

Mathématiques pour physiciens : Tutorat n°2

Fonctions analytiques et variables complexes

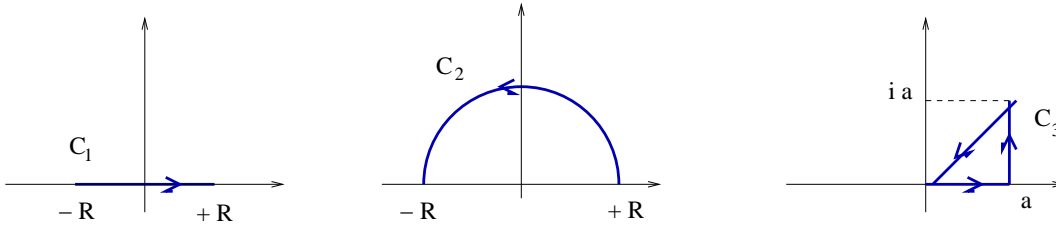
Guilhem SEMERJIAN & Francesco ZAMPONI

1. Identifier les zéros, les pôles et les autres singularités des fonctions suivantes :

(a) $\tan z$ (b) $\tan(1/z)$ (c) $\exp(1/z)$ (d) $z^{1/3}$. (e) $[(z-2)/z^2] \sin[1/(1-z)]$

2. En effectuant une paramétrisation adéquate, calculer les intégrales suivantes (voir Figure ci-dessous) :

$$I_1 = \int_{C_1} dz |z| z^2 \quad I_2 = \int_{C_2} dz |z| z^2 \quad I_3 = \int_{C_3} dz (|z|^2 + az) .$$



3. Calculer les intégrales

$$\int_{\gamma} f(z) dz$$

dans les cas suivants :

- (a) $f(z) = 1$ et $\gamma = [0, 1]$ et $\gamma = i[0, 1]$.
- (b) $f(z) = z^k$, $k \in \mathbb{N}$, γ étant le carré de sommets $0, 1, 1 + i, i$, parcouru dans le sens trigonométrique.
- (c) $f(z) = z^k$, $k \in \mathbb{N}$, γ étant le segment reliant 0 et $1 + i$ (i.e. la diagonale du carré précédent).
- (d) γ est un cercle centré sur l'origine et de rayon R , orienté dans le sens trigonométrique, avec :
 - i. $f(z) = z$.
 - ii. $f(z) = 1/z$.
 - iii. $f(z) = 1/z^n$, où $n \in \mathbb{Z}$.
 - iv. $f(z) = \bar{z}$.