \chi' \overline{OM} = \chi' \frac{E_0}{2}$$

$$OP = D_{\text{quadr}} = \chi'' \overline{OM} = \chi'' \frac{E_0}{2}$$

Possibilité de non linéarité (χ' et χ'' dépendant de E_0^2)

Force de Lorentz "séculaire" $\vec{F} = \vec{D}^+ \vec{\nabla} E^+ + \vec{D}^- \vec{\nabla} E^-$

Les 2 types de forces

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = D_{\text{quadr}} \vec{\nabla} E_0 \phi & \leftarrow \text{nulle pour une onde station.} \\ \vec{F}_2 = D_{\text{phase}} \vec{\nabla} E_0 & \leftarrow \text{nulle pour une onde plane} \end{cases}$$

Absorption d'énergie par le dipole

- Energie moyenne incidente absorbée par unité de temps

$$\frac{dW}{dt} = -\omega E_0 D_{\text{quadr}} \text{avance}$$

- Nombre moyen de photons incidents absorbés par unité de temps

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\hbar \omega} \frac{dW}{dt} = -\frac{E_0}{\hbar} D_{\text{quadr}} \text{avance}$$

Interprétation de \vec{F}_1 en termes de photons

$$\vec{F}_1 = (-\hbar \vec{\nabla} \phi) \frac{dN}{dt} = \hbar \vec{k} \frac{dN}{dt} \quad \text{pour une onde plane (car } \phi = -\vec{k} \cdot \vec{r} \text{)}$$

\vec{F}_1 : impulsion des photons absorbés par unité de temps
 (impulsion reperdue par émission spontanée nulle en moyenne)

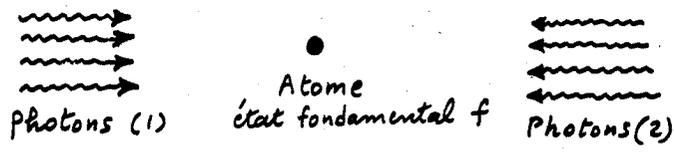


Bilan d'impulsions non nul lors du cycle
 Absorption dirigée + émission spontanée "isotrope"

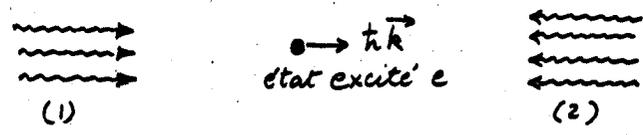
Interprétation de \vec{F}_2 en termes de photons

- Nécessité de superposer plusieurs ondes planes de \vec{k} différents pour avoir $\vec{\nabla} E_0 \neq \vec{0}$
- Exemple simple de 2 ondes planes \vec{k} et $-\vec{k}$
 \vec{F}_2 résulte d'une redistribution des photons entre les 2 ondes

Etat initial

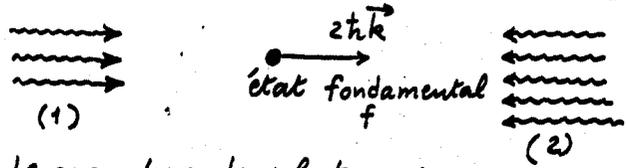


Absorption d'un photon (1)



L'atome passe dans l'état excité e et gagne l'impulsion $\hbar \vec{k}$

Emission stimulée d'un photon (2)



Le nombre de photons (2) augmente d'une unité, l'atome retombe dans f et gagne encore $\hbar \vec{k}$

Bilan d'impulsion non nul lors du cycle

Absorption dirigée dans une onde + émission stimulée dirigée dans une autre onde

- Redistribution cohérente sensible aux relations de phase entre les 2 ondes

Application à un électron libre

- Calcul du dipole induit $\vec{D} = q \vec{r}$ à partir de l'équation de Abraham-Lorentz
- $$m \ddot{\vec{r}} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{\vec{r}} + q \vec{E}(\vec{R}, t)$$

- Expression de \vec{F}_1 . Pression de radiation liée à la diffusion Thomson

$$\vec{F}_1 = \underbrace{\frac{8\pi}{3} r_0^2}_{\text{Section efficace Thomson}} \times \underbrace{\frac{F_{inc}}{\hbar\omega}}_{\text{Flux incident de photons}} \times \underbrace{\hbar\vec{k}}_{\text{Impulsion de chaque photon}}$$

$$r_0 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{mc^2} = \text{rayon classique de } e^-$$

$$F_{inc} = \epsilon_0 c E_0^2/2 = \text{Flux incident d'énergie}$$

- Expression de \vec{F}_2 . Force pondéromotrice

$$\vec{F}_2 = -\vec{\nabla} \bar{E}_{vibr}(\vec{R})$$

$$\bar{E}_{vibr}(\vec{R}) = \frac{q^2 E_0^2(\vec{R})}{4m\omega^2} = \text{énergie cinétique moyenne de vibration de l'électron dans l'onde incidente}$$

Hamiltonien semiclassique

$$H = \underbrace{\frac{\vec{P}^2}{2M}}_{\textcircled{1}} + \underbrace{h_A}_{\textcircled{2}} - \underbrace{\sum_j D_j E_j(\vec{R}, t)}_{\textcircled{3}}$$

- ① : Energie cinétique du centre de masse (position \vec{R} , impulsion \vec{P} , masse M)
- ② : Energie des degrés de liberté internes de l'atome (dans le système du centre de masse)
- ③ : Energie d'interaction entre
 - l'opérateur moment dipolaire électrique \vec{D} de l'atome
 - le champ \vec{E} de l'onde (classique) incidente évalué en \vec{R} ($a_0 \ll \lambda$)

Il manque l'interaction avec les modes vides du champ quantifié (responsable de l'émission spontanée), et l'hamiltonien du champ quantifié

Equations de Heisenberg pour \vec{R} et \vec{P}

$$\dot{\vec{R}} = \frac{1}{i\hbar} [\vec{R}, H] = \vec{\nabla}_{\vec{P}} H = \frac{1}{M} \vec{P}$$

$$\dot{\vec{P}} = M \ddot{\vec{R}} = \frac{1}{i\hbar} [\vec{P}, H] = -\vec{\nabla}_{\vec{R}} H = \sum_j D_j \vec{\nabla} E_j$$

Evolution des valeurs moyennes : Théorème d'Ehrenfest

$$\dot{\vec{R}}(t) = \langle \dot{\vec{R}}(t) \rangle \quad \dot{\vec{D}}(t) = \langle \dot{\vec{D}}(t) \rangle$$

$$M \ddot{\vec{R}}(t) = \sum_j \langle D_j(t) \vec{\nabla} E_j(\vec{R}(t), t) \rangle$$

Peut-on au 2^{ème} membre de cette équation

- négliger les corrélations entre $\vec{D}(t)$ et $\vec{R}(t)$?
 $\langle D_j(t) \vec{\nabla} E_j(\vec{R}(t), t) \rangle \rightarrow \langle D_j(t) \rangle \langle \vec{\nabla} E_j(\vec{R}(t), t) \rangle$
- remplacer \vec{R} par $\bar{\vec{R}}$ dans $\langle \vec{\nabla} E_j(\vec{R}(t), t) \rangle$?

La réponse est oui si

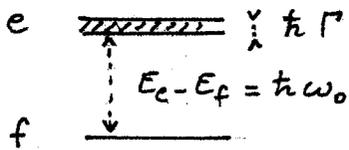
- dimensions du paquet d'ondes atomique $\ll \lambda$
- $\hbar\Gamma$, largeur naturelle de l'état excité $\gg E_{excit} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$

Temps évolution variables internes \ll Temps évolution variables externes

On obtient alors le résultat classique

$$M \ddot{\vec{R}}(t) = \vec{F} = \vec{D}^+(t) \vec{\nabla} E^+(\vec{R}(t), t) + \vec{D}^-(t) \vec{\nabla} E^-(\vec{R}(t), t)$$

Atome à 2 niveaux



Γ : largeur naturelle de e
 Γ = Probabilité par unité de temps d'émettre spontanément un photon
 $\tau_R = \frac{1}{\Gamma}$ = durée de vie radiative de e

$\delta = \omega - \omega_0$: Désaccord entre la fréquence ω du laser et la fréquence atomique ω_0
 $d = \langle e | D | f \rangle$: Moment dipolaire de transition
 $d E_0(\vec{R})$: Energie caractéristique du couplage atome-champ
 $\omega_1(\vec{R}) = -d E_0(\vec{R}) / \hbar$: Fréquence de Rabi

Equations de Bloch optiques

- Equations d'évolution de la matrice densité atomique interne σ

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{ee} & \sigma_{ef} \\ \sigma_{fe} & \sigma_{ff} \end{pmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \sigma = \underbrace{\frac{1}{i\hbar} [H_A, \sigma]}_{\text{Evolution propre}} + \underbrace{\frac{1}{i\hbar} [-\vec{D} \cdot \vec{E}(\vec{R}, t), \sigma]}_{\text{Couplage avec le laser}} + \text{Termes d'amortissement par émission spontanée (phénoménologiques)}$$

- Description phénoménologique de l'émission spontanée

$$\dot{\sigma}_{ee} = -\Gamma \sigma_{ee} \quad \dot{\sigma}_{ff} = \Gamma \sigma_{ee} \quad \dot{\sigma}_{fe} = -\frac{\Gamma}{2} \sigma_{fe} \quad \dot{\sigma}_{ef} = -\frac{\Gamma}{2} \sigma_{ef}$$

- Changement de variables

$$\begin{cases} u(t) = \text{Re } \sigma_{fe}(t) e^{-i[\omega t + \phi(\vec{R}, t)]} \\ v(t) = \text{Im } \sigma_{fe}(t) e^{-i[\omega t + \phi(\vec{R}, t)]} \\ w(t) = \frac{1}{2} [\sigma_{ee}(t) - \sigma_{ff}(t)] \end{cases}$$

- Equations d'évolution des vecteurs de Bloch $\{u, v, w\}$

$$\begin{cases} \dot{u} = -\frac{\Gamma}{2} u + (\delta + \dot{\phi}) v \\ \dot{v} = -(\delta + \dot{\phi}) u - \frac{\Gamma}{2} v - \omega_1 w \\ \dot{w} = \omega_1 v - \Gamma (\frac{1}{2} + w) \end{cases}$$

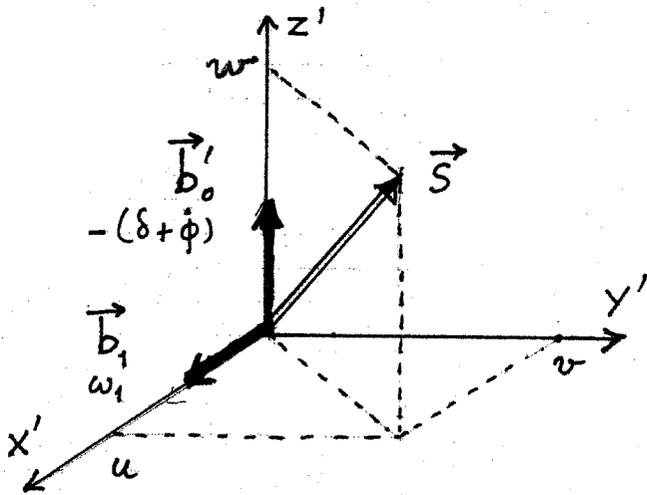
$$\phi = \phi(\vec{R}(t), t) \quad \dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{R} \cdot \vec{\nabla} \phi \quad \omega_1 = -\frac{d E_0(\vec{R}(t), t)}{\hbar}$$

- Equation d'évolution de \vec{R}

$$M \ddot{\vec{R}} = \vec{F}$$

$$\vec{F} = d u \vec{\nabla} E_0 + d v E_0 \vec{\nabla} \phi = -\hbar u \vec{\nabla} \omega_1 - \hbar v \omega_1 \vec{\nabla} \phi$$

Spin fictif \vec{S}



- Précession de Larmor de \vec{S} autour de $\vec{B}'_0 + \vec{B}_1$ (fréquences de Larmor respectivement égales à $-\delta - \dot{\phi}$ et ω_1)

- Relaxation par émission spontanée

$$T_1 = \frac{1}{\Gamma} \quad \text{pour } w$$

$$T_2 = \frac{2}{\Gamma} \quad \text{pour } u \text{ et } v$$

Solution stationnaire des équations de Bloch optiques

(pour un atome initialement immobile $\dot{\phi} = 0$)

$$u = \frac{\delta}{\omega_1} \frac{s}{1+s} \quad v = \frac{\Gamma}{2\omega_1} \frac{s}{1+s} \quad w = -\frac{1}{2} \frac{1}{1+s}$$

$$s = \frac{\omega_1^2/2}{\delta^2 + (\Gamma^2/4)} \quad \text{Paramètre de saturation}$$

Expression de la force de diffusion $\vec{F}_1 = -\hbar v \omega_1 \vec{\nabla} \phi$

$$\vec{F}_1 = -\hbar (\vec{\nabla} \phi) \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} = -\hbar (\vec{\nabla} \phi) \frac{\Gamma}{2} \frac{\frac{\omega_1^2}{2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\omega_1^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Pour $s \ll 1$ $\vec{F}_1 \approx -\hbar (\vec{\nabla} \phi) \frac{\omega_1^2}{2} \frac{\Gamma}{2} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$

Pour $s \gg 1$ $\vec{F}_1 \approx -\hbar (\vec{\nabla} \phi) \frac{\Gamma}{2}$

Expression de la force de redistribution $\vec{F}_2 = -\hbar u \vec{\nabla} \omega_1$

$$\vec{F}_2 = -\vec{\nabla} U \quad U = \frac{\hbar \delta}{2} \text{Log}(1+s) = \frac{\hbar \delta}{2} \text{Log} \left[1 + \frac{\frac{\omega_1^2}{2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right]$$

$$\vec{F}_2 = -\frac{\hbar(\omega - \omega_0)}{4} \frac{\vec{\nabla} \omega_1^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\omega_1^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Autres notations

$$\vec{\alpha} = \vec{\nabla} \text{Log} |\omega_1(\vec{r})| = \frac{\vec{\nabla} \omega_1}{\omega_1}$$

$$\vec{\beta} = \vec{\nabla} \phi$$

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = \hbar \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \vec{\beta} \\ \vec{F}_2 = -\hbar \delta \frac{s}{1+s} \vec{\alpha} \end{cases}$$

Poursuivre l'étude des forces radiatives en mettant l'accent sur les possibilités ouvertes dans le domaine du refroidissement et du piégeage radiatifs.

- Description de quelques expériences récentes sur la deflexion, le ralentissement et la focalisation de jets atomique irradiés par des faisceaux laser. Mise en évidence des propriétés essentielles des forces de pression de radiation et des forces dipolaires.
- Principes du refroidissement radiatif. Compétition entre le refroidissement radiatif et l'échauffement dû à la diffusion de l'impulsion atomique. Températures limites pouvant être atteintes. Equations d'évolution de la fonction de distribution de l'impulsion atomique.
- Analogie avec le mouvement brownien. Mouvement brownien dans un puits de potentiel. Energie résiduelle en régime stationnaire. Evolution de la fonction de distribution dans l'espace des phases. Limite des frictions élevées et des frictions faibles.
- Description quantique du mouvement d'un atome dans une onde lumineuse. Equations cinétiques. Equation de Fokker-Planck pour la fonction de Wigner. Origine physique des fluctuations des forces radiatives.
- Pièges radiatifs pour atomes neutres. Probabilité de fuite hors du puits de potentiel. Conditions de stabilité.