

les paires seraient détectées; peut être, à l’opposé, sera-t-il possible de réaliser une expérience fermant définitivement la porte à toute interprétation basée sur cette notion d’échantillon biaisé?

5.2 La localité, la contrafactualité

Suivant les auteurs, on trouvera des textes où la non-localité de la mécanique quantique est considérée comme un fait acquis, ou d’autres où cette notion est considérée comme un artefact introduit par l’insertion d’une notion étrangère à la mécanique quantique (celle d’éléments de réalité de EPR); dans ce second point de vue, tous les raisonnements sur la non-localité sont considérés comme entachés par une hypothèse initiale qui est à rejeter - ce qui leur ôte immédiatement toute validité. Cette discussion, entre ceux qui pensent avoir démontré la non-localité de la mécanique quantique et ceux qui pensent que les raisonnements des premiers sont circulaires, a parfois été vive et touche à de très délicats problèmes de logique³¹ et de philosophie; nous référons le lecteur intéressé à la référence [4] ainsi que à [33][34][35]. Ce qui est en revanche plus facile à saisir est la remise en question radicale de la notion de “contrafactualité” par la mécanique quantique. Le raisonnement contrafactuel consisterait à introduire comme des quantités mathématiques valides - bien qu’évidemment inconnues - les résultats de toutes les expériences dont on pourrait envisager la réalisation dans le futur [36]. Mais comme, pour une réalisation unique d’une expérience, il n’est évidemment pas possible d’effectuer plus d’un choix des orientations des analyseurs (angles a et b), raisonner ainsi sur l’ensemble des résultats qui auraient été obtenus pour toutes les orientations n’est pas correct (au moins pour une expérience mettant en jeu la mécanique quantique); sinon on retombe dans les schémas de raisonnement que nous avons exposés plus haut, par exemple au paragraphe 4.1.1, qui conduisent à des inégalités incompatibles avec la mécanique quantique. Nous avons déjà cité plus haut cette phrase de Peres qui nous semble bien résumer ce rejet de la contrafactualité: “unperformed experiments have no results”.

³¹En revanche, l’idée recue selon laquelle le théorème de Bell serait simplement un théorème d’impossibilité des variables cachées (un nouveau théorème de von Neuman, en quelque sorte) est indéfendable, même si elle bien souvent été répétée. Le raisonnement ne tiendrait pas: pourquoi exiger d’un formalisme à variables supplémentaires d’être explicitement local, alors que celui de la mécanique quantique ne l’est pas? Ni le postulat de réduction du paquet d’ondes, ni le calcul des corrélations si on prend le point de vue de Everett, ni l’expression du vecteur d’état lui-même ne sont évidemment locales; en d’autres termes, on peut légitimement discuter pour savoir si, profondément, la mécanique quantique est locale ou non, mais on ne peut nier que son formalisme mathématique ne le soit pas.

Citons a nouveau S. Goldstein qui, dans la référence [2], écrit: “in recent years it has been common to find physicists failing to appreciate that what Bell demonstrated with his theorem was not the impossibility of Bohmian mechanics, but rather a more radical implication - namely nonlocality - was intrinsic to quantum theory itself”.

5.3 Téléportation et cryptographie quantiques

Dans la ligne de pensée ouverte par la non-localité se situe l'idée de la téléportation quantique [37]; ici il s'agit d'utiliser les corrélations entre deux particules qui ont initialement été mises dans un état quantique imbriqué, comme l'état singulet de deux spins; le but est de reproduire, à distance, l'état quantique complètement arbitraire d'un spin supplémentaire. Le premier opérateur (opérateur A, traditionnellement appelé Alice) effectue une mesure concernant à la fois une des particules de la paire imbriquée et la particule supplémentaire³². Elle en communique ensuite le résultat par des voies classiques au second opérateur (opérateur B, traditionnellement appelé Bob); ce dernier, appliquant une transformation unitaire qui dépend de cette information classique transmise par Alice, est alors capable de mettre le second spin de la paire corrélée exactement dans le même état quantique que l'état initial de la particule supplémentaire. L'état quantique en question a ainsi été téléporté! C'est donc un schéma mixte où la reconstruction à distance d'un état quantique utilise à la fois des canaux classiques et les corrélations quantiques à distance du type EPR; il n'est pas nécessaire qu'Alice ait connaissance de l'état à reproduire pour jouer son rôle.

On pourrait considérer comme triviale la reproduction à distance d'un état quantique à partir d'informations classiques: après tout, il suffirait que Alice dise à Bob d'orienter un appareil de Stern et Gerlach dans une direction donnée et d'attendre un résultat +1 par exemple. Mais ce serait ignorer le fait que Alice ne choisit pas l'état à téléporter; de plus, si on lui donne un spin dans un état arbitraire, elle serait bien en peine de le déterminer par une mesure unique, ou même par des mesures répétées sur la même particule (dont les probabilités de résultats ne dépendent plus que du résultat de la première mesure!); en fait, c'est strictement impossible, non seulement physiquement à cause des règles de la mécanique quantique, mais aussi mathématiquement du fait qu'un état dépend de paramètres continus alors que les résultats de mesure sont discrets. Ainsi, dans la téléportation quantique, ni Alice ni Bob n'ont jamais besoin - ou même la possibilité - de connaître l'état téléporté. Il serait donc incorrect d'affirmer que leur communication classique inclut la description de l'état en question; d'ailleurs, à nouveau, il s'agit de la transmission d'une information discrète, qui ne permet pas de reconstruire un état dépendant de paramètres continus³³.

³²Cette mesure ne doit pas être quelconque afin que le schéma fonctionne; en particulier, elle doit être relative à une observable où le rôle des deux particules dans le laboratoire de Alice est indiscernable.

³³En d'autres termes, et pour dire les choses de façon frappante, avant même que Bob ne reçoive l'information classique, il dispose en fait déjà de "presque toute l'information" sur l'état quantique à reproduire, qui lui est parvenue de façon instantanée; il ne lui manque plus que la valeur d'un nombre discret qui ne peut prendre que 4 valeurs, la "partie continue" de l'information (si cette notion a un sens précis) étant déjà présente. Mais il faut garder à l'esprit que, lui non plus, ne peut pas avoir accès à cette information continue, de sorte que l'appeler information est un peu un abus de langage; comme Alice, il a bien à sa disposition la particule

De façon générale, tant par l'utilisation des états imbriqués des deux premières particules que par les types de mesures effectuées par Alice, il existe un lien assez étroit entre téléportation quantique et la non-localité des mesures de type Bell; pour une discussion plus détaillée, voir [38]; pour une revue succincte de résultats expérimentaux récents sur le sujet, voir un compte-rendu de *Physics Today* [39].

Un autre sujet, lui aussi relativement nouveau, qui emprunte des idées aux corrélations EPR est la cryptographie quantique [40]. L'idée de base est la mise en place d'un système parfaitement sûr de partage de clé cryptographique; ce mot désignant une série aléatoire de 0 et de 1 qui est utilisée pour coder, puis décoder, un message, par deux correspondants éloignés. Le partage se fait grâce à un système de transmission à distance (généralement l'envoi de photons optiques dans des fibres) conçu de telle façon que toute tentative d'interception des signaux transmettant la clé soit automatiquement détectable par les correspondants en question. Au lieu de rendre l'espionnage difficile par des mesures de précaution appartenant à la vie courante (conservation des clés de codage dans des coffres-fort, précautions prises lors de leur transport, etc.) - dont l'efficacité est contextuelle et donc difficile à évaluer a priori - il s'agit de baser sa confiance sur des lois physiques fondamentales: quelle que soit l'habileté des espions, ils ne pourront pas violer une loi de la mécanique quantique! Par exemple, ils ne peuvent pas intercepter un photon, le "clôner" pour en faire plusieurs photons strictement identiques, en utiliser quelques-uns pour en mesurer les propriétés, et renvoyer le dernier sur la ligne pour donner l'impression que rien ne s'est passé; en effet, cette opération est contradictoire avec les lois de la physique³⁴. Les schémas de cryptographie quantique sont divers, certains mettant en jeu des paires de photons corrélés à la EPR, d'autres pas. Mais le sujet, qui mériterait assurément d'être discuté plus en détail, est trop vaste pour le cadre de cet exposé, et nous n'en dirons pas plus ici.

5.4 Les états "par tout ou rien", la décohérence

Après avoir introduit des états quantiques dont les propriétés quantiques sont spécialement remarquables, nous discuterons brièvement un phénomène quantique qui tend à en réduire la durée de vie, la "décohérence".

dans l'état désiré, mais il ne peut pas le connaître en effectuant des mesures.

³⁴On peut par exemple montrer qu'un tel clonage permettrait, s'il est effectué sur les deux photons d'une paire EPR, de communiquer des signaux superluminaux, en violation avec la relativité. En mécanique quantique, l'amplification de photons comporte toujours un certain bruit (émission spontanée).

5.4.1 Les états par tout ou rien

Les états que nous appellerons “par tout ou rien”, ou encore états GHZ, ou encore états d’imbrication maximale (states of maximum entanglement), sont des généralisations directes de (7), c’est à dire des états où si l’une des particules est trouvée par exemple dans l’état $| + \rangle$, toutes les autres sont automatiquement dans le même état. Pour éviter toute confusion, commençons par décrire une procédure qui ne conduit pas à un état par tout ou rien. Prenons une situation où N particules tombent successivement sur un filtre (lame semi-réfléchissante, aimant de Stern et Gerlach pour des spins, etc.), tout en étant initialement dans une superposition cohérente des deux états propres de ce filtre; par exemple ce seront N spins $1/2$ orientés selon la direction Ox qui entrent dans un aimant de Stern et Gerlach orienté selon Oz , ou tout simplement N photons (ou atomes, puisque maintenant on sait faire expérimentalement de l’optique atomique) qui tombent sur une lame semi-réfléchissante qui les transforme en une superposition cohérente d’un état dévié vers le haut (noté $| + \rangle$) et d’un état non dévié (noté $| - \rangle$). L’état décrivant la superposition obtenue sera alors le produit tensoriel:

$$|\Psi\rangle = [\alpha |1 : +\rangle + \beta |1 : -\rangle] \otimes [\alpha |2 : +\rangle + \beta |2 : -\rangle] \otimes \dots \otimes [\alpha |N : +\rangle + \beta |N : -\rangle] \quad (20)$$

Nous n’avons écrit cet état que pour mettre en lumière à quel point il est différent de la généralisation de (7), qui s’écrirait:

$$|\Psi\rangle = \alpha |1 : +; 2 : +; \dots; N : +\rangle + \beta |1 : -; 2 : -; \dots; N : -\rangle \quad (21)$$

Dans le premier cas, nous avons N particules qui, chacune, sont séparément dans une superposition cohérente des deux états de base; le ket (20) serait également approprié pour décrire un superfluide où la condensation de Bose-Einstein permet d’accumuler les particules dans un état quantique unique qui peut être une superposition cohérente quelconque, par exemple de deux états séparés par une barrière de potentiel. Par développement du produit tensoriel, on obtient effectivement deux termes dont la somme reproduit un état du type (21); mais ils sont accompagnés d’un très grand nombre (si N est grand) d’autres composantes intermédiaires, qui changent totalement la nature de l’état à N particules. Seules deux composantes sont en effet présentes dans le véritable état “par tout ou rien” (21), et nous avons déjà vu dans le paragraphe (4.2) dans le cas $N = 3$ à quel point cela peut lui conférer des propriétés quantiques extrêmes.

Pour une discussion du cas à N particules, voir par exemple [24], où l’on discute en particulier le caractère très spécial de leur cohérence, qui n’apparaît qu’au “dernier moment”: tant que l’on ne s’intéresse qu’à un sous-ensemble des particules, même à $N - 1$, le système ne semble présenter aucune particularité très remarquable, les spins étant corrélés un peu comme dans un aimant classique; mais, lorsque la dernière particule est prise en compte dans les corrélations

étudiées, des oscillations quantiques importantes apparaissent, qui seraient totalement inexplicables dans un cadre réaliste local.

Depuis quelques années (environ 5 ans), on lit souvent les mots “chat de Schrödinger” pour désigner les états du type (21), en fait surtout dans des articles d’électronique quantique. Il y a effectivement une certaine analogie dans la mesure où Schrödinger considère dans son fameux paradoxe un ensemble d’un très grand nombre de particules (un chat est un système à un très grand nombre de degré de liberté!) qui sont toutes ensemble, soit dans un état correspondant au chat vivant, soit dans un état correspondant au chat mort qu’on peut supposer très différent, au moins au niveau des corrélations entre particules (une cellule est composée d’atomes qu’on peut supposer engagés dans des liaisons chimiques différentes si elle est vivante ou si elle est morte). L’analogie n’est pas très précise, car on en voit pas très bien pourquoi toutes les particules d’un chat mort ou vivant seraient nécessairement dans des états orthogonaux; de plus, dans l’exemple de Schrödinger, la superposition en question progresse d’un système microscopique (un noyau radioactif) vers le macroscopique, selon une chaîne de Von-Neumann (voir paragraphe 2.1) qui tend de plus en plus à se ramifier dans l’environnement. Elle commence par un amplificateur, puis continue par le chat et s’étend ainsi à l’infini sans jamais se résoudre en une seule de ses composantes, ce qui constitue précisément le paradoxe énoncé par Schrödinger; en fait, le chat lui même n’est jamais, à aucun instant, dans une superposition cohérente du type (21).

5.4.2 La décohérence

La décohérence est un phénomène de même nature que la chaîne infinie de Von Neumann, puisqu’il s’agit de la régression sans fin des cohérences contenues dans le vecteur d’état vers l’environnement de plus en plus lointain; ainsi se créent des corrélations de plus en plus complexes avec cet environnement, qui deviennent en pratique rapidement impossibles à détecter. Prenons en effet un état à N particules comme celui écrit en (21), où nous supposons maintenant que l’état $| + \rangle$ et l’état $| - \rangle$ décrivent des particules se trouvant dans des régions différentes de l’espace; c’est le cas par exemple pour des particules de spin $1/2$ qui sont déviées différemment selon leur état interne dans un aimant de Stern et Gerlach; mais c’est également le cas de façon bien plus générale, comme dans l’exemple pris plus haut de particules tombant sur une lame séparatrice. Dans ces conditions, on s’aperçoit que la cohérence des N particules devient extrêmement fragile vis à vis de toute interaction avec l’environnement. Supposons en effet qu’un photon (ou toute autre particule), initialement dans l’état $| \mathbf{k}_0 \rangle$, soit diffusé par l’une des particules; il passera ainsi dans un état $| \mathbf{k}_+ \rangle$ s’il est diffusé par une particule dans l’état $| + \rangle$, dans l’état $| \mathbf{k}_- \rangle$ s’il est diffusé par une particule dans l’état $| - \rangle$. Avant diffusion, l’état initial du système est simplement le produit tensoriel de $| \mathbf{k}_0 \rangle$ par (21), mais après diffusion l’état

final s'écrira:

$$|\Psi'\rangle = \alpha |1: +; 2: +; \dots; N: +\rangle \otimes |\mathbf{k}_+\rangle + \beta |1: -; 2: -; \dots; N: -\rangle \otimes |\mathbf{k}_-\rangle \quad (22)$$

Intéressons nous uniquement au système des N particules, supposant par exemple que le photon diffusé n'est pas détectable; il est alors utile de calculer la trace partielle sur ce dernier afin de calculer la matrice densité réduite des particules en question. On voit facilement que cette matrice densité réduite s'écrit, dans la base des deux états $|+, +, +, \dots\rangle$ et $|-, -, -, \dots\rangle$:

$$\rho = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \langle \mathbf{k}_- | \mathbf{k}_+ \rangle \\ \alpha^*\beta \langle \mathbf{k}_+ | \mathbf{k}_- \rangle & |\beta|^2 \end{pmatrix} \quad (23)$$

(nous supposons pour simplifier que les deux états $|\mathbf{k}_\pm\rangle$ sont normés). Si le produit scalaire $\langle \mathbf{k}_+ | \mathbf{k}_- \rangle$ était égal à un, la matrice densité des N particules ne serait pas affectée par la diffusion du photon. Mais ce serait en fait supposer l'identité des deux états de diffusion du photon, alors que cette diffusion se produit par hypothèse dans des régions nettement différentes de l'espace; en fait, selon l'état du photon diffusé, il est possible de dire si la particule diffusante était dans l'état $|+\rangle$ ou l'état $|-\rangle$, de sorte qu'il est bien plus réaliste de supposer que le produit scalaire en question est très proche de zéro. La matrice densité des N particules devient alors une superposition incohérente des deux états $|+, +, +, \dots\rangle$ et $|-, -, -, \dots\rangle$; physiquement, la cohérence entre ces états est détruite par l'information contenue dans l'état du photon (qu'il soit observé ou non).

Nous voyons ainsi que, dès la diffusion de la première particule élémentaire qui provient de l'environnement, la cohérence propre du système des N particules diminue ou disparaît, tout en se transférant vers une corrélation plus complexe comme celle écrite en (22). Clairement, il est impossible de contrôler (au quantum près!) tout l'environnement d'un système physique macroscopique; ce dernier tend alors très rapidement à diffuser de plus en plus de photons, laissant ainsi en quelque sorte la trace de son état interne dans l'environnement et perdant rapidement sa cohérence interne. Le phénomène est inévitable, sauf dans le cas très particulier où toutes les caractéristiques de diffusion des deux états $|+, +, \dots\rangle$ et $|-, -, \dots\rangle$ seraient strictement identiques (ce qui exclut une séparation spatiale entre eux). En particulier, il est impensable qu'un chat mi-mort mi-vivant ne diffuse pas presque instantanément quelque électron, photon ou atome, et d'une façon différente dans les deux cas; ainsi sa cohérence initiale éventuelle (en supposant qu'on ait réussi à la créer), disparaît presque aussitôt pour se dégrader en une cohérence qui se propage de plus en plus loin dans l'environnement.

Ainsi les superpositions cohérentes d'objets macroscopiques dans des états séparés spatialement sont-elles extrêmement fragiles. Certains y voient une "explication" de la nature de la mesure en mécanique quantique: la superposition devenant incohérente, n'avons nous pas un mélange statistique qui ressemble à la

description d'un objet classique dont nous ignorerions s'il est dans un état ou un autre? En fait l'explication en question ne résiste pas à l'analyse dès que l'on est exigeant sur ce que doit être une compréhension du processus de mesure; il y a pour cela plusieurs raisons. La première est que le but du postulat de réduction du paquet d'ondes est d'introduire la notion d'unicité du résultat de mesure, afin de rendre compte des observations usuelles où l'on n'aboutit jamais à des superpositions de résultats, cohérents ou non; sinon il serait inutile. Si donc on part de l'idée que le problème principal de la mesure en mécanique quantique est bien d'expliquer l'émergence de cette unicité, tout en sachant que l'équation de Schrödinger ne peut que ramifier à l'infini les différentes composantes du vecteur d'état, il devient évident que la théorie de la décohérence ne peut rien apporter; elle ne fait que discuter la façon dont cette superposition se propage de plus en plus loin dans l'environnement, repoussant le problème de plus en plus loin, sans jamais le résoudre. On pourrait bien sûr supposer qu'à un certain stade la superposition se résout en l'une seule de ses composantes, mais ce serait ré-introduire par la fenêtre le postulat que l'on avait mis dehors par la porte³⁵. La seconde raison est d'ordre logique: pour résoudre un problème de frontière entre deux postulats d'évolution incompatibles, invoquer un mécanisme qui reste entièrement dans le cadre du premier d'entre eux ne peut apporter la solution.

La décohérence est donc un phénomène physique d'un intérêt intrinsèque indéniable, qui justifie pleinement les études théoriques et expérimentales [41] qui y ont été consacrées; par exemple, un des résultats les plus intéressants de ces études est la spécification précise de la base dans laquelle cette décohérence se produit, et des constantes de temps associées au phénomène. Mais gardons à l'esprit que la décohérence n'est que l'étape préliminaire avant la mesure, ce n'est pas la mesure elle-même³⁶: cette dernière se produira lorsque, de tous les éléments diagonaux de la matrice densité correspondants aux différents résultats possibles, tous sauf un disparaîtront³⁷.

Un autre aspect essentiel de la décohérence est son rôle primordial dans tous les schémas proposés pour réaliser des ordinateurs quantiques, un autre développement récent du domaine que nous ne pourrions pas détailler ici. Nous dirons simplement que l'idée générale [42] est de baser les calculs, non sur des "bits" classiques ne pouvant se trouver que dans deux états (correspondant à 0 ou

³⁵On peut également supposer que la résolution ne se produit jamais; on rejoint alors l'interprétation de Everett de la mécanique quantique (voir paragraphe 5.5).

³⁶En supposant bien sûr que cette dernière existe, c'est à dire que l'on n'adopte pas le point de vue de Everett.

³⁷Il faut garder à l'esprit que le formalisme de la matrice densité est très élégant et compact, mais que bien sûr cette compacité même signifie qu'il est plus difficile de garder la trace de l'origine physique des termes mathématiques. Ainsi, la matrice densité permet de traiter exactement de la même façon des incertitudes d'origine classique (système imparfaitement connu) et des probabilités purement quantiques (incertitudes fondamentales liées au non-déterminisme, qui n'ont rien à voir avec les informations dont disposerait tel ou tel observateur). Mais ce n'est pas une analogie de formalisme qui fait disparaître une difficulté conceptuelle!

1), mais sur des bits quantiques pouvant avoir accès à tout un continuum d'états quantiques construits par superposition cohérente de ces états. La taille bien plus grande de l'espace des configurations possibles pour le système pourrait s'avérer, si elle était vraiment accessible, un outil permettant d'effectuer des calculs bien plus rapides, en particulier en ce qui concerne la factorisation des grands nombres en nombres premiers [43]. Il est toutefois clair que la décohérence est l'ennemie farouche de tels schémas, même si des méthodes de correction de ses effets destructeurs ont récemment été proposés. De fait, si on réalise que les ordinateurs quantiques sont une sorte de résurgence moderne des calculateurs analogiques, dont la fragilité vis à vis des petites perturbations est bien connue (c'est elle qui explique la prédominance actuelle écrasante des calculateurs digitaux), on peut se demander si la proposition est très réaliste... Mais il est clair qu'un examen détaillé est nécessaire avant de trancher la question, et le sujet de recherche est en ce moment l'objet de travaux intenses.

5.5 Les alternatives

Il est hors de question dans un texte de ce type de rendre compte de façon détaillée de toutes les positions qui se sont exprimées pour surmonter nos difficultés conceptuelles concernant la mécanique quantique; nous serons donc très schématiques. La fameuse proposition de Wigner, selon laquelle c'est la "conscience de l'observateur", si l'on préfère les courants qui circulent entre les neurones du cerveau humain, qui produit la réduction du paquet d'ondes, est souvent tournée un peu en dérision - avec tout le respect dû au grand physicien. Et pourtant, n'est-il pas celui qui dit tout haut ce que personne n'osait dire clairement, en explicitant la position de l'école de Copenhague sans hésiter à aller jusqu'au bout de sa logique? Si la mesure est vraiment une opération aussi spéciale en physique, comme nous le dit Bohr, et si les mesures résultent de l'intervention humaine, n'en découle-t-il pas qu'il faut donner explicitement à l'esprit humain un rôle à part? On atteint cependant ainsi une position inconfortable, où se posent des questions embarrassantes qui ont déjà été évoquées au paragraphe 2.2; en bref, en quoi les courants entre neurones humains sont-ils spéciaux et différents, par exemple de ceux qui excitent les neurones des animaux? Il n'est d'ailleurs pas clair si Wigner voyait sa proposition comme sérieuse, ou plutôt comme destinée à illustrer par un paradoxe les difficultés de la théorie orthodoxe dans l'espoir de faire émerger une idée nouvelle.

5.5.1 Variables supplémentaires

Une école de pensée importante est constituée par toutes les tentatives d'introduction de "variables supplémentaires", comme dans le cadre de l'onde pilote de De Broglie, des variables cachées, des théories hydrodynamiques (Madelung [44], Bohm [45]), etc.. Généralement, ces théories sont mathématiquement constru-

ites pour être équivalentes à la mécanique quantique habituelle, en ce qui concerne toutes les prédictions sur les résultats de mesures; en ce sens ce ne sont pas de nouvelles théories, mais des variations autour d'un thème déjà connu. Ainsi leur intérêt n'est-il pas de nature opératoire, mais de nature conceptuelle. L'avantage qu'elles procurent est en effet considérable: non seulement le réalisme, mais même le déterminisme, peuvent être rétablis. Certes, nous le savons maintenant grâce au théorème de Bell, ces variables supplémentaires doivent avoir des propriétés très spéciales pour permettre de reproduire l'ensemble des prédictions de la mécanique quantique: de fait, si leurs équations d'évolution sont bien locales dans l'espace multi-dimensionnel des configurations, elles sont violemment non-locales dans l'espace habituel à trois dimensions! Ainsi elles doivent être capables de s'influencer mutuellement, de façon instantanée, quelle que soit la distance entre les systèmes physiques mis en jeu. Dans ces conditions, il faut prendre soin de ne pas violer les principes de base de la relativité qui, comme chacun sait, interdisent l'envoi de messages à une vitesse qui dépasse la vitesse de la lumière. Il devient donc indispensable de supposer que ces variables supplémentaires ne sont pas accessibles directement, ajustables à telle ou telle valeur par une opération physique du même type que la préparation d'un système physique; en fait elles évoluent de façon complètement indépendante de toute intervention humaine. Nous arrivons ainsi à une description de la réalité physique à deux niveaux: celui des grandeurs physiques décrites par le vecteur d'état, qui sont susceptibles d'être contrôlées expérimentalement lors de la préparation d'un système physique, mais ne permettent pas de donner une description physique complète d'un système³⁸; celui des variables supplémentaires, dont les équations d'évolution contiennent le vecteur d'état, et dont le calcul permet de compléter la description du système à tout instant.

Pour celui qui n'est pas très familier avec le concept, il est possible que ces variables supplémentaires paraissent très mystérieuses, mais en un sens c'est un effet pervers de notre trop grande habitude de la mécanique quantique orthodoxe! En réalité, elles sont bien moins abstraites que le vecteur d'état, qui n'est plus qu'une sorte d'intermédiaire de calcul dans ce point de vue: ce sont elles que l'on "voit" puisque ce sont elles qui déterminent les résultats des mesures. Pensons par exemple à la photographie d'une trace de particule élémentaire dans une chambre à bulle: nous y voyons inscrite la trajectoire d'une variable supplémentaire qui porte tout simplement le nom de ... position de la particule! En un sens, ces variables supplémentaires sont en fait plus accessibles que les autres³⁹ (qui a

³⁸Bien évidemment, dans ce point de vue, l'équation de Schrödinger n'est pas à elle seule un système d'équations physiquement complet, puisqu'elle ne donne que l'évolution du vecteur d'état, ne disant rien sur celle des variables supplémentaires.

³⁹Un autre avantage des variables supplémentaires est de rendre très apparents des phénomènes quantiques qui, autrement, resteraient plus cachés dans le formalisme habituel. Bell dit par exemple "it is a merit of the Broglie-Bohm interpretation this bring this (non locality) out so explicitly that it can not be ignored" - et historiquement c'est bien par ce chemin

jamais vu une fonction d'onde sur une photographie de chambre à bulle?) et le nom de variables cachées est donc bien maladroit, mais il est consacré par l'usage. Pour une discussion construite et cohérente de ces deux niveaux de réalité, voir l'ouvrage "Le réel voilé" de d'Espagnat [4].

Hélas, pour séduisant qu'il soit sur le plan conceptuel, le cadre des variables supplémentaires ne rend pas pour autant la mécanique quantique vraiment intuitive! A partir du moment où les particules ont retrouvé une position, qu'elles avaient perdu en mécanique quantique, elles ont bien sûr également une trajectoire; il était donc naturel que les tenants de ce point de vue en étudient en détail les propriétés. On tombe alors sur un certain nombre de constatations inattendues, comme le fait que des particules libres n'ont pas des trajectoires nécessairement rectilignes, mais courbées dans les régions d'interférence de la fonction d'onde [46]; de plus, si elles ont un spin, ce dernier peut même se retourner spontanément, précisément lorsque la trajectoire prend cette courbure! Cependant, Bell s'est préoccupé de montrer que l'observation des positions successives d'une particule permettait bien de reconstruire une trajectoire raisonnable, en terme de corrélations des observations effectuées à différents instants [19]. Incidemment, avec une certaine ironie, l'histoire se répète car ces trajectoires commencent à présenter des propriétés vraiment étonnantes dès que le système physique comprend plus d'une particule et surtout (comme par hasard!) pour des sous-systèmes corrélés⁴⁰. Les étonnements ne sont cependant pas confinés aux paires de particules EPR: prenant comme cas d'école une expérience d'interférence munie d'un dispositif dit de "welcher weg" (dispositif permettant éventuellement de savoir par quel orifice d'un diaphragme est passée la particule, et donc de contrôler la présence ou l'absence des interférences), Englert et al. [47] ont étudié les trajectoires prédites dans le cadre d'une théorie à variables supplémentaires. Ils remarquent alors qu'une particule peut déposer par émission spontanée un photon dans une cavité bien que sa trajectoire n'y passe jamais; ils en concluent que ces trajectoires ont des propriétés tellement peu physiques (la particule est parfois détectée en un point très éloigné de sa trajectoire!) que l'intérêt de leur ré-introduction est fortement mis en question. A notre avis⁴¹ leur argumentation, pour intéressante qu'elle soit, ne touche pas vraiment son objectif dans la mesure où elle s'attaque en fait, non à l'interprétation de Bohm, mais à une image tronquée de cette interprétation; ce serait un point de vue où les effets physiques d'une particule resteraient, un peu comme pour une particule classique, concentrés dans un voisinage immédiat de sa trajectoire. En effet, dans l'interprétation de Bohm complète, la fonction d'onde devient un objet

qu'il est venu à ses fameuses inégalités! Une illustration de ce caractère explicite est, par exemple, l'étude des trajectoires bohmiennes couplées de deux particules, dans une expérience de double interférence (corrélations); voir aussi la première note du paragraphe 5.2.

⁴⁰C'est d'ailleurs cette constatation qui, initialement, a conduit Bell à ses fameuses inégalités.

⁴¹Nous discutons cette question un peu en détail car elle donne lieu à une certaine confusion dans la littérature.

physique classique, tout aussi réel qu'un champ électrique par exemple (même s'il n'est pas directement détectable, contrairement à la position); il n'y a donc rien d'incohérent à supposer que cette fonction d'onde crée un photon en un point où elle est non-nulle, même si la trajectoire n'y passe pas nécessairement. En d'autres termes, ce qu'attaquent Englert et al., c'est en fait une mécanique quantique mixte entre celle de Bohm et la mécanique quantique traditionnelle; cette version mixte serait effectivement très compliquée car il faudrait alors associer à chaque particule, non seulement une trajectoire guidée par un fluide de probabilité, mais autant de trajectoires que d'états possibles dans lesquels elle a laissé derrière elle tous les systèmes physiques avec lesquels elle s'est corrélée! Quoiqu'il en soit, il s'agit d'une nouvelle mouture de la propriété tant de fois rencontrée: la description naturelle de la mécanique quantique ne se fait pas dans l'espace habituel, mais dans un espace des configurations dont la dimension peut être arbitrairement grande.

5.5.2 Evacuation du postulat de réduction du paquet d'ondes

Un point de vue complètement différent, à l'opposé du précédent sur le plan conceptuel pourrait-on dire, est celui avancé par Everett, point de vue parfois appelé "des mondes multiples", ou "de l'univers ramifié" (il s'agit ici des ramifications du vecteur d'état de l'univers). La méthode employée pour résoudre la contradiction entre les deux postulats d'évolution du vecteur d'état est radicale: on supprime le second!

Mais, avant de le décrire brièvement, commençons par mentionner une autre attitude logique moins radicale, mais apparentée dans la mesure où, elle aussi, ne prend en compte que l'équation de Schrödinger et se débarrasse du postulat de réduction du paquet d'ondes. Le point de vue en question, assez fréquent, part de la remarque suivante: l'équation de Schrödinger, ou plus précisément sa transposition dans le "point de vue de Heisenberg"⁴², permettent facilement de calculer les probabilités d'observation de toute série de résultats, pour des mesures successives quelconques effectuées à des instants différents. Pour fixer les idées, supposons qu'on effectue à un instant t_1 la mesure d'une observable physique décrite par l'opérateur M , et à l'instant t_2 la mesure d'une seconde observable décrite par l'opérateur N ; initialement le système est décrit par la matrice densité $\rho(t_0)$. Alors la probabilité de trouver le résultat m , puis le résultat n , est donnée par la formule suivante (qui porte souvent le nom de formule de Wigner [48]):

$$P(m, t_1; n, t_2) = Tr \left\{ \hat{P}_N(n; t_2) \hat{P}_M(m; t_1) \rho(t_0) \hat{P}_M(m; t_1) \hat{P}_N(n; t_2) \right\} \quad (24)$$

⁴²Soit $U(t, t_0)$ l'opérateur unitaire qui traduit le changement du vecteur d'état entre l'instant initial t_0 et l'instant final t_1 , calculé par l'équation de Schrödinger. Prenons un opérateur P quelconque; on construira son transformé $\hat{P}(t)$ dans le "point de vue de Heisenberg" par la formule de transformation unitaire $\hat{P}(t) = U(t, t_0) P U^\dagger(t, t_0)$, où $U^\dagger(t, t_0)$ est l'opérateur adjoint de $U(t, t_0)$; c'est en général un opérateur qui dépend du temps, même si ce n'est pas le cas de l'opérateur initial en point de vue de Schrödinger P .

où $\hat{P}_M(m; t_1)$ est le projecteur sur l'ensemble des états propres du système correspondant à la première mesure, en représentation de Heisenberg (ce qui explique sa dépendance temporelle), tandis que $\hat{P}_N(n; t_2)$ est évidemment l'opérateur correspondant pour la seconde mesure; la généralisation à un nombre quelconque de mesures est évidente, il suffit d'emboîter un nombre plus grand de projecteurs en représentation de Heisenberg. Pour calculer la probabilité d'un ensemble de mesures successives, nous avons donc le choix: soit nous utilisons le postulat de réduction du paquet d'ondes, soit nous le laissons de côté et nous utilisons la formule de Wigner⁴³. Ainsi, ne pouvons nous pas nous passer totalement du premier?

Oui, répondent les tenants de ce point de vue: le but de la physique est précisément de donner des prédictions correctes pour toutes les séries d'observations possibles, allant de celles qui participent à la préparation du système vers toutes les mesures envisageables ensuite. En d'autres termes, son but est de prédire des corrélations correctes entre préparation et observations, et exiger plus est illusoire serait vain; le postulat de réduction du paquet d'ondes est superflu! Dans ce point de vue, il faut alors récuser toute question du type "comment doit être décrit le système physique entre deux mesures", encore plus refuser de s'intéresser à sa réalité physique dans cette période intermédiaire, car de telles questions sont oiseuses. C'est une attitude qui, logiquement, se tient, mais qui propose une vue des objectifs de la physique que d'autres peuvent considérer comme minimaliste; il est évident qu'elle est diamétralement opposée à celle de EPR, tout en n'étant pas borhienne non plus. Un intérêt supplémentaire, outre la simplicité, est qu'au lieu d'ignorer le postulat de réduction du paquet d'ondes, elle lui donne une place: une approximation, certes utile, mais une approximation quand même; voir par exemple la discussion de Bell sur différents degrés de précision auxquels cette approximation peut être menée dans le cas de la détection d'une trace de particule dans une chambre à bulles [6].

Dans le point de vue de Everett, on prend l'équation de Schrödinger encore plus au sérieux. Au lieu d'expliquer comment se produit l'émergence d'un résultat unique lors d'une mesure, on postule que cette émergence ne se produit jamais, qu'elle n'est en fait qu'une illusion présente dans l'esprit des observateurs. En réalité ces derniers, loin de se cantonner à une branche unique du vecteur d'état correspondant à un résultat précis, se trouvent simultanément

⁴³Tout un curieux débat s'est produit récemment pour savoir si l'effet Zenon, le "ralentissement quantique lié à des observations répétées et proches d'un système physique" était lié fondamentalement au postulat de réduction du paquet d'ondes, ou une simple conséquence de la décohérence, phénomène qui apparaît simplement dans le cadre de l'équation de Schrödinger. Le débat est inutile: comme il s'agit en fait toujours de calculer des probabilités relatives à des séquences d'observations, il est clair que l'application de la formule de Wigner ne peut que donner le même résultat que celle du postulat de réduction du paquet d'ondes. Il n'y peut donc y avoir deux sortes d'effet Zenon, un produit par la décohérence, un autre plus fondamental provenant du postulat de réduction du paquet d'ondes; ce sont deux descriptions du même effet.

sur ces différentes branches, mais sans aucun moyen de faire communiquer ces dernières entre elles; comme elle est corrélée à des états extérieurs différents, chaque composante cohérente de l'observateur reste ainsi complètement inconsciente de l'existence des autres. La fameuse mesure de la mécanique quantique n'existe plus, elle n'était qu'une illusion!

On dit parfois avec humour que “ce qui est le plus difficile dans l'interprétation de Everett, c'est de comprendre exactement ce que l'on ne comprend pas”. Elle est en effet à la fois très simple de premier abord, mais en fait aussi difficile à attaquer qu'à défendre de façon précise. Comme plus haut, la question est un peu de savoir ce qu'on est en droit d'attendre d'une bonne théorie physique: doit elle réellement expliquer la façon dont nous percevons les résultats d'une mesure quantique (et dans ce cas, que serait exactement une explication?), ou peut elle se contenter de montrer qu'elle est non-contradictoire (ce que font ses défenseurs). Il est clair que le débat est déplacé de façon radicale par rapport aux variables supplémentaires: on ne discute plus des propriétés des systèmes physiques observés, mais des traces qu'ils laissent dans notre esprit; en un sens, on s'intéresse à la perception, on a abandonné la physique pour la psychologie! Un avantage énorme du point de vue d'Everett est de faire totalement disparaître la dichotomie bohrienne entre macroscopique et microscopique; le théorie y gagne en beauté et en simplicité. Mais ce n'est pas pour autant que les débats mettant en jeu le rôle de l'observateur disparaissent. Etant donné que la terre est peuplée de milliards d'hommes, et qu'il est plausible que chacun d'entre eux effectue régulièrement des mesures puisqu'il est plongé dans un monde purement quantique, il faut voir le vecteur d'état de l'univers comme constamment soumis à un processus de ramification dépassant l'imagination, comprenant tous les résultats possibles de ces mesures!

5.5.3 Histoires décohérentes

Le point de vue des histoires décohérentes (ou histoires cohérentes suivant les auteurs⁴⁴) est une autre façon de voir le problème; il a été introduit assez récemment par Griffiths [49], et développé dans des directions différentes par différents auteurs, comme Omnès [5][50] Gell-Mann et Hartle [51]. Dans cette approche, comme dans celle des variables supplémentaires, la description des propriétés physiques d'un système par sa fonction d'onde (ou son vecteur d'état) n'est pas une description complète; le système peut passer par toute une série d'histoires possibles où ses différentes observables prennent des valeurs bien plus précises que dans la description donnée par la mécanique quantique standard. Comme dans les deux points de vue précédents, toute la construction logique est bâtie dans le but de redonner exactement les mêmes prédictions statistiques que la mécanique quantique habituelle (elle est construite sur la formule de Wigner qui permet de

⁴⁴En anglais on parle de “consistent histories” ou de “decoherent histories”, mais en français on utilise le même mot “cohérent” (avec ou sans négation), pris dans deux sens différents, ce qui est plus ambigu.

calculer la probabilité de résultats de mesures successives dans le temps, grâce à une expression faisant intervenir la valeur moyenne d'un produit de projecteurs en représentation de Heisenberg); ainsi elle se présente, elle aussi, comme un apport plus sur le plan conceptuel que pratique. La difficulté immédiate qui apparaît lorsqu'on cherche à attribuer des probabilités aux différentes histoires possibles d'un système physique, est qu'il est clair que toutes les histoires ne peuvent être prises en considération à la fois: des conditions de cohérence logique interne imposent d'en restreindre le nombre. C'est à ce stade que sont introduites des conditions supplémentaires comme celle de faire partie des "histoires décohérentes", assortie d'autres conditions plus contraignantes. Pour une étude plus détaillée de ce point de vue, nous renvoyons le lecteur aux références données plus haut.

Pour conclure, insistons sur le fait que le but de ce texte n'est pas d'être un document de référence qui couvre l'ensemble du sujet et constitue une sorte d'article de revue; la liste de références est très loin d'être complète. C'est, au contraire, une présentation rapide et parfois arbitraire de certains de ses aspects, dont le seul but est de donner un aperçu au lecteur non-spécialiste qui pourra toujours, en cas de besoin, se reporter à des textes plus détaillés et élaborés.

APPENDICES

I. Une tentative de construction d'une théorie quantique "séparable" (théorie non déterministe mais locale).

Abandonnons la botanique du paragraphe 3.1 et supposons maintenant l'existence d'un physicien qui ait complètement assimilé les idées de la mécanique quantique orthodoxe sur le non-déterminisme, mais qui hésite à accepter celles concernant la non-séparabilité (pour une discussion détaillée du sens de ce terme, qui est parfois employé de façon équivalente à celui de non-localité, voir par exemple [4][12][19]). Ainsi ce physicien pense que, si des mesures sont effectuées en des régions arbitrairement éloignées dans l'espace, il est plus naturel d'appliquer séparément les lois de la mécanique quantique dans ces régions. En d'autres termes, pour calculer la probabilité d'un résultat de mesure comme celles considérées au § 4.1, il va appliquer les règles de cette mécanique quantique d'une façon qui serait parfaitement correcte si l'on pouvait raisonner séparément dans les deux régions de l'espace où s'effectuent les mesures; ce faisant, il ne prendra pas en compte l'inséparabilité d'un phénomène physique qui mettrait en jeu les deux à la fois. Supposons pour prendre un cas extrême que les deux observateurs effectuent leurs mesures dans deux galaxies différentes; notre physicien appliquerait la mécanique quantique correcte à une échelle galactique, mais pas inter-galactique!

Comment va-t-il traiter le problème de la mesure se déroulant dans la première région? Tout naturellement, il va supposer que le spin qui y parvient est décrit par un vecteur d'état (ou par une matrice densité, cela revient au même en

l'occurrence) qu'il va utiliser pour appliquer scrupuleusement le postulat concernant la mesure; bien évidemment, il traitera de même la mesure se déroulant dans l'autre région, très éloignée. Comme il est bon scientifique, il réalise tout de suite que, s'il supposait que le système global des deux spins était simplement décrit par un produit tensoriel de matrices densité, il ne pourrait jamais obtenir la moindre corrélation entre les résultats de mesure. Donc, pour introduire les corrélations désirées, il suppose que les vecteurs d'état des deux particules (ou leurs matrices densité) sont des objets mathématiques aléatoires, fluctuant par exemple selon les conditions d'émission des paires de particules. Sa méthode est donc claire: pour chacune des conditions d'émission possible, il effectue dans chaque région de l'espace un calcul quantique orthodoxe en supposant que l'opérateur densité du sous-système est connu; puis il effectue la moyenne appropriée sur ces conditions d'émission; c'est en fait la méthode universelle de calcul des corrélations dans toutes les disciplines scientifiques (autres, bien sûr, que la mécanique quantique!). Insistons pour éviter tout malentendu: dans sa perspective, notre physicien ne remet absolument pas en cause le non-déterminisme, ni la nécessité d'appliquer le postulat de réduction du paquet d'ondes; il désire seulement considérer que deux régions de l'espace très séparées (par exemple par un intervalle du genre espace, pour éliminer toute possibilité de causalité relativiste entre les deux) peuvent être traitées comme donnant lieu à des phénomènes physiques distincts, que l'on calcule donc séparément.

Même s'il est élémentaire, détaillons son calcul par souci de clarté. La variable aléatoire fluctuante qui introduit les corrélations est appelée par exemple λ , et la matrice densité du premier spin $\rho_1(\lambda)$; pour une direction d'analyse selon le vecteur unitaire a , l'état propre de la mesure correspondant à un résultat $+$ est noté $|a : + \rangle$. La probabilité d'obtenir un résultat $+$ si la première mesure se fait selon la direction a est alors simplement:

$$P_+(a, \lambda) = \langle a : + | \rho_1(\lambda) | a : + \rangle \quad (25)$$

De même, il écrira la probabilité que le résultat trouvé soit $-$ sous la forme:

$$P_-(a, \lambda) = \langle a : - | \rho_1(\lambda) | a : - \rangle \quad (26)$$

Si, au lieu de a , la direction d'analyse est selon une direction différente a' , le calcul est identique et conduit à écrire deux fonctions $P_{\pm}(a', \lambda)$. De même, en ce qui concerne les mesures effectuées dans la seconde région de l'espace, on peut écrire des fonctions $P_{\pm}(b, \lambda)$ et $P_{\pm}(b', \lambda)$.

Calculons maintenant la quantité qui intervient dans le théorème de Bell (inégalité BCHSH), à savoir la combinaison linéaire, comme en (5), de quatre valeurs moyennes des produits des résultats relatifs respectivement aux couples (a, b) , (a, b') , (a', b) , (a', b') . Comme par hypothèse les résultats valent toujours ± 1 , cette valeur moyenne ne fait intervenir que les différences:

$$A(\lambda) = P_+(a, \lambda) - P_-(a, \lambda) \quad (27)$$

ou:

$$A'(\lambda) = P_+(a', \lambda) - P_-(a', \lambda) \quad (28)$$

(avec des notations semblables pour les mesures effectuées dans l'autre région de l'espace) et s'écrit simplement comme la valeur moyenne sur λ de l'expression:

$$A(\lambda)B(\lambda) + A(\lambda)B'(\lambda) - A'(\lambda)B(\lambda) + A'(\lambda)B'(\lambda) \quad (29)$$

Nous sommes presque ramenés au calcul du paragraphe 4.1, avec une différence toutefois: les A et les B sont maintenant définis comme des différences de probabilités de sorte qu'ils ne valent plus nécessairement ± 1 ; il est toutefois très simple de voir que ce sont des nombres compris entre $+1$ et -1 (quelle que soit la valeur de λ). Considérons alors pour un instant que λ , A' et B' sont fixés, ne gardant que A et B comme seules variables; représentée dans l'espace en fonction de ces variables, l'expression écrite en (29) correspond à une surface plane qui, aux quatre coins du carré $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, prend les valeurs $\pm A' \pm B'$, qui sont évidemment comprises entre ± 1 ; au centre du carré le plan passe par l'origine. Ainsi il est clair par interpolation linéaire que, dans tout l'intérieur du carré, la fonction écrite en (29) reste elle aussi comprise entre ± 1 , de sorte que, finalement, sa valeur moyenne a la même propriété. Ainsi nous retrouvons une fois de plus, même dans un cadre conceptuel très différent, que les inégalités de Bell sont satisfaites!

Etant donné que nous savons que la mécanique quantique viole ces inégalités, ce résultat peut paraître paradoxal, tant le raisonnement de notre physicien semble proche de celui de la mécanique quantique orthodoxe. Mais le seul fait qu'il ait introduit une séparabilité dans le traitement du problème, alors que la mécanique quantique orthodoxe demande le traitement du système des deux spins comme un tout inséparable (même par l'esprit!) a des conséquences dramatiques sur le résultat des calculs des fonctions de corrélation. Il n'est pas permis de tenter de décrire les propriétés séparées des deux spins, même dans le cadre quantique; la seule façon correcte de raisonner utilise le vecteur d'état global qui décrit les deux spins et contient toutes les corrélations (les λ sont inutiles!); c'est lui qu'il convient de projeter selon le postulat de réduction du paquet d'ondes. Dans le tout il est vain de chercher à distinguer des parties. Cet exemple illustre bien le fait que ce sont séparabilité (et localité) qui sont essentielles pour permettre d'établir les inégalités de Bell, et non le déterminisme.

II. Démonstration des relations (8) et (9).

Partons du ket:

$$|\Psi\rangle = |+, +, +\rangle + \eta |-, -, -\rangle \quad (30)$$

où:

$$\eta = \pm 1 \quad (31)$$

Nous désirons calculer l'effet de l'opérateur produit $\sigma_{1x}\sigma_{2y}\sigma_{3y}$ sur ce ket; commençons par l'opérateur concernant le premier spin:

$$\begin{aligned}\sigma_{1+} | \Psi \rangle &= 2\eta | +, -, - \rangle \\ \sigma_{1-} | \Psi \rangle &= 2 | -, +, + \rangle\end{aligned}\quad (32)$$

de sorte que:

$$\sigma_{1x} | \Psi \rangle = | \Psi' \rangle = \eta | +, -, - \rangle + | -, +, + \rangle \quad (33)$$

Pour le second spin:

$$\begin{aligned}\sigma_{2+} | \Psi' \rangle &= 2\eta | +, +, - \rangle \\ \sigma_{2-} | \Psi' \rangle &= 2 | -, -, + \rangle\end{aligned}\quad (34)$$

qui donne:

$$\sigma_{2y} | \Psi' \rangle = | \Psi'' \rangle = \frac{1}{i} (\eta | +, +, - \rangle - | -, -, + \rangle) \quad (35)$$

Enfin, le troisième spin donne:

$$\begin{aligned}\sigma_{3+} | \Psi'' \rangle &= -2i\eta | +, +, + \rangle \\ \sigma_{3-} | \Psi'' \rangle &= +2i | -, -, - \rangle\end{aligned}\quad (36)$$

qui conduit à:

$$\sigma_{3y} | \Psi'' \rangle = -\eta | +, +, + \rangle - | -, -, - \rangle = -\eta | \Psi \rangle \quad (37)$$

(puisque $\eta^2 = 1$). Nous trouvons donc effectivement que $| \Psi \rangle$ est vecteur propre du produit des trois opérateurs de spins, de valeur propre $-\eta$. Par symétrie, il est évident qu'il en est de même pour les produits $\sigma_{1y}\sigma_{2x}\sigma_{3y}$ et $\sigma_{1y}\sigma_{2y}\sigma_{3x}$.

Calculons enfin l'effet de l'opérateur $\sigma_{1x}\sigma_{2x}\sigma_{3x}$; utilisant (34) nous obtenons:

$$\sigma_{2x} | \Psi' \rangle = | \Psi''' \rangle = (\eta | +, +, - \rangle + | -, -, + \rangle) \quad (38)$$

de sorte que:

$$\begin{aligned}\sigma_{3+} | \Psi''' \rangle &= 2\eta | +, +, + \rangle \\ \sigma_{3-} | \Psi''' \rangle &= 2 | -, -, - \rangle\end{aligned}\quad (39)$$

et, finalement:

$$\sigma_{3x} | \Psi''' \rangle = \eta | +, +, + \rangle + | -, -, - \rangle = \eta | \Psi \rangle \quad (40)$$

III. Calcul de la probabilité maximale pour un état de Hardy.

L'état à deux particules correspondant à la mesure envisagée en (i) est le produit tensoriel:

$$\cos^2 \theta |+, + \rangle + \sin \theta \cos \theta [|+, - \rangle + |-, + \rangle] + \sin^2 \theta |-, - \rangle \quad (41)$$

dont le produit avec le ket (18) vaut:

$$\cos^2 \theta \sin \theta - 2 \sin \theta \cos^2 \theta = -\sin \theta \cos^2 \theta \quad (42)$$

La probabilité cherchée est obtenue en divisant le carré de cette expression par la norme du vecteur d'état:

$$P = \frac{\sin^2 \theta \cos^4 \theta}{2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)^2}{2 - \sin^2 \theta} \quad (43)$$

Un tracé de cette fonction montre qu'elle passe par un maximum de l'ordre de 9%.

Remerciements

Ce texte a été rédigé au cours d'un séjour à l'Institut de Physique Théorique de l'Université de Californie à Santa Barbara, au cours d'une session sur la Condensation de Bose-Einstein, en profitant d'une ambiance intellectuelle exceptionnelle. This research was supported in part by the National Science Foundation under grant number PHY94-07194.

L'auteur remercie vivement Philippe Grangier et Jean Dalibard qui ont accepté de relire le manuscrit et de faire des suggestions et commentaires fort utiles.

References

- [1] N.D. Mermin, Rev. Mod. Phys. **65**, 803 (1993); voir en particulier le paragraphe III.
- [2] S. Goldstein, "Quantum Theory without observers", Physics Today, Mars et Avril 1998.
- [3] M. Jammer, "The conceptual development of quantum mechanics", Mc. Graw Hill (1966); ce livre, épuisé, est hélas difficile à trouver mais certaines bibliothèques le possèdent encore. Le même auteur a écrit un second ouvrage, "The Philosophy of quantum mechanics", Wiley (1974).
- [4] B. d'Espagnat, "Le réel voilé, analyse des concepts quantiques", Fayard (1994); "Une incertaine réalité, la connaissance et la durée", Gauthier Villars (1985); "A la recherche du réel", Gauthier Villars Bordas (1979).

- [5] R. Omnès “The Interpretation of quantum mechanics”, Princeton University Press (1994).
- [6] J.S. Bell, “Quantum mechanics for cosmologists”, C. Isham, R. Penrose and D. Sciama eds, in *Quantum Gravity* **2**, 611, Clarendon Press (1981).
- [7] L. Rosenfeld, *Suppl. Prog. Theor. Phys.* , extra number 222 (1965).
- [8] E.P. Wigner, *Am. J. Phys.* **31**, 6 (1963), “Symmetries and Reflections”, Indiana University Press, page 153.
- [9] *Correspondance entre Einstein et Born (1916 - 1955)*, Editions du Seuil (1972).
- [10] J.S. Bell, “Bertlmann’s socks and the nature of reality”, *J. Physique coll.* **C2**, 41 (1981).
- [11] F. Laloë, “Les surprenantes prédictions de la mécanique quantique”, *La Recherche n° 182* (novembre 1986), page 1358. Pour d’autres articles destinés au grand public, voir par exemple le numéro spécial de *Sciences et Avenir* “La grande querelle des physiciens, Troublante mécanique quantique”, no **46**, repris dans l’ouvrage édité par Stéphane Deligeorges “Le monde quantique”, éditions du Seuil (1984).
- [12] F. Laloë, *J. Physique colloques* **C-2**, 1 (1981), exposé au colloque Hugot; noter en particulier les notes ajoutées en fin de texte. Voir également les autres articles qui suivent, en particulier celui de J. Bell sur les chaussettes de Bertlmann, qui est un classique !
- [13] A. Peres, *Am. J. Phys.* **46**, 745 (1978).
- [14] P. Eberhard, *Nuov. Cim.* **B46**, 392 (1978).
- [15] E.P. Wigner, *Am. J. Phys.* **38**, 1005 (1970).
- [16] J.A. Wheeler, “Niels Bohr in Today’s Words” in *Quantum Theory and Measurement*, J.A. Wheeler and W.H. Zurek editors, Princeton University Press (1983).
- [17] J.D. Franson, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2205 (1989).
- [18] N. Gisin, *Phys. Lett.* **154**, 201 (1991).
- [19] J.S. Bell, “Speakable and unspeakable in quantum mechanics”, Cambridge University Press (1987); contient l’ensemble des articles de John Bell sur la mécanique quantique.

- [20] D.M. Greenberger, M.A. Horne, A. Shimony, A. Zeilinger, *Am. J. Phys.* **58**, 1131 (1990); l'article original des mêmes auteurs date de l'année précédente et est parfois difficile à trouver (Bell' theorem, *Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, M. Kafatos ed.; Kluwer, p. 69, 1989).
- [21] N.D. Mermin, *Am. J. Phys.* **58**, 731 (1990).
- [22] R. Laflamme, E. Knill, W.H. Zurek, P. Catasi and S.V.S Mariappan, *quant-physics/9709025*
- [23] N.D. Mermin, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1838 (1990).
- [24] F. Laloë, *Current Science* **68** 1026 (1995).
- [25] N.D. Mermin, *Physics Today* June 1994, page 9; *Am. J. Phys.* **62**, 880 (1994).
- [26] L. Hardy, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2981 (1993).
- [27] D. Bochsì, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2755 (1997).
- [28] S. Goldstein, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1951 (1994).
- [29] S.J. Freedmann and J.F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972); S.J. Freedmann, thèse, University of California, Berkeley; J.F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1223 (1976).
- [30] E.S. Fry and R.C. Thomson, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 465 (1976).
- [31] A. Aspect, P. Grangier et G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981); **49**, 91 (1982).
- [32] J.S. Bell, "Atomic cascade photons and quantum mechanical non-locality", *Comments on atomic and molecular physics* **9**, 121 (1980).
- [33] H. Stapp, *Foundations of Physics* **9**, 1 (1979).
- [34] M. Redhead, "Incompteteness, Nonlocality and Realism", chap. 4, Clarendon Press (1988).
- [35] J.F. Clauser and A. Shimony, *Rep. Progr. Phys.* **41**, 1881 (1978).
- [36] H. Stapp, *Phys. Rev.* **D3**, 1303 (1971).
- [37] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres and W.L. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [38] S. Popescu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 797 (1994); preprint *quant physics.9501020*.

- [39] Physics Today, février 1998, page 18.
- [40] C. H. Bennett, G. Brassard, N.D. Mermin, Phys. Rev. Lett. **68**, 557 (1992).
- [41] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, W. Maitre, A. Maali, C. Wunderlich, J.M. Raimond et S. Haroche, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996).
- [42] D. Deutsch, Proc. Roy. Soc. **A400**, 97 (1985).
- [43] P. Shor, Foundations of Computer Science, IEEE Computer Society, p. 124 (1994).
- [44] E. Madelung; Z. Phys. **40**, 322 (1926).
- [45] D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 166 and 180 (1952).
- [46] J.S. Bell, “de Broglie-Bohm delayed choice double slit experiment, and density matrix”, International Journal of Quantum Chemistry, symposium 14 (1980).
- [47] B.G. Englert, M.O. Scully, G. Süssmann and H. Walther, Z. Naturforschung **47a**, 1175 (1992).
- [48] E.P. Wigner, Am. Journ. Phys. **31**, 6 (1963); voir aussi la contribution à “Foundations of quantum mechanics”, Proc. Enrico Fermi Int. Summer School, B. d’Espagnat editor, Academic Press (1971).
- [49] R.B. Griffiths, Journ. Stat. Phys. **36**, 219 (1984).
- [50] R. Omnès, Journ. Stat. Phys. **53**, 893, 933 et 957 (1988).
- [51] M. Gell-Mann and J. Hartle, Phys. Rev. **D47**, 3345 (1993).