Mécanique des fluides/Fluid Mechanics

Mécanisme de génération des « jets latéraux » dans les jets axisymétriques forcés

Malek ABID et Marc BRACHET

Résumé – Le mécanisme de génération des « jets latéraux » dans les jets axisymétriques est étudié par intégration numérique directe des équations de Navier-Stokes. Après la formation d'anneaux de vorticité par l'instabilité primaire de Kelvin-Helmholtz, nous observons l'apparition de paires de filaments de vorticité contra-rotatifs axiaux qui éjectent le fluide vers l'extérieur du jet. Nous caractérisons la disposition géométrique tridimensionnelle des anneaux, des filaments et des jets latéraux.

Mechanism for generation of lateral jets in forced axisymmetric jets

Abstract – The generation of side jets from axisymmetric jets is studied by direct numerical integration of the Navier-Stokes equations. After vortex rings are formed via the primary Kelvin-Helmholtz instability, pairs of axially counter-rotating vorticity filaments appear which eject fluid out of the jet. We describe the three-dimensional topology of the rings, filaments, and jets.

Abridged English Version – In certain experimental configurations, the dynamics of stretching, entrainment, and mixing in axisymmetric jets occurs primarily via what are called *side jets* (Monkewitz, 1989). These structures have been observed both in hot jets, and also in acoustically forced jets of uniform density. In the case of hot jets, there is a self-oscillating ("preferred") mode for the jet (Ho, 1984). In the second case, the jet is forced at the most unstable frequency. In both cases, these mechanisms lead to the formation of high-intensity vortex rings.

Based on his experimental results, Monkewitz has suggested (Monkewitz, 1991) that the side jets were produced by pairs of counter-rotating longitudinal vortex filaments. These filaments would be analogous to the streamwise vortices observed in mixing layers.

In this Note, we use direct simulation of the three-dimensional Navier-Stokes equations (1), (2), to characterize the mechanism responsible for the generation of side jets. We also solve equation (3) for a passive scalar, which has no effect on the velocity field, and is used only as a numerical tracer to visualize the mixing between the interior and exterior of the jet.

We use a standard pseudo-spectral method (Gottlieb, 1977). The flow is taken to be periodic along the axis of the jet, and is expanded in trigonometric functions in the lateral directions.

The initial condition is a superposition of the basic profile of the jet and several unstable eigenmodes from linear stability theory. The basic profile is that studied by Michalke (Michalke, 1984), equation (4). The unstable modes are obtained by solving the Rayleigh equation by a shooting method and interpolating the solutions onto the gridpoints of the pseudo-spectral code. The passive scalar is initialized with the same profile as the velocity.

We checked the three-dimensional code by reproducing the growth rates predicted by linear theory for sufficiently small amplitudes of the unstable mode. We then followed the non-linear temporal evolution of the dynamics of the jet.

The saturation of the most unstable axisymmetric mode is accompanied by the tracer distribution of figure 1, which is produced by the Kelvin-Helmholtz instability.

Note présentée par Yves POMEAU.

0764-4450/93/03161673 \$ 2.00 © Académie des Sciences

After saturation of the Kelvin-Helmholtz instability, further evolution occurs via instability to non-axisymmetric perturbations. This evolution therefore depends on the non-axisymmetric perturbations present in the initial condition. Figure 2 shows a case in which an initial perturbation with azimuthal wavenumber $m=\pm 6$ evolves spontaneously into 6 pairs of counter-rotating filaments located between the vortex rings formed by the Kelvin-Helmholtz instability. The rings themselves display a waviness characteristic of Widnall's instability (Widnall, 1974).

The gradient of the tracer is localized between the rings, showing that the basic mechanism for the generation of side jets is its being drawn out by the counter-rotating axial filament pairs.

Following an axial filament along the jet, it originates outside a vortex ring and terminates inside the following ring. Detailed examination of the 3D visualizations shows that the filaments exchange partners as they enter the vortex ring. Here, we witness the tracer being drawn into the jet. These results are confirmed by studying a cross-section perpendicular to the axis of the jet near a vortex (*fig.* 3).

We have shown numerically that the mechanism for generation of side jets is the ejection produced by the pairs of axial counter-rotating filaments coming from the secondary instability of the structure obtained by the saturation of the Kelvin-Helmholtz instability of the jet.

Our computations were carried out on the Cray-2 of the Centre de Calcul Vectoriel pour la Recherche. The 3D visualizations were performed using the VFFS software package developed at CERFACS. This research was supported by DRET contract 90-173.

Dans certaines circonstances expérimentales, la dynamique de l'élargissement, de l'entraînement et du mélange dans des jets axisymétriques se produit principalement au travers de jets latéraux (« Side Jets ») (Monkewitz, 1989). Ces structures ont été observées, d'une part, dans les jets chauds et, d'autre part, dans les jets de densité uniforme soumis à un forçage acoustique. Dans le premier cas, la présence au niveau de la théorie linéaire d'une transition de l'instabilité convective à l'instabilité absolue assure l'existence d'un mode d'auto-oscillations du jet (« Preferred Mode ») (Ho, 1984). Dans le second cas, le forçage acoustique est effectué à la fréquence correspondant au mode convectivement le plus instable. Dans les deux cas, ces mécanismes conduisent à la formation d'intenses anneaux de vorticité.

Monkewitz a suggéré (Monkewitz, 1991), à partir de résultats expérimentaux, que les jets latéraux étaient produits par des paires de filaments de vorticité longitudinaux contra-rotatifs (Monkewitz, 1991). Ces filaments seraient analogues aux filaments axiaux (« Streamwise Vorticies ») observés dans les couches de mélange.

Dans cette Note, nous utilisons des simulations numériques directes des équations de Navier-Stokes tridimensionnelles :

- (1) $\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \mathbf{v} \Delta \mathbf{u},$
- (2) $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$,

pour caractériser le mécanisme de génération des jets latéraux. Nous résolvons également l'équation d'un scalaire passif :

(3)
$$\partial_t \rho + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho = v \Delta \rho.$$

1674

Jets latéraux dans les jets axisymétriques



Fig. 1. - Visualisation de la densité du scalaire passif dans le plan y=0 à t U₀/R=3,84. On remarque l'enroulement caractéristique de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz.
Fig. 1. - Visualization of the density of the passive scalar in the y=0 plane at t U₀/R=3.84. Note the characteristic roll-up of the Kelvin-Helmholtz instability.

Le scalaire passif n'a aucune influence sur le champ de vitesse : nous l'utilisons comme traceur numérique pour visualiser le mélange entre l'intérieur et l'extérieur du jet.

Nous utilisons une méthode pseudo-spectrale standard (Gottlieb, 1977) : l'écoulement est périodique dans l'axe du jet et se développe sur des fonctions trigonométriques dans les directions latérales, ce qui revient à imposer des conditions aux limites latérales de type frontière libre loin du jet. L'utilisation, dans ces directions, de transformées de Fourier sinus ou cosinus permet de gagner un facteur 4 en temps de calcul et en encombrement mémoire par rapport à un code périodique général. Le schéma temporel est un Adams Bashforth Crank Nicolson d'ordre 2. Le code est multitâche. Les calculs présentés dans cette Note ont demandés quelques dizaines d'heures CPU sur une machine Cray-2.

La condition initiale est constituée par la superposition du profil de base du jet et d'un certain nombre de modes propres instables de la théorie de la stabilité linéaire.



Fig. 2. - Visualisation du champ de vorticité (en noir) et du gradient du scalaire passif (en gris). On remarque que les jets latéraux indiqués par le gradient du scalaire passif sont situés entre les filaments de vorticité.
Fig. 2. - Visualization of the vorticity field (black) and of the gradient of the passive scalar (grey). Note that the side jets indicated by the passive scalar gradient are located between the vortex filaments.

Nous avons utilisé comme profil de base celui étudié dans le cadre de la théorie linéaire par Michalke (Michalke, 1984) :

(4)
$$u(r) = (U_0/2)[1 + \tanh(R(1 - r/R)/(2\theta))],$$

où U_0 est la vitesse au centre du jet, θ est l'épaisseur de la quantité de mouvement, $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ et R le rayon du jet. Les modes instables sont obtenus en résolvant par une méthode de tir l'équation de Rayleigh et en interpolant sur la grille de calcul du code pseudo-spectral. Le scalaire passif est initialisé avec le même profil que u_x où x désigne la direction principale de l'écoulement.

Le code tridimensionnel a été validé par reproduction des taux de croissance de la théorie linéaire pour des amplitudes suffisamment petites du mode instable. Notre méthode de calcul consiste donc à suivre le développement temporel de la dynamique non linéaire du jet. Rappelons qu'il a été établi dans le cas des couches de mélange qu'un tel calcul permet de capturer l'essentiel de la dynamique de la vorticité bien que la périodicité dans la direction principale de l'écoulement ne permette pas de prendre en

Jets latéraux dans les jets axisymétriques



- Fig. 3. Visualisation du scalaire passif dans un plan perpendiculaire à l'axe du jet (x = L/4, où L désigne la longueur de la boîte suivant x), à $t U_0/R = 7,68$. Perturbation secondaire en $m = \pm 6$, On remarque l'éjection du scalaire passif produisant des structures en forme de doigts.
- Fig. 3. Visualization of the passive scalar in a plane perpendicular to the axis of the jet (x=L/4, where L is the length of the domain in the x direction) at $t U_0/R = 7.68$. Secondary perturbation with wavenumber $m = \pm 6$. Note that the ejection of the tracer leads to the formation of finger-shaped structures.

compte son élargissement spatial (Metcalfe, 1987). Les calculs présentés dans cette Note ont été effectués en résolution $64 \times 160 \times 160$, avec $U_0 \theta/v = 200$ et $\theta/R = 0.08$.

La saturation du mode axisymétrique le plus instable est accompagnée dans l'espace physique par une répartition du traceur typique de l'instabilité de Kelvin-Helmoltz comme le montre la figure 1.

L'évolution ultérieure du jet est caractérisée par l'instabilité de l'état obtenu par saturation de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz vis-à-vis de perturbations non axisymétriques. Cette évolution dépend donc de la perturbation non axisymétrique présente dans la condition initiale. La figure 2 montre, dans le cas où la condition initiale comporte une perturbation de nombre d'onde azimuthal $m = \pm 6$, la formation spontanée de 6 paires de filaments contra-rotatifs, situés entre les anneaux issus de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Ces anneaux eux-mêmes sont ondulés avec une longueur d'onde comparable au diamètre de leur section. Widnall (Widnall, 1974) a proposée un modèle

simple expliquant cette instabilité pour des anneaux de vorticité isolés. L'aspect non connexe des anneaux est dû au seuillage effectué par le logiciel utilisé pour visualiser le champ de vecteur : seuls les 4000 vecteurs les plus intenses sont montrés.

Le gradient du traceur est localisé entre les anneaux, démontrant que le mécanisme de base est bien, comme suggéré par Monkewitz, (Monkcwitz, 1991), son aspiration par les paires de filaments contra-rotatifs axiaux.

Si l'on suit un filament axial le long du jet, il part de l'extérieur d'un anneau de vorticité pour se terminer à l'intérieur de l'anneau suivant. L'examen détaillé des visualisations 3D permet de noter un échange de partenaires entre les filaments à l'approche de l'intérieur de l'anneau où les paires de filaments sont si rapprochées que les filaments sont équidistants entre eux. A cet endroit, on assiste à une aspiration du traceur vers l'intérieur du jet. Les résultats sont confirmés par l'examen d'une coupe perpendiculaire à l'axe de jet, au voisinage d'un anneau (*fig.* 3).

Nous avons montré, numériquement, que le mécanisme de génération des jets latéraux est l'aspiration produite par les paires de filaments axiaux contra-rotatifs produits par l'instabilité secondaire de la structure obtenue par saturation de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz du jet. Ce scénario est assez proche de celui observé dans les couches de mélange [cf. Metcalfe, 1987 [fig. 21 (a, b)], p. 238], cependant, dans ce dernier cas les deux côtés de la couche de mélange sont identiques.

Le mécanisme de génération des filaments apparaît donc comme l'analogue, pour les jets, du mécanisme de génération des tourbillons axiaux dans les couches de mélange par condensation des filaments du ruban de vorticité reliant les tourbillons primaires (Neu, 1984; Lin, 1984).

Nos calculs ont été faits sur le Cray-2 du Centre de Calcul Vectoriel pour la Recherche. Les visualisations 3D ont été effectués avec le logiciel VFFS, développé au CERFACS. Cette étude a bénéficé du soutien de la DRET (contrat n° 90-173).

Note remise le 26 janvier 1993, acceptée après révision le 6 mai 1993.

Références bibliographiques

D. GOTTLIEB et S. A. ORSZAG, Numerical Analysis of Spectral Methods: Theory and Applications, 1977.

C. M. HO et P. HUERRE, Perturbed Free Shear Layers, Ann. Rev. Fluid Mech., 16, 1984, p. 365-424.

S. J. LIN et J. M. CORCOS, The effect of plane strain on the dynamics of streamwise vortices, J. Fluid Mech., 141, 1984, p. 139-178.

R. W. METCALFE, S. A. ORSZAG, M. E. BRACHET, S. MENON et J. J. RILEY, Secondary instability of a temporally growing mixing layer, J. Fluid Mech., 184, 1987, p. 207-243.

A. MICHALKE, Survey on jet instability theory, Prog. Aeroespace Sci., 21, 1984, p. 159-199.

P. A. MONKEWITZ, B. LEHMANN, B. BARSIKOW et D. W. BECHERT, The spreading of self-excited hot jets by side jets, *Phys. Fluid*, A1, 1989, p. 446-448.

P. A. MONKEWITZ et E. PFIZENMAIER, Mixing by « side jets » in strongly forced and self-excited round jets, *Phys. Fluid*, A3, 1991, p. 1356-1361.

J. C. NEU, The dynamics of stretched vortices, J. Fluid Mech., 143, 1984, p. 253-276.

J. C. NEU, The dynamics of a columnar vortex in an imposed strain, Phys. Fluids, 27, 1984, p. 2397-2402.

S. E. WIDNALL, D. B. BLISS et C. Y. TSAI, The instability of short waves on a vortex ring, J. Fluid Mech., 66, 1974, p. 35-47.

Laboratoire de Physique Statistique, CNRS-URA nº 1306, ENS Ulm, 24, rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France.