

# Comprenons-nous vraiment la mécanique quantique?

F. Laloë

Laboratoire LKB\*, Département de Physique de l'ENS  
24 rue Lhomond, F75005 Paris, France;  
Institute of Theoretical Physics, UCSB  
Santa Barbara, California, USA.

## 1 Introduction, historique.

Il n'est pas inutile, dans le cadre d'une discussion générale sur notre compréhension profonde de la mécanique quantique, de commencer par un bref rappel historique; c'est une façon de mieux situer le contexte général et le cadre conceptuel des discussions. De fait, revenir aux sources est souvent une bonne chose dans un sujet comme les fondements de la mécanique quantique, où tant d'idées récurrentes sont constamment redécouvertes, réapparaissant parfois soit presque identiques, soit remises au goût du jour, soit parfois simplement embellies par des noms nouveaux bien trouvés.

Les “pères fondateurs” avaient en effet déjà vu, très tôt, bien des aspects d'un débat dont l'essence, pour finir, n'a pas tellement changé depuis maintenant trois quart de siècle. La plus grande différence dans la perception de ces problèmes est, peut-être, surtout une question d'attitude. En effet, pendant longtemps et à la suite de ce débat fameux entre Bohr, Einstein, Pauli, de Broglie, Born et d'autres, la grande majorité des physiciens a semblé considérer l'interprétation de Copenhague comme acquise, réellement “incontournable”. Chacun sait que cette interprétation est basée sur l'idée d'un non-déterminisme essentiel en physique quantique et sur l'impossibilité fondamentale d'aller au delà du formalisme de la fonction d'onde; pour certains, elle comprend même la fameuse (et difficile) notion générale de complémentarité...qui a pourtant donné lieu à tant d'interprétations diverses selon le contexte! L'impression générale était que Bohr avait complètement triomphé d'Einstein au cours de leurs célèbres débats. Maintenant, l'attitude qui prévaut dans la communauté des physiciens est beaucoup plus prudente, peut

---

\*Unité associée au CNRS numéro 18.

être parce que la non-pertinence des théorèmes d'impossibilité énoncés pas les tenants de l'orthodoxie (ceux de Von-Neumann en particulier [1]) est bien entrée dans les acquis intellectuels. A l'heure actuelle nous ne sommes plus vraiment sûrs de tenir dans l'interprétation de Copenhague la seule qui soit logiquement acceptable. De fait, des points de vue comme celui des "mondes multiples" (ou des branches multiples de l'univers), des "variables supplémentaires", des "histoires décohérentes", sont maintenant considérés comme parfaitement honorables et crédibles - voir par exemple l'article récent de Goldstein dans *Physics Today*[2] qui est caractéristique de cette tendance. Mais ne tombons pas dans l'excès inverse: il est tout aussi clair que rien n'est venu contredire jusqu'à maintenant le point de vue orthodoxe sur la mécanique quantique, de sorte qu'il serait très exagéré de dire que l'interprétation de Copenhague est moribonde..

## 1.1 Trois étapes

Trois périodes peuvent être distinguées dans l'élaboration de la mécanique quantique, qui lui ont permis d'émerger telle que dans l'état où nous la connaissons actuellement; nous les résumerons ici très succinctement, renvoyant le lecteur qui voudrait plus de précisions par exemple au livre de Jammer [3]. Pour des discussions détaillées des problèmes fondamentaux de la mécanique quantique, on pourra se reporter par exemple à [4] et [5].

### 1.1.1 La "préhistoire"

Dès qu'on parle des débuts de la physique quantique, Planck est évidemment le premier nom qui vient à l'esprit: c'est lui qui a introduit la célèbre constante  $h$  qui porte son nom, de façon assez phénoménologique il est vrai; il l'a fait dans le cadre d'une théorie destinée à expliquer la nature du rayonnement en équilibre thermique (rayonnement du corps noir), à partir de la notion d'échanges discontinus avec la matière. Vient ensuite Einstein, qui prend l'idée plus au sérieux encore, et introduit véritablement la notion de grain de lumière (qui portera plus tard le nom de photon), dans sa fameuse explication de l'effet photoélectrique. Mais, si l'on y réfléchit, la question qui était peut être la plus urgente à l'époque était, plutôt que d'expliquer des propriétés fines du rayonnement électromagnétique, de rendre compte de la stabilité des atomes, c'est-à-dire de toute la matière qui nous entoure et nous constitue! Il faut attendre un peu plus, jusqu'à Bohr et son célèbre modèle atomique, pour la voir traiter. C'est lui qui introduit la notion d'orbite permise et de "saut quantique" pour décrire le passage d'un électron d'une orbite à une autre. Il faut bien reconnaître que, sous cette forme précise, les deux notions ont presque disparu de la physique quantique moderne; les sauts quantiques sont remplacés par la théorie moderne de l'émission spontanée, mais ils ont trouvé une sorte de résurgence dans un autre contexte: le "postulat de réduction du paquet d'ondes" associé dans la théorie quantique actuelle à la

mesure. Enfin la “mécanique des matrices” de Heisenberg peut également être rangée dans cette période historique, très influencée dans son abstraction par une philosophie parfois assez proche du positivisme; les grandeurs physiques classiques y sont remplacées par des “observables”, mathématiquement associées à des matrices, ces dernières étant définies par des postulats ad hoc.

Il faut bien voir cependant à quel point la théorie des atomes avait pris un aspect mystérieux à cette époque: pourquoi les électrons obéissaient-ils à cette interdiction de quitter certaines orbites, comme s'ils étaient miraculeusement guidés sur des trajectoires simples? D'où provenaient ces sauts quantiques, supposés de durée temporelle strictement nulle, de sorte qu'il n'avait aucun sens de demander par quels états passait l'électron lors d'un tel saut? Pourquoi l'apparition soudaine de ces matrices en physique, introduites de façon formelle, sans aucun lien apparent avec la description classique d'une particule? On comprend le soulagement de la communauté lorsqu'un point de vue beaucoup plus simple, et de surcroît bien plus dans la tradition scientifique du XIX<sup>e</sup> siècle, est bientôt apparu: le point de vue ondulatoire.

### 1.1.2 La période ondulatoire

Chacun sait que De Broglie est celui qui, le premier, a introduit l'idée qu'il fallait associer une onde à toute particule matérielle. Mais à cette période il n'est pas allé beaucoup plus loin dans l'étude des propriétés et de l'évolution de cette onde, de sorte que le voile du mystère ne semblait que partiellement levé. On dit souvent que c'est Debye qui, le premier, a remarqué en présence de Schrödinger que, en physique, une onde est généralement associée à une équation d'onde; ce ne serait qu'ensuite que ce dernier, reprenant l'idée, aurait postulé l'équation qui porte son nom et reste toujours une des équations les plus fondamentales de la physique. Mais Debye lui-même, interrogé bien plus tard, ne semblait pas se souvenir de l'épisode! Nous ne saurons probablement jamais si c'est ainsi que les choses se sont passées, mais il est clair que l'introduction de cette équation a été une percée décisive, l'apparition de ce qui devait se révéler comme la pierre angulaire de la mécanique quantique moderne. Un de ses triomphes est d'avoir permis de montrer, très vite, que la mystérieuse mécanique des matrices peut être justifiée à partir des propriétés de sa solution, la “fonction d'onde”. Un espoir est alors né, celui de trouver un schéma global explicatif qui efface tous les mystères de la période pré-quantique en supprimant la notion de particule et en faisant simplement intervenir des ondes. Par exemple, Schrödinger pensait à cette époque que toutes les particules ne nous paraissaient ponctuelles que parce que nous les observons à trop grande échelle; en fait c'étaient de minuscules “paquets d'onde”. Il avait même montré que ces derniers restent petits (ils ne s'étalent pas) dans le cas de l'oscillateur harmonique... hélas, nous savons maintenant que c'est l'un des rares cas particuliers où cet étalement ne se produit pas!

### 1.1.3 L'école de Copenhague

Rapidement, cette conception purement ondulatoire s'est heurtée à de grosses difficultés qui ont conduit à son abandon. Par exemple, dans une collision, l'onde de Schrödinger se répartit dans toutes les directions, comme le ferait la vague créée par un caillou tombant dans une mare; mais, dans une expérience de collision donnée, on observe que la particule suit une trajectoire qui reste toujours localisée dans une direction précise. Elle ne se "dilue" jamais dans tout l'espace! Chacun sait que, de cette contradiction, est née l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde introduite par Born. Mais une autre difficulté, aussi grande, était introduite par le fait que la fonction d'onde n'est pas une onde habituelle, sauf pour une particule unique; de fait, pour un système de  $N$  particules, elle se propage dans un espace des configurations à  $3N$  dimensions, très différent de l'espace habituel. Ainsi par exemple l'atome d'hydrogène a une onde qui se propage dans un espace à 6 dimensions<sup>1</sup>! Ce n'est donc assurément pas une onde au même sens que les ondes sonores ou électromagnétiques<sup>2</sup>. Cette différence profonde<sup>3</sup> sera d'ailleurs un peu le leitmotiv de notre exposé, réapparaissant constamment sous une forme différente.

La mécanique quantique moderne a donc complètement renoncé à une description purement ondulatoire des particules. Parmi les grands noms, Bohr et Heisenberg et Dirac ont également joué des rôles essentiels dans l'apparition et la formulation de cette nouvelle mécanique; depuis cette époque la théorie inclut dans un même cadre l'équation de Schrödinger avec son évolution progressive et déterministe, avec un second postulat d'évolution complètement indépendant, celui dit de "réduction du paquet d'ondes".

## 1.2 Le statut du vecteur d'état

Il n'est pas inutile de rappeler à quel point le statut du vecteur d'état est subtil dans la mécanique quantique dite orthodoxe. Deux extrêmes sont à éviter, car tous deux "manquent la cible" et passent à côté de l'orthodoxie. Le premier

---

<sup>1</sup>Ici, nous ne prenons pas en compte les spins, qui augmenteraient encore la taille de l'espace des états.

<sup>2</sup>Les effets de non-localité se produisant pour deux particules corrélées peuvent être vus précisément comme une conséquence du fait que la propagation de la fonction d'onde se fait de façon locale, mais dans un espace à 6 dimensions; cependant, lorsqu'on revient à trois dimensions, les effets non-locaux peuvent apparaître.

<sup>3</sup>Cependant si, au lieu de considérer un nombre fini de particules, on passe à un nombre infini, et si l'on ajoute la notion d'indiscernabilité des particules, on peut introduire le formalisme des operateurs de champ quantique qui, eux, se propagent bien dans l'espace ordinaire. Ainsi, curieusement, augmenter la taille du système et introduire la notion d'indiscernabilité permet de revenir à cet espace plus simple; mais il faut bien voir que les quantités que se propagent ne sont plus des champs complexes, mais des operateurs agissant eux mêmes dans un espace des états de dimension infinie.

est de considérer, comme dans les espoirs initiaux de Schrödinger, que la fonction d'onde multi-dimensionnelle décrit directement les propriétés du système physique - voir notre discussion au paragraphe 1.1.2. Dans cette vue purement ondulatoire, les positions et vitesses sont remplacées par une onde se propageant selon une équation bien connue et la notion de particule disparaît complètement; nous avons déjà évoqué les limites de ce point de vue, qui sont suffisamment bien connues pour que peu de physiciens soient tentés de retomber dans ce piège à l'heure actuelle. En revanche, il est plus surprenant d'entendre très souvent repris le vieux point de vue selon lequel la fonction d'onde serait simplement une sorte d'objet mathématique "relatif" (ou contextuel) décrivant, non le système physique lui-même, mais seulement notre connaissance de ce système, de façon très similaire à la situation en théorie des probabilités classiques. On résoudrait alors tous les problèmes conceptuels en un tournemain; en particulier, chacun sait que la distribution de probabilité associée à un système physique subit un saut brusque lorsqu'une information supplémentaire est acquise: cette remarque serait une sorte de modèle élémentaire du postulat de réduction du paquet d'ondes. Mais se poseraient alors immédiatement des questions comme: deux observateurs qui ont une information différente sur un système physique peuvent-ils lui attribuer des fonctions d'onde différentes, comme ce serait le cas pour des probabilités habituelles<sup>4</sup>? Quelle est la description mathématique ultime (absolue) des propriétés physiques réelles du système physique, indépendamment des connaissances limitées que tel ou tel peut en avoir?

De fait, dans le point de vue orthodoxe, la fonction d'onde donne bien LA description ultime de toutes les propriétés physiques existantes du système; elle n'est en rien, ni contextuelle, ni relative à un observateur ou à un autre<sup>5</sup>; mais il est vrai qu'elle ne permet de prédire que des probabilités concernant les résultats des différentes mesures qu'il peut subir ensuite. Le statut de la fonction d'onde (ou de sa généralisation, le vecteur d'état) en mécanique quantique standard est ainsi en quelque sorte un mélange subtil des deux extrêmes précédents, ce qui le rend parfois difficile à bien saisir.

## 2 Des difficultés, des paradoxes

Dans la plupart des cas, la fonction d'onde (ou le vecteur d'état) évolue donc de façon parfaitement régulière et prédictible, selon l'équation de Schrödinger; cependant, dès qu'on effectue une mesure, elle effectue des sauts imprévisibles, fondamentalement non-déterministes, selon le postulat de réduction du paquet

---

<sup>4</sup>Voir la discussion de l'ami de Wigner dans le § 2.2

<sup>5</sup>Nous supposons ici que les deux observateurs utilisent un même référentiel. Sinon, il existe des transformations mathématiques simples permettant de passer d'un référentiel à un autre, du même type sur le plan conceptuel que celles qui permettent, en mécanique classique, d'effectuer les transformations des positions et impulsions.

d'ondes. Evidemment, avoir deux postulats distincts pour l'évolution d'un système physique était une totale nouveauté à l'époque et, de fait, cette dualité inattendue reste à l'heure actuelle source de sérieuses difficultés conceptuelles et logiques. Pourquoi donc deux postulats distincts? Où exactement s'arrête le domaine d'application du premier, où commence celui du second? En d'autres termes, parmi toutes les interactions - ou perturbations - que peut subir un système physique, lesquelles doivent être considérées comme "ordinaires", lesquelles relèvent de la mesure? Sur le plan de la logique pure, il est clair qu'il se pose un problème de limite de domaine d'application, problème qui n'existait pas auparavant, lorsque personne ne pensait qu'une opération de mesure doive en physique être traitée à part de toute évolution physique "normale". Bohr nous apprend qu'il ne faut pas essayer de transposer au monde microscopique notre expérience journalière qui est macroscopique. Fort bien, mais où est la limite entre les deux mondes? Peut-on vraiment se contenter de répondre que peu importe, tant que la théorie n'entre pas en contradiction avec l'expérience?

De plus, n'est-il pas incongru, en physique moderne, de voir l'observateur jouer un rôle aussi central dans la théorie, qui prend ainsi un côté anthropocentrique inattendu? Faut-il vraiment se désintéresser pour eux-mêmes des systèmes physiques isolés, non-observés? Les citations sur le sujet sont innombrables, donnons en quelques-unes qui nous semblent particulièrement marquantes:

(i) Bohr (seconde ref [3], page 204): "There is no quantum world.... it is wrong to think that the task of physics is to find out how Nature is. Physics concerns what we can say about Nature".

(ii) Heisenberg (seconde ref. [3], page 205): "But the atoms or the elementary particles are not real; they form a world of potentialities or possibilities rather than one of things of facts".

(iii) Bell [6], parlant du langage de la théorie quantique moderne (entendre, dans le point de vue de Copenhague): "it never speaks of events in the system, but only of the outcome of observations upon the system, implying the existence of external equipment.." (on pourrait ajouter "of external observers").

(iv) Rosenfeld: [7] "the human observer, whom we have been at pains to keep out of the picture, seems irresistibly to intrude into it, ...".

## 2.1 La récurrence infinie de von Neumann

Prenons un système physique microscopique, un spin  $1/2$  par exemple qui entre dans un appareil de Stern et Gerlach, et étudions son interaction avec cet appareil. Si la direction du spin initial est transverse, sa fonction d'onde se décompose tout naturellement en deux composantes, l'une déviée vers le haut, l'autre vers le bas; c'est une conséquence simple de la forme linéaire de l'équation de Schrödinger. Plus loin, les deux paquets d'ondes séparés rencontrent un détecteur avec lesquels ils interagissent en modifiant son état. Par exemple, s'il s'agit d'atomes qui sont ionisés puis détectés dans des photomultiplicateurs, ils émettent un électron, de

sorte que la superposition cohérente initiale comprend maintenant un électron, soit dans un des appareils, soit dans l'autre. Mais, dans les photomultiplicateurs en question, chaque électron engendre par cascade beaucoup d'autres, de sorte que l'équation de Schrödinger nous conduit rapidement à prévoir la superposition à deux composantes du vecteur d'état, chacune comprenant un grand nombre macroscopique d'électrons, voire même bientôt des courants électriques macroscopiques après passage dans un amplificateur. Une "chaîne de Von-Neumann", une récurrence infinie du microscopique vers le macroscopique se construit ainsi rapidement, sans que l'équation de Schrödinger en elle-même n'y mette de limite: par linéarité elle préserve à l'infini les deux possibilités initiales, étant bien incapable à elle seule d'effectuer une sélection en faveur de l'une d'entre elles. A la fin, nous avons l'impression que ce sera l'imprimante qui écrit les résultats, le papier sur lequel elle dépose de l'encre, voire l'expérimentateur lui-même, qui participent à une superposition linéaire sans limites<sup>6</sup> de deux possibilités complètement différentes!

Personne n'a jamais vu l'aiguille d'un appareil se mettre à la fois dans deux positions différentes sur un cadran, un enregistrement sur du papier qui ressemblerait à deux diapositives artificiellement superposées, ou ressenti la sensation d'observer que tout un laboratoire entrerait dans la superposition de deux états macroscopiques différents. Il semble donc "tomber sous le bon sens"<sup>7</sup> que cette récurrence ne peut être infinie et doit être cassée avant qu'elle n'ait atteint un niveau macroscopique. Mais où exactement?

## 2.2 L'ami de Wigner, le chat de Schrödinger

Une autre version de la même question de limite est de se demander, dans une théorie où les observateurs jouent un rôle aussi central, qui est "habilité" à jouer ce rôle et à réduire le paquet d'ondes. Wigner considère un laboratoire complètement fermé où il a demandé à un ami de faire une expérience de mécanique quantique, de Stern et Gerlach par exemple. Pour lui qui est à l'extérieur, il décrira naturellement l'ensemble du système du laboratoire fermé - et de son ami - par une équation de Schrödinger linéaire, qui ne fait a priori aucun choix entre les deux résultats de la mesure effectuée à l'intérieur; ce n'est qu'au moment où la porte du laboratoire est ouverte, et où il prend connaissance de résultat de la mesure effectuée antérieurement, qu'il utilisera le postulat de réduction du paquet d'ondes pour annuler l'une des composantes du vecteur d'état. Mais, clairement, pour

<sup>6</sup>Sur le plan des principes, la théorie de la décohérence ne change rien à cette analyse: elle ne fait qu'étudier plus en détail la façon dont cette superposition se propage rapidement vers l'environnement.

<sup>7</sup>C'est cependant cette conclusion de bon sens qui est récusée dans le point de vue d'Everett, où l'on affirme que l'aiguille aboutit effectivement dans deux états macroscopiques différents, sans que l'observateur ait les moyens de s'en rendre compte. Dans un tel point de vue, cette remarque de bon sens devient tout simplement fautive! (d'où nos guillemets).

l'ami qui est enfermé dans le laboratoire, cette façon de raisonner est absurde, voire insultante puisqu'elle minimise son rôle d'observateur de façon totalement injustifiée: il préférera appliquer le postulat en question dès qu'il a pris connaissance du résultat. Faut-il alors dire que deux vecteurs d'état sont à prendre en compte, l'un réduit, l'autre pas, selon l'observateur, et pendant toute la période intermédiaire<sup>8</sup>? Pour un exposé critique de Wigner sur le problème de la mesure, voir [8].

Le fameux chat de Schrödinger est une autre version de l'énoncé de la même difficulté, que l'on peut énoncer sous la forme: un animal, un chat par exemple, a-t-il un niveau de conscience lui permettant de savoir s'il est vivant et de réduire ainsi le paquet d'ondes? Est-il capable à lui seul de forcer l'émergence classique d'un résultat unique, ou peut-il être mis dans un état quantique où il serait à la fois mort et vivant <sup>9</sup>?

### 2.3 De mauvais arguments

Il est clair pour tous que l'invention de la mécanique quantique de Copenhague a été et reste l'un des plus grands triomphes de la physique, et notre but dans ce texte n'est pas de remettre cette évidence en question. On peut même rétrospectivement admirer qu'il ait été possible de la concevoir si tôt, dans sa version achevée, à partir du nombre relativement limité de données expérimentales de l'époque; cette construction intellectuelle a, depuis, triomphé de bien des obstacles, en particulier les tests de plus en plus difficiles et précis qu'elle a dû subir.

Il est en revanche inévitable de constater avec le recul que les responsables de ce succès se sont parfois laissés aller trop loin, tant dans leur désir de convaincre que dans leurs convictions propres, affirmant d'autorité que leur point de vue était le seul compatible avec la physique moderne. Selon eux, la seule description ultime de la réalité physique était la leur, aucune description plus fine ne serait jamais possible; en particulier, il était prouvé que la Nature était fondamentalement

---

<sup>8</sup>En mécanique quantique orthodoxe, la réponse à cette question est un "non" très clair: le vecteur d'état est unique et donne la seule description physique complète (ultime) d'un système physique.

<sup>9</sup>Nous décrivons ici la version initiale du paradoxe, destiné à illustrer le fait que des objets, ou des animaux, macroscopiques ne peuvent évidemment pas être dans un état flou ("blurred" dit Schrödinger); cet état serait similaire à la superposition de deux négatifs de photo, où apparaîtraient des situations macroscopiques très différentes. Depuis quelques années cependant, la tendance en électronique quantique est plutôt d'utiliser les mots "chat de Schrödinger" d'une façon différente, pour caractériser une superposition cohérente de possibilités macroscopiquement distinctes. La cohérence du chat est évidemment une condition suffisante pour qu'il soit dans un état flou à la Schrödinger (la superposition cohérente sous entend nécessairement l'existence des deux possibilités); mais elle n'est pas nécessaire. En d'autres termes, les effets de décohérence ne font pas disparaître le paradoxe du chat au sens de Schrödinger, ils ne font que le propager plus loin, vers l'environnement (on pourrait alors parler du paradoxe de l'environnement de Schrödinger!).

indéterministe. Nous savons maintenant que, sur le plan logique, les arguments avancés ne sont pas solides (voir par exemple la référence [1]), principalement parce qu'ils imposent aux théories visant à compléter la mécanique quantique de trop lui ressembler; en fait, ils plaquent arbitrairement sur ces théories des critères de linéarité qui, en fait, ne sont en rien nécessaires. C'est pourquoi, comme nous l'avons dit dans l'introduction, bien des physiciens prennent maintenant une attitude nettement plus prudente sur le sujet.

### 3 Einstein, Podolsky et Rosen

On dit parfois que l'article de Einstein, Podolsky et Rosen (EPR) est, de beaucoup, l'article le plus cité de toute la littérature scientifique, et c'est très plausible! La situation est donc d'autant plus ironique que, si souvent, il ait été si mal compris; un exemple frappant est la correspondance entre Einstein et Born [9] où ce dernier, même dans des commentaires postérieurs à la mort d'Einstein, montre nettement qu'il n'a jamais vraiment compris les objections présentées; le point le plus marquant est que Born continuait à penser que Einstein défendait a priori le déterminisme, alors qu'il s'agissait en fait d'espace temps et de causalité! Il est intéressant de constater, rétrospectivement, que même des génies de la dimension de Born aient pu se laisser aveugler si longtemps par la vivacité du débat.

On parle souvent de "paradoxe EPR", mais c'est une façon un peu discutable de présenter les choses; en effet il faut bien comprendre que, pour Einstein, il ne s'agissait pas de s'amuser à exposer des paradoxes, mais bien de faire un raisonnement solide, logique, conduisant inéluctablement - à partir de certaines hypothèses (en gros la relativité et le réalisme) - vers des conclusions claires (l'incomplétude de la mécanique quantique, et même le déterminisme<sup>10</sup>). Pour insister sur ce qu'est le raisonnement EPR, nous parlerons ici du "théorème EPR", que nous énoncerons de façon formelle sous la forme:

*Théorème: si les prédictions de la mécanique quantique concernant les résultats de mesure sont correctes, et si la réalité physique peut être décrite de façon locale (ou séparable), alors la mécanique quantique n'est pas complète; il existe des "éléments de réalité" dont elle ne rend pas compte.*

Par cette présentation formelle, peut-être un peu excessive, nous cherchons à mettre en avant un statut logique de lien entre des d'hypothèses bien définies et des conclusions. Par exemple, et contrairement à ce qui a trop souvent été répété, ce serait un pur contresens de le considérer comme faux au motif qu'il existe de bonnes raisons d'en refuser certaines de ses conséquences; la conséquence logique à en tirer serait, plutôt, qu'il faut abandonner certaines des hypothèses initiales<sup>11</sup>. En d'autres termes, le théorème peut jouer un rôle très utile dans un

---

<sup>10</sup>Nous l'avons déjà dit: ne pas répéter l'erreur de Born et croire que le déterminisme fait partie des prémisses de l'argument, il appartient aux conclusions!

<sup>11</sup>Les théorèmes de géométrie euclidienne ne sont pas rendus faux par le fait qu'il est possible

raisonnement par l'absurde.

Les bons textes sur le théorème abondent, nous en donnons plusieurs dans notre bibliographie (un classique est par exemple [10]); il n'est pas utile de les dupliquer ici avec plus ou moins de bonheur. Notre présentation sera donc volontairement différente et nous insisterons sur un élément qui n'est pas toujours mis en lumière, à savoir que le raisonnement de EPR est une application directe de ce que l'on appelle souvent "La méthode scientifique" au sens de Claude Bernard. Pour ce faire nous quitterons pour un instant la physique pour la botanique! nous le ferons dans le cadre d'une parabole qui illustre à quel point la méthode de raisonnement EPR est effectivement ancrée dans nos conceptions de ce que nous pourrions appeler "une procédure expérimentale rigoureuse pour prouver l'existence de causes".

### 3.1 Des haricots et des gènes

Lorsqu'il tente d'étudier à partir des résultats de ses mesures les propriétés du monde microscopique, le physicien doit procéder par inférence; il doit déduire des valeurs des résultats qu'il obtient - dans toutes sortes de situations qu'il pourra imaginer selon son ingéniosité - la nature des propriétés microscopiques d'objets comme l'électron. Cette démarche est rendue inévitable par l'impossibilité évidente de voir de ses yeux, ou de prendre dans sa main, un électron; c'est ainsi à une sorte d'enquête logique qu'il doit se livrer. Le scientifique des siècles précédents ne procédait pas autrement qui, comme Mendel, cherchait à déterminer des propriétés génétiques des plantes, sans aucun microscope électronique ou appareillage moderne pour observer directement les molécules d'ADN; il se basait sur des observations visuelles systématiques des résultats de leur croissance, et sur le raisonnement. Le botaniste de notre parabole observe ainsi les couleurs des fleurs de haricots qu'il plante (la couleur est le "résultat de la mesure"); il cherche à en inférer quelles sont les propriétés intrinsèques de ces haricots (les "éléments de réalité" de EPR).

### 3.2 Le théorème EPR

Lorsqu'on fait pousser un haricot dans un pot, il est clair qu'un grand nombre de paramètres extérieurs peuvent influencer le résultat: la température, l'humidité, l'éclairage par exemple; il n'est jamais possible d'être sûr de tous les contrôler parfaitement. Ainsi, si l'on observe que les fleurs sont parfois bleues, parfois rouges, on ne peut pas nécessairement en déduire que plusieurs sortes différentes de haricots existent, qui chacune donneraient lieu à une couleur bien précise: c'est peut-être tout simplement que les conditions de croissance ne sont pas suffisamment reproductibles. En termes plus abstraits, le caractère totalement

---

de construire des géométries non-euclidiennes, tout aussi cohérentes!

aléatoire du résultat de la mesure peut provenir, soit d'une propriété intrinsèque du haricot (le "système physique microscopique observé"), soit de perturbations extérieures - soit bien sûr des deux à la fois. Chacun transposera aisément en physique quantique: le théoricien se demande si l'origine du caractère aléatoire des résultats qu'il observe est fondamental ou, au contraire, simple conséquence de fluctuations incontrôlables des conditions de l'expérience.

Mais EPR nous disent d'aller plus loin dans l'analyse et d'étudier des paires d'objets corrélés. En l'occurrence leur remarque est la suivante: si, chaque fois que l'on mesure séparément des paires de spins<sup>12</sup> dans des régions très éloignées, on observe des corrélations parfaites (pour certaines directions d'analyse), nous pouvons en déduire l'existence de certaines propriétés individuelles des particules. Traduisons donc ce raisonnement en supposant que le botaniste décide, non plus de prendre des haricots au hasard, mais de comparer uniquement les résultats obtenus avec des haricots provenant d'une même gousse. Lorsqu'il ne prend aucun soin particulier à contrôler les conditions de la croissance, aucune corrélation n'apparaît. Mais, s'il fait de son mieux pour rendre égales toutes les conditions de température etc., et même s'il choisit des serres très éloignées pour faire pousser les deux haricots (afin d'éviter la propagation de toute influence éventuelle), tout change complètement: il constate que la couleur des deux fleurs est toujours la même si les deux haricots sont issus de la même gousse. D'un seul coup, deux conclusions logiques s'imposent: premièrement, les résultats des mesures (les couleurs) sont fonction de propriétés intrinsèques des haricots, partagées par tous ceux d'une même gousse; en second, les résultats dépendent également des conditions locales de l'expérience (par exemple, si une paire avait donné deux fleurs rouges à une température donnée, elle aurait pu donner deux fleurs bleues dans d'autres conditions). Ainsi les résultats de mesure sont des fonctions à la fois des conditions de l'expérience et des propriétés intrinsèques des haricots<sup>13</sup>.

A nouveau, il semble difficile de contester que cette analyse soit bien celle de la méthode scientifique traditionnelle; assurément, n'importe quel tribunal accepterait la démonstration de ce type comme une preuve que des coïncidences ont une origine commune, au lieu d'être l'effet d'influences aléatoires complètement indépendantes et séparées. Insistons sur ce point: aucun mécanisme imaginable par l'homme, aucune paire d'ordinateurs classiques<sup>14</sup> programmés de façon compliquée, ne peut reproduire le comportement supposé sauf si, dans les programmes qu'ils emportent chacun de leur côté, figurent explicitement une façon de calculer les réponses (soit rouge, soit bleu) en fonction des conditions locales au moment de la mesure<sup>15</sup>.

---

<sup>12</sup>Supposés dans un état singulet.

<sup>13</sup>Effectivement, dans les notations de Bell, les fonctions  $A$  et  $B$  dépendent bien de  $a$  et  $b$ , d'une façon locale puisque la première dépend de  $a$  seulement, la seconde de  $b$ .

<sup>14</sup>Si, un jour, des ordinateurs quantiques existent et peuvent véritablement être programmés, l'impossibilité tombera; mais il n'est pas clair si ce jour existera jamais.

<sup>15</sup>Schrödinger disait que, si l'on peut poser deux questions au hasard à un étudiant, et s'il

Revenons au monde de la physique: le lecteur a déjà deviné que, pour une paire de particules qui donnent toujours des résultats parfaitement corrélés (lorsque l'on mesure par exemple leur spin dans la même direction, et en des lieux très éloignés), EPR nous disent qu'il existe une seule explication possible: la corrélation tient à une propriété commune que chacune des particules "emporte avec elle". Or ce point de vue est complètement opposé à celui de la mécanique quantique orthodoxe, où ce ne sont pas des propriétés intrinsèques aux particules mesurées qui déterminent les résultats, mais où ces derniers sont en quelque sorte "créés" par l'opération de mesure<sup>16</sup>. Si on suit leur raisonnement, EPR démontrent ainsi le caractère incomplet de la mécanique quantique orthodoxe; au passage ils ont démontré l'existence du déterminisme - c'est bien ce dont il s'agit, puisque les résultats des mesures deviennent alors des fonctions des propriétés physiques pré-existantes des particules. EPR ne sont pas des amateurs: ils prennent le soin de bien expliciter les hypothèses de leur raisonnement en termes de structure d'espace-temps (pas de propagation d'interactions plus rapidement que la vitesse de la lumière) et de définition des éléments de réalité (leur définition est maintenant un classique!) pour arriver à la nécessité de leur prise en compte dans une théorie complète.

## 4 Bell, GHZ, Hardy

Le fameux théorème de Bell peut être vu de plusieurs façons assez différentes. Initialement, il a été conçu par son auteur comme une prolongation logique du théorème EPR; ainsi Bell appelle  $\lambda$  les éléments de réalité dont l'existence a été démontrée dans le théorème précédent, et étudie les types de corrélation qui sont possibles lorsque ces éléments fluctuent d'une paire à une autre. C'est alors automatiquement un raisonnement qui se développe dans un cadre complètement déterministe; il est fondé sur des probabilités classiques résultant de fluctuations d'une cause inconnue, si l'on préfère sur l'existence d'une certaine incertitude de l'état initial; son but est de mettre en lumière de façon plus précise le rôle de la localité, ce qui permet d'aboutir aux célèbres inégalités. Mais on peut aussi prendre les choses différemment et considérer que le théorème de Bell part de l'existence de variables supplémentaires (ou "variables cachées")  $\lambda$ , dont on ne cherche pas à préciser l'origine, et qui vont influencer le résultat des mesures d'une façon ou d'une autre - pas nécessairement déterministe. On rencontre souvent cette façon de présenter le théorème de Bell, qui est également parfaitement

---

s'avère qu'il donne toujours la bonne réponse à la première d'entre elles, c'est bien qu'il connaît la réponse aux deux questions. De même, dans notre parabole, le haricot est nécessairement "programmé" pour donner une couleur bien définie quelles que soient les conditions de sa croissance.

<sup>16</sup>Jordan (seconde ref. [3], page 161) déclare dans une citation célèbre: "observations not only disturb what has to be measured, they *produce* it"... "in a measurement of the position of an electron, it is forced to a decision".

licite; par exemple, les  $\lambda$  peuvent alors devenir les variables correspondant, non seulement aux particules elles-mêmes, mais aussi à des fluctuations des appareils de mesure, ou des perturbations externes subies par les particules; de plus, les  $\lambda$  ne déterminant pas nécessairement les résultats de mesure mais éventuellement seulement leurs probabilités. La condition essentielle cependant est que cette dépendance, probabiliste ou non, reste locale; sinon la démonstration du théorème de Bell devient impossible. Pour une discussion élémentaire du théorème de Bell, voir par exemple [11] ou [12].

## 4.1 Inégalités de Bell

Nous commencerons par rappeler la démonstration de ce fameux théorème, ou plutôt l'une des ses démonstrations, car comme nous l'avons dit elle peut prendre des formes diverses; nous insisterons ensuite sur sa généralité.

### 4.1.1 Démonstration

Dans le cadre strict EPR, la démonstration du théorème de Bell tient en trois lignes très simples, le plus long étant en fait de poser les notations. Le cas le plus clair est celui de l'exemple EPR-B (B pour D. Bohm) qui concerne une paire de deux particules de spin  $1/2$  émises dans des directions opposées, dans un état de spin singulet; chacune est soumise à la mesure de la composante de son spin, selon le vecteur  $a$  pour la première,  $b$  pour la seconde. Quels sont les résultats prévus par la mécanique quantique dans une telle situation? Par convention on attribue généralement une valeur  $+1$  au résultat de mesure pour une déviation de la particule vers le haut dans l'aimant de Stern et Gerlach,  $-1$  pour une déviation opposée. Si  $\theta$  est l'angle entre les directions  $a$  et  $b$ , la probabilité d'une double détection de résultats  $+1, +1$  (ou  $-1, -1$ ) prévue par la mécanique quantique est:

$$P_{+,+} = P_{-,-} = \sin^2 \theta \quad (1)$$

tandis que celle de deux résultats opposés est:

$$P_{+,-} = P_{-,+} = \cos^2 \theta \quad (2)$$

Mais oublions complètement pour un instant cette mécanique quantique et raisonnons plutôt dans le cadre du théorème EPR; la notation  $\lambda$  regroupe alors, avec toutes ses composantes si nécessaire (ce peut être un vecteur de dimension quelconque) tous les éléments de réalité EPR, dont la valeur détermine les résultats de mesure  $A$  et  $B = \pm 1$ ; comme ces résultats dépendent également des conditions de mesure, appelons respectivement  $A(a; \lambda)$  et  $B(b, \lambda)$  les fonctions correspondantes.

En fait, il suffira pour la suite de se limiter à considérer deux directions d'analyse pour chaque mesure,  $a$  et  $a'$  par exemple pour la première. On pose

alors:

$$A(a, \lambda) = A \quad ; \quad A(a', \lambda) = A' \quad (3)$$

et:

$$B(b, \lambda) = B \quad ; \quad B(b', \lambda) = B' \quad (4)$$

Les quatre nombres  $A, A', B,$  et  $B'$  ont évidemment des valeurs bien définies ( $\pm 1$ ) pour chaque paire de particules; il suffit alors de remarquer avec Eberhard [14] que le produit:

$$M = AB + AB' - A'B + A'B' = (A - A')B + (A + A')B' \quad (5)$$

est toujours égal soit à  $+2$ , soit à  $-2$ ; cela découle immédiatement de ce que l'une des deux parenthèses du second membre est toujours nulle. Prenant maintenant la valeur moyenne sur un grand nombre de paires<sup>17</sup> d'un nombre qui ne peut prendre que ces deux valeurs, on ne peut évidemment trouver qu'un nombre compris entre  $+2$  et  $-2$ :

$$-2 \leq \langle M \rangle \leq 2 \quad (6)$$

C'est la forme BCHSH du théorème de Bell: toutes les valeurs moyennes de mesures dont les résultats sont aléatoires à cause des fluctuations d'une cause commune dans le passé obéissent nécessairement à ces inégalités.

Mais il n'est pas difficile de voir à partir des équations (1) et (2) que, pour certains choix des quatre directions  $a, a', b,$  et  $b'$ , l'inégalité précédente est violée. Ainsi, les raisonnements de EPR-Bell conduisent à une contradiction formelle avec les prédictions de la mécanique quantique<sup>18</sup>; cette dernière n'est pas une théorie réaliste et locale au sens de EPR et Bell. En d'autres termes, si l'on croit à la mécanique quantique, il n'est pas permis d'attribuer des valeurs bien définies à  $A, A', B,$  et  $B'$  pour chaque paire émise; le plus que l'on puisse s'autoriser à faire et d'en attribuer deux, ceux parmi ces 4 nombres qui correspondront effectivement aux mesures effectuées ultérieurement. Comme le dit très bien Peres [13], "unperformed experiments have no results"<sup>19</sup>. Une autre présentation particulièrement claire de la nature du théorème de Bell est donnée par Wigner [15], d'où il ressort que la base du théorème est la possibilité de ranger chaque paire de particules dans une catégorie qui est l'intersection de domaines correspondant aux différents résultats possibles de mesure.

<sup>17</sup>Pour une discussion critique de la façon dont il faut comprendre cette valeur moyenne, voir le paragraphe 5.1.

<sup>18</sup>Une autre façon de présenter le théorème de Bell est de dire que, si les hypothèses de EPR sont les trois suivantes:

- (i) réalité
- (ii) localité
- (iii) exactitude dans tous les cas des prédictions de la mécanique quantique

alors elles sont autocontradictoires; couplé au théorème de Bell, le théorème EPR devient alors un théorème à utiliser dans un raisonnement par l'absurde.

<sup>19</sup>Wheeler exprime une idée un peu semblable quand il écrit "No elementary quantum phenomenon is a phenomenon until it is a recorded phenomenon" [16]!

Or, comme chacun le sait maintenant, les résultats des expériences confirment bien les prédictions de la mécanique quantique, et ceci même dans des cas où ils sont en violation nette avec les inégalités de Bell; en ce sens, nous pouvons donc dire que la Nature obéit donc à des lois non-locales (ou non-réalistes). Bien sûr, comme toutes les expériences, celles-ci ne sont pas parfaites, et il est toujours logiquement possible d’invoquer des scénarios improbables, ad hoc, où certains des processus physiques (pour le moment complètement inconnus) “conspirent” pour nous donner l’illusion que la mécanique quantique donne des prédictions correctes - voir le paragraphe 5.1 pour une discussion un peu plus précise. En tous cas il est indubitable que les expériences, qui deviennent chaque décennie de plus en plus élaborées et précises, n’ont jamais réussi à mettre en défaut la mécanique quantique.

#### 4.1.2 Généralité du théorème

Diverses généralisations du théorème sont possibles qui, dans la plupart des cas, sont aisées mathématiquement, tout en ayant l’intérêt de couvrir des situations conceptuelles assez différentes; nous l’avons déjà dit implicitement plus haut lorsque nous avons mentionné qu’on peut relâcher l’hypothèse d’un déterminisme absolu. Dans ces généralisations, les résultats de mesure deviennent alors les conséquences à la fois des fluctuations d’une cause commune  $\lambda$  dans le passé et d’autres phénomènes aléatoires: fluctuations des appareils de mesure, perturbations subies par les particules lors de leur vol vers les appareils, voire même d’un indéterminisme de caractère fondamental se manifestant dans chaque région de mesure [12]. De même, les fonctions  $A$  et  $B$  peuvent inclure, sous une notation condensée, une très grande variété de phénomènes physiques: on peut par exemple imaginer que ce ne sont pas des particules, mais un ou plusieurs champs qui se propagent depuis la source vers les détecteurs<sup>20</sup>; leur équation de propagation peut être aussi complexe qu’on le désire<sup>21</sup>, et les résultats peuvent dépendre des fonctions de corrélation des champs d’ordre quelconque, peu importe! La seule chose importante est l’existence des fonctions  $A$  et  $B$ , leur forme mathématique pouvant être arbitrairement compliquée puisque, en fait, il est parfaitement inutile de la connaître pour la démonstration du théorème. Mais il y a un point essentiel: ne pas toucher à la localité, et très précisément celle qui se manifeste mathématiquement dans la dépendance par rapport à  $a$  et  $b$  (orientation des appareils de mesure, choisies arbitrairement par les expérimentateurs)<sup>22</sup>. C’est à

<sup>20</sup>Voir la discussion du §4 de la référence [10]

<sup>21</sup>On se convainc facilement qu’une propagation aléatoire est envisageable sans empêcher la démonstration.

<sup>22</sup>En revanche, d’autres types de non-localité ne gênent en rien la démonstration; par exemple, supposer que les fluctuations aléatoires d’un des appareils de mesure influence également le résultat de l’autre appareil ne pose pas de problème particulier (même s’il est difficile d’imaginer un processus physique de ce type!).

cette condition que le théorème de Bell reste valable - un exemple comprenant une propagation de champs et illustrant le fait que ce n'est pas le déterminisme mais bien la localité qui est en jeu est traité dans l'Appendice I; voir également l'appendice de [12]. En revanche, si  $A$  devient une fonction  $A(a, b)$ , et de même pour  $B$ , tout change: ce ne sont plus 4 nombres qu'il faut associer à chaque émission de paire de particules, mais 8 (puisque'il y a 2 résultats pour chacune des 4 combinaisons possibles d'orientation des analyseurs), et la démonstration du paragraphe précédent n'est plus possible.

De façon générale, il importe donc de bien saisir à quel point le théorème de Bell est puissant, et d'éviter de tomber dans le même piège que tous ceux qui, constamment, pensent l'avoir tourné de façon triviale. Combien de manuscrits sont écrits chaque année, dans les pays du monde entier, où l'auteur propose une "explication" des corrélations non-locales en faisant intervenir une statistique plus élaborée que les autres? Suivant les cas ce sera, soit les perturbations des mesures induites par les rayons cosmiques, des fluctuations des appareils de mesure ou les fluctuations des paramètres d'impact dans les collisions, etc.. Disons le haut et fort: ces tentatives sont aussi vouées à l'échec que celles des innombrables inventeurs du mouvement perpétuel au siècle dernier - et nous certains étaient pourtant fort habiles! Que l'on nous pardonne d'insister sur ce point de façon aussi appuyée: notre espoir est d'éviter à quelques auteurs potentiels de perdre leur temps. Ainsi, si nous revenons aux images utilisées plus haut: il est impossible de concevoir des ordinateurs munis de programmes aussi compliqués que l'on pourra jamais imaginer, ou des mécanismes d'horlogerie d'une élaboration extrême, qui produisent en des endroits éloignés (donc sans pouvoir échanger d'informations ultérieures aux "mesures") des résultats en violation avec le théorème de Bell; ce n'est clairement pas l'ajout de telle ou telle perturbation subtile qui changera le problème. L'impossibilité est de nature fondamentale et ne pourrait être tournée que par l'introduction d'ordinateurs fonctionnant sur un principe complètement différent, de nature essentiellement quantique, s'ils existent un jour!

En fait, le théorème de Bell peut être vu comme un théorème de statistique qui concerne tous les domaines scientifiques où on utilise cette partie des mathématiques. Ainsi notre botaniste avait donc parfaitement raison: on imagine bien mal des molécules d'ADN qui resteraient dans des superpositions cohérentes en des endroits éloignés pendant bien longtemps - elles seraient soumises à une décohérence très rapide. La même impossibilité s'applique à tout le monde vivant, qu'ils s'agisse des haricots ou de créatures beaucoup plus complexes. La violation des inégalités est ainsi un phénomène très, très rare, en fait jusqu'à maintenant limité aux expériences dont le seul but est de la mettre en évidence!

Une généralisation intéressante où le temps remplace les paramètres de mesures a été proposée par Franson [17]. Le théorème de Bell n'est pas limité à certains états quantiques très particuliers, mais s'applique à tous les états qui ne sont pas des produits [18]. De façon générale, si le lecteur est intéressé par une vue globale des articles de J. Bell sur le sujet, il pourra se reporter à un volume de "collected

papers” publié en 1987 [19].

## 4.2 Egalités de GHZ

Tout le monde pensait que Bell avait fait le tour de la question, et que les systèmes de deux spins fournissaient les cas les plus nets des violations quantiques du réalisme local. Aussi la surprise a-t-elle été générale lorsque, en 1989, Greenberger, Horne et Zeilinger (GHZ) ont montré que, dès que l’on considère des systèmes de plus de deux particules corrélées, des violations spectaculaires du réalisme local deviennent possibles en mécanique quantique, sans mettre en jeu d’inégalités. Nous nous limiterons ici à la discussion de systèmes de trois particules, comme dans l’article initial de GHZ [20] (voir également [21]), mais des généralisations à  $N$  particules sont possibles; voir par exemple [24]. Prenons donc trois spins  $1/2$  (nous ignorons totalement les variables externes des particules en question) que nous supposons dans l’état quantique initial de la forme<sup>23</sup>:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|+, +, +\rangle - |-, -, -\rangle] \quad (7)$$

où les états sont les états propres des spins selon l’axe  $Oz$  d’un repère orthonormé  $Oxyz$ . Calculons alors quelles sont les probabilités des résultats de mesure que prédit la mécanique quantique; nous envisagerons des mesures effectuées sur les spins  $\sigma_{1,2,3}$  des trois particules, soit selon la direction  $Ox$ , soit la direction perpendiculaire  $Oy$ , et nous supposons que l’on s’intéresse à la valeur du produit de trois de ces composantes, par exemple  $\sigma_{1y} \times \sigma_{2y} \times \sigma_{3x}$ . Un calcul élémentaire (cf. appendice II) permet de montrer que:

$$\begin{aligned} P(\sigma_{1y} \times \sigma_{2y} \times \sigma_{3x} = +1) &= +1 \\ P(\sigma_{1x} \times \sigma_{2y} \times \sigma_{3y} = +1) &= +1 \\ P(\sigma_{1y} \times \sigma_{2x} \times \sigma_{3y} = +1) &= +1 \end{aligned} \quad (8)$$

En effet, le vecteur d’état choisi est simplement un vecteur propre commun aux trois produits d’opérateurs, de sorte que chacun des trois produits prend une valeur certaine<sup>24</sup>. De plus, pour trois mesures effectuées selon l’axe  $Ox$ , il vient:

$$P(\sigma_{1x} \times \sigma_{2x} \times \sigma_{3x} = -1) = 1 \quad (9)$$

---

<sup>23</sup>Cet état, qui correspond à la généralisation d’un état singulet pour deux spins, est parfois appelé un état d’entanglement maximal (ou d’imbrication maximale) pour les spins: il est la superposition cohérente de deux états où toutes les particules changent d’état individuel. On entend parfois dire qu’il suffirait de prendre un superfluide pour réaliser un état où toutes les particules seraient dans un état cohérent, et ainsi réaliser un état d’entanglement maximal. C’est inexact: il ne revient pas au même de construire un état produit d’un grand nombre de particules séparément dans la même superposition cohérente, ou un état qui n’est pas un produit puisque toutes les particules passent, d’une composante l’autre, vers un état orthogonal.

<sup>24</sup>Le fait que le produit des trois résultats soit fixé n’empêche évidemment pas chacun des résultats de fluctuer de 100%, entre les valeurs  $+1$  et  $-1$ .

(la valeur propre est cette fois  $-1$ , avec une probabilité 1 qui implique une certitude).

Etant donné la simplicité du calcul quantique, personne avant GHZ n'avait soupçonné à quel point ces résultats sont en désaccord total avec toute conception réaliste et locale du type EPR. Le raisonnement local est en fait une généralisation immédiate de celui du paragraphe 4.1.1; appelons en effet  $A_{x,y}$  les résultats que doit donner le premier spin d'un triplet pour une mesure selon, soit la direction  $Ox$ , soit la direction  $Oy$ ; les mêmes notations avec les lettres  $B$ , et  $C$  sont utilisées pour les mesures sur les deux autres spins. Des trois égalités écrites plus haut on tire:

$$\begin{aligned} A_y B_y C_x &= 1 \\ A_x B_y C_y &= 1 \\ A_y B_x C_y &= 1 \end{aligned} \tag{10}$$

d'où il découle immédiatement par produit (les carrés de tous les résultats sont toujours égaux à  $+1$ !) que:

$$A_x B_x C_x = +1 \tag{11}$$

Mais l'égalité (9) donne exactement le signe opposé pour le produit! Ici nous avons une contradiction qui peut apparaître comme encore plus nette que pour les inégalités de Bell, en tous cas en théorie (la mettre en évidence dans une expérience réelle est une autre affaire): les deux prédictions sont tout simplement opposées. Intuitivement au moins, on a l'impression d'un conflit particulièrement aigu entre mécanique quantique et réalisme local, résultant du fait qu'aucune fluctuation des résultats (plus précisément du produit des trois résultats) n'est ici mise en jeu (le ket est un état propre de toutes les mesures) ainsi que de cette opposition de 100% dans la valeur du produit.

Pour le moment, à notre connaissance l'égalité GHZ n'a pas fait l'objet de vérifications expérimentales semblables à celles des inégalités de Bell, mettant en jeu des résultats de mesure macroscopiques<sup>25</sup>; on a cependant l'impression que les progrès constants dans les techniques d'optique quantique non linéaire nous en rapprochent constamment, et que c'est peut-être maintenant une question d'années? L'avenir nous dira si c'est le cas. Pour une discussion du cas où les égalités redeviennent des inégalités (lorsque les valeurs des mesures ne sont pas 1), voir [23].

### 4.3 Impossibilités de Hardy

Récemment, un autre schéma conceptuellement du même type a été introduit par Hardy [26], schéma qui rappelle les inégalités de Bell puisqu'il ne met en jeu que deux particules. Il en est toutefois assez différent car il ne porte pas sur des taux de corrélation qui prennent des valeurs différentes, selon que l'on adopte

---

<sup>25</sup>Des analogues microscopiques ont cependant été mis en évidence dans des expériences de résonance magnétique nucléaire; voir [22].

le réalisme local ou la mécanique quantique. Ici il s'agit de types d'observations qui devraient être strictement impossibles dans le premier cadre, alors qu'elles peuvent parfaitement se produire dans le second. A l'inverse de ce que nous avons fait dans le paragraphe précédent, commençons par présenter le raisonnement réaliste local.

Comme au paragraphe 4.1.1, nous supposons que la première particule peut être soumise à deux types différents de mesure, qui sont caractérisés par les directions d'analyse  $a$  et  $a'$ , et nous appelons  $A$  et  $A'$  les résultats correspondants; de même,  $B$  et  $B'$  désignent les résultats concernant la seconde particule. Considérons maintenant les propositions suivantes (la première concerne des mesures correspondant uniquement aux directions sans prime, la seconde le cas où une seule des directions a un prime, la troisième celui où les deux directions correspondent à un prime):

(i) - pour les mesures du type  $(a, b)$ , on obtient parfois un double résultat  $+1$ ; en d'autres termes, le couple de résultats  $A = 1, B = 1$  est parfois observé.

(ii) - en revanche, pour les mesures du type ou  $(a', b)$ , on n'obtient jamais un même double résultat  $+1$ ; les couples de résultats  $A = 1, B' = 1$ , ainsi que  $A' = 1, B = 1$  n'apparaissent jamais.

(iii) - enfin, pour les mesures de type  $(a', b')$ , on n'obtient jamais un même double résultat  $A' = -1$  et  $B' = -1$ .

Dans le cadre du réalisme local, toutes les quantités introduites ont bien un sens; mais l'examen montre que ces propositions sont logiquement contradictoires. En effet, traçons un diagramme comme celui de la figure 1, où la partie supérieure signale la possibilité ouverte par la proposition (i); la proposition (ii) entraîne alors que, si  $A = +1$ , on a nécessairement  $B' = -1$ , qui justifie la première diagonale de la figure 1, la seconde découlant ensuite par symétrie. Alors, il devient clair que les mêmes événements qui correspondent à la réalisation de  $A = 1$  et  $B = 1$  satisfont nécessairement à  $A' = -1$  et  $B' = -1$ : l'impossibilité contenue dans la proposition (iii) ne peut donc être satisfaite dans certains cas, ce qui rend cette proposition incompatible avec les deux précédentes (si l'on préfère, il y a contradiction entre le "quelquefois" de la première ligne horizontale et le "jamais" de la seconde).

Figure 1

Or il se trouve que la mécanique quantique permet effectivement une réalisation simultanée des trois propositions. Considérons en effet un vecteur d'état à deux spins de la forme:

$$|\Psi\rangle = \alpha |+, -\rangle + \beta |-, +\rangle + \gamma |+, +\rangle \quad (12)$$

où la base  $|\pm, \pm\rangle$  est celle des observables  $A'$  et  $B'$  (l'axe  $Oz$  est donc la direction d'analyse pour les observables avec prime). D'emblée, l'absence de composante de  $|\Psi\rangle$  sur  $|-, -\rangle$  nous assure que la proposition (iii) est réalisée. Pour les mesures sans prime, nous supposons qu'elles sont effectuées selon une même direction du plan  $xOz$  qui fait un angle  $2\theta$  avec  $Oz$ ; ainsi le vecteur propre de l'espace des états à un spin correspondant à un résultat  $+1$  s'écrit-il simplement:

$$\cos\theta |+\rangle + \sin\theta |-\rangle \quad (13)$$

Le premier état exclu par la proposition (ii) (diagonale de la figure 1) s'écrit alors:

$$\cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta |+, -\rangle \quad (14)$$

alors que le second est:

$$\cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta |-, +\rangle \quad (15)$$

de sorte que ces conditions d'exclusion s'écrivent:

$$\alpha \sin\theta + \gamma \cos\theta = \beta \sin\theta + \gamma \cos\theta = 0 \quad (16)$$

soit, à un coefficient de proportionnalité près:

$$\alpha = \beta = -\gamma \cot\theta \quad (17)$$

Ce coefficient arbitraire peut être utilisé pour écrire  $|\Psi\rangle$  sous la forme:

$$|\Psi\rangle = -\cos\theta(|+, -\rangle + |-, +\rangle) + \sin\theta|+, +\rangle \quad (18)$$

Il ne reste maintenant plus qu'à calculer le produit scalaire de ce ket par celui où les deux spins sont dans l'état (13): pour obtenir l'expression:

$$-\sin\theta \cos^2\theta \quad (19)$$

qui, une fois divisée par la norme du ket (18), donne la probabilité du processus considéré en (iii); il est clair que cette probabilité n'est en général pas nulle, et un calcul exact montre qu'elle peut atteindre 9% (voir appendice III). Ceci démontre la réalisation possible du couple prévu dans la proposition (i): les prévisions de la mécanique quantique sont en contradiction flagrante avec les raisonnements effectués dans le cadre réaliste local.

Un aspect intéressant de la série d'assertions écrites plus haut est qu'elle est généralisable à un nombre arbitraire de types de mesures [27]; il se trouve que ceci permet d'augmenter le pourcentage d'événements "impossibles" (dans le cadre du réalisme local) prédits par la mécanique quantique - de 9% à près de 50%! Maintenons inchangées les deux premières et enchaînons la seconde de façon récurrente en supposant maintenant que:

(iii) pour les mesures du type  $(a', b'')$  ou  $(a'', b')$ , on n'obtient jamais un résultat opposé<sup>26</sup>.

(iv) de même, pour les mesures du type  $(a'', b''')$  ou  $(a''', b'')$ , on n'obtient jamais un résultat opposé.

etc..

(n) enfin, pour les mesures de type  $(a^n, b^n)$ , on n'obtient jamais  $-1$  et  $+1$ . La démonstration de l'incompatibilité est très semblable; elle est résumée sur la figure 2.

---

<sup>26</sup>Il suffit en fait pour le raisonnement de ne jamais obtenir le couple  $-1, +1$ .

Figure 2

Les conclusions fondamentales à tirer de ces contradictions sont clairement les mêmes que pour le théorème de Bell: en mécanique quantique, il n'est pas correct de raisonner à la fois sur toutes les quantités qui ont été écrites, même comme des quantités inconnues qu'une expérience future pourrait déterminer. La raison en est simplement qu'il est évidemment impossible sur une paire de spins donnée d'effectuer toutes les mesures envisagées, qui sont incompatibles. C'est une illustration supplémentaire de la façon dont localité et réalisme sont en contradiction avec la mécanique quantique. Pour une discussion générale des effets de non-localité avec d'autres états, voir [28].

## 5 Où en sommes nous?

Selon leur point de vue et leurs préférences, certains en concluent avec satisfaction “Bohr avait raison”! D'autres, tout aussi convaincus, annonceront triomphants que “Bohr avait tort”! Ni les uns ni les autres ne sont complètement dans l'erreur<sup>27</sup>. Le premier point de vue découle tout naturellement de la constatation évidente que, pour le moment du moins, rien n'est venu apporter la moindre contradiction expérimentale à la théorie quantique orthodoxe; c'est vrai même dans des situations compliquées de corrélations entre spins auxquelles personne n'avait pensé à l'époque de Bohr. Nous l'avons déjà noté plus haut, c'est assurément un

---

<sup>27</sup>Il va sans dire que l'objet de la discussion n'est pas de défendre ou d'attaquer tel ou tel grand physicien, en particulier N. Bohr; son nom est pris ici de façon symbolique, comme celui du “pape” de l'interprétation de Copenhague de la mécanique quantique, mais on pourrait le remplacer par d'autres, comme par exemple celui de W. Heisenberg.

triomphe qui illustre la puissance de la pensée abstraite des physiciens de cette école. Mais d'autres feront remarquer, avec justesse également, que Bohr semble ne pas avoir vraiment réalisé l'impact de sa position, et que la frontière qu'il voulait établir entre macroscopique et microscopique n'est pas si facile à maintenir. En effet si, par principe, on peut accepter de renoncer à utiliser des images valides dans le monde macroscopique pour "expliquer" le monde macroscopique, on s'aperçoit que l'on ne peut pas s'abriter si facilement devant ces énormes différences d'ordres de grandeur: c'est la mécanique quantique elle-même qui conduit à des résultats paradoxaux au niveau macroscopique (résultats observés en violation avec la localité), et c'est donc elle qui remet en question cette distinction commode. En fait, c'est non seulement cette frontière qui est en cause, mais également la notion d'espace-temps; nous sommes forcés de "mettre un petit bémol" sur nos vues sur certains acquis relativistes fondamentaux, comme la causalité ou la notion d'événement; on aurait pu les croire universelles, mais il est clair que l'opération de mesure quantique n'est pas un événement bien défini au sens relativiste. Mais ne tombons pas dans l'excès inverse: dire que la théorie de la relativité en sort profondément ébranlée serait un non-sens; mais les résultats qui émergent de la confrontation avec les inégalités de Bell ne vont assurément pas dans le même sens sur le plan conceptuel. Pour finir, est ce si étonnant? Que relativité et mécanique quantique ne fassent pas toujours très bon ménage dans la physique contemporaine est bien connu: la quantification de la gravitation est toujours un problème ouvert.

De toutes façons, et nous l'avons déjà remarqué dans l'introduction, l'interprétation de Copenhague au sens strict a perdu sa situation de quasi monopole dans l'esprit des physiciens, qui prennent maintenant nettement plus au sérieux des points de vue différents; nous en passerons quelques uns en revue au paragraphe 5.5.

## 5.1 Les failles

Aucune expérience de physique n'est parfaite, et celles qui ont tranché en faveur de la mécanique quantique n'échappent pas à la règle. Les toutes premières étaient déjà fort convaincantes [29][30], celles de la deuxième génération encore plus [31], et depuis elles n'ont cessé d'être améliorées (les références sont trop nombreuses pour être données ici). Mais il est vrai qu'en toute rigueur - et peut-être avec une pointe de mauvaise foi- on peut toujours dire que "rien n'est prouvé". Pourquoi cela? La raison principale est que, dans tous les schémas expérimentaux, il est impossible d'affirmer que toutes les paires de particules émises sont mesurées, la très grande majorité échappant tout simplement à la détection. Par exemple, dans le cas des paires de photons émis en cascade, les particules partent dans toutes les directions de l'espace alors que les photomultiplicateurs ne couvrent qu'un angle solide très limité; de plus, leur rendement quantique est faible. En fait, il faut bien voir que l'immense majorité des paires émises ne sont jamais détectées! Dans les expériences plus récentes où les photons sont émis par conversion paramétrique,

la corrélation entre leurs directions d'émission permet d'augmenter la proportion de détections, mais elle reste relativement faible.

Supposons alors que le rôle d'un analyseur soit en fait de sélectionner, parmi toutes les paires de photons dont au moins un l'atteint, une très petite proportion de paires appartenant à une sous-classe bien définie; dès qu'on tourne un peu l'analyseur, c'est une autre sous-classe, peut-être complètement disjointe, qui sera sélectionnée, etc.. En attribuant des propriétés adéquates à chacune de ces sous-classes, il est à peu près évident qu'on peut aisément reproduire n'importe quel type de corrélation entre les mesures, y compris des corrélations qui reproduisent celles de la mécanique quantique<sup>28</sup>. Comment donc avons nous échappé à l'universalité du théorème de Bell? Tout simplement en acceptant l'idée que les échantillons sont biaisés par chaque type de mesure: à chaque fois que l'on tourne un des analyseurs, on détecte des ensembles de particules qui n'ont rien à voir entre eux, de sorte que tout le raisonnement habituel s'effondre. Effectivement, le théorème de Bell suppose que toutes les particules sont détectées, ou du moins que l'échantillon détecté n'est pas biaisé par un phénomène physique mystérieux dont la nature serait pour le moment inconnue<sup>29</sup>. Si cependant un tel phénomène existait, on pourrait imaginer une "conspiration des polariseurs"<sup>30</sup> où ces derniers s'entendraient pour tromper les physiciens et faire semblant de donner des résultats en accord avec la mécanique quantique!

Il faut bien garder à l'esprit que cette possibilité, si elle est parfaitement saine sur le plan de la logique pure, est complètement "ad hoc": il n'y a aucune indication, même parcellaire, qu'elle soit réalisée. Elle est traditionnellement qualifiée d'échappatoire (loophole en anglais), ce qui indique bien son caractère artificiel, dernière issue logique de ceux qui désirent réfuter coûte que coûte les résultats des expériences; mais la possibilité existe et aucun argument autre que de plausibilité n'a été avancé pour la fermer. Il est donc correct de dire que, dans toutes les expériences réalisées jusqu'à maintenant, l'interprétation des résultats met en jeu des hypothèses sur le fonctionnement des analyseurs de polarisation qui restent non démontrées; il n'est donc pas absolument exclu que la mécanique quantique soit violée un jour dans une expérience où presque toutes

---

<sup>28</sup>Mathématiquement, si la distribution de probabilité des variables  $\lambda$  (souvent notée  $\rho$ ) dépend, soit de  $a$ , soit de  $b$ , soit des deux, on peut obtenir n'importe quelle fonction de  $a$  et  $b$ .

<sup>29</sup>Pour éliminer cette possibilité Bell, dans certains de ses exposés, imaginait des sortes "détecteurs avancés" en forme de guide cylindrique, insensibles à la polarisation des particules, mais détectant leur passage; leur rôle était de prédire avec certitude que les véritables appareils de mesure, placés plus loin, et sensibles à la polarisation, allaient donner un résultat; c'est une autre façon de préciser l'ensemble sur lequel les statistiques sont effectuées, sans que nécessairement toutes les paires émises soient détectées (on parle aussi parfois dans ce cadre de "event ready detectors"). Voir également la référence [32] où Bell imagine une combinaison de détecteurs "veto" et d'un détecteur "go" recevant le premier photon d'une cascade ternaire, avec le même souci de meilleure sélection des échantillons de paires détectés.

<sup>30</sup>C'est un terme consacré par l'usage!