THÈSE de DOCTORAT de l’UNIVERSITÉ PARIS 6
Spécialité : Physique Quantique
présentée par
Cédric ROUX
pour obtenir le grade de DOCTEUR de l’UNIVERSITÉ PARIS 6

Condensation de Bose-Einstein
sur une puce à atomes supraconductrice

Soutenue le 9 juillet 2008
devant le jury composé de :

M. Michel BRUNE ................. Directeur de thèse
M. Jean-Jacques GREFFET ...... Rapporteur
M. Bernard PLAÇAIS ............ Examinateur
M. Jakob REICHEL .............. Examinateur
M. Chris WESTBROOK .......... Rapporteur
M. Gilles NOGUES .............. Membre invité
M. Bruno DESRUELLE .......... Membre invité
# Table des matières

Liste des figures v

Principales notations utilisées ix

Introduction 1

Chapitre 1 - Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice 9
  1.1 Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique 11
  1.2 Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur 28

Chapitre 2 - Dispositif expérimental 43
  2.1 Le système optique 46
  2.2 Une source externe d’atomes : le piège magnéto-optique 2D 51
  2.3 Le cryostat 55
  2.4 La zone expérimentale cryogénique 59
  2.5 Piège magnéto-optique cryogénique 65
  2.6 La puce à atomes 70

Chapitre 3 - Piégeage magnétique 75
  3.1 Le système d’imagerie 77
  3.2 Piège magnéto-optique sur puce 83
  3.3 Mélasse et pompage optiques 87
  3.4 Piégeage magnétique 97

Chapitre 4 - Condensation de Bose-Einstein 103
  4.1 Évaporation radio-fréquence : principe et réalisation 105
  4.2 Optimisation de l’évaporation 108
  4.3 Caractérisation du condensat de Bose-Einstein 116

Conclusion 123

Annexes 125

Bibliographie 149
### Liste des figures

**Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Figure</th>
<th>Description</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1.1</td>
<td>Les différentes longueurs caractéristiques du système.</td>
</tr>
<tr>
<td>1.2</td>
<td>Les deux contributions au tenseur de Green total.</td>
</tr>
<tr>
<td>1.3</td>
<td>Les différentes grandeurs qui interviennent dans la décomposition de Weyl.</td>
</tr>
<tr>
<td>1.4</td>
<td>Illustration des trois limites asymptotiques de l’équation (1.9).</td>
</tr>
<tr>
<td>1.5</td>
<td>Temps de vie au voisinage des différentes surfaces après soustraction des pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel. Source : [1].</td>
</tr>
<tr>
<td>1.6</td>
<td>Temps de vie en fonction de la distance à la puce en face d’un diélectrique et d’un métal. Source : [2].</td>
</tr>
<tr>
<td>1.7</td>
<td>Temps de vie d’un atome dans un piège magnétique près d’une couche épaisse supraconductrice en fonction de la température. Source : [3].</td>
</tr>
<tr>
<td>1.8</td>
<td>Dépendance en température de la partie réelle et imaginaire de la conductivité. Source : [4].</td>
</tr>
<tr>
<td>1.9</td>
<td>Temps de vie d’un atome piégé au voisinage d’une surface supraconductrice en fonction de la température et de la distance à la puce. Source : [4].</td>
</tr>
<tr>
<td>1.10</td>
<td>Diagramme de phase d’un supraconducteur de type II.</td>
</tr>
<tr>
<td>1.11</td>
<td>Géométrie du problème étudié.</td>
</tr>
<tr>
<td>1.12</td>
<td>Condition limite pour un vortex en présence de rugosité.</td>
</tr>
<tr>
<td>1.13</td>
<td>Ansatz pour le champ électromagnétique.</td>
</tr>
<tr>
<td>1.15</td>
<td>Temps de vie en fonction de la distance pour les trois modèles de supraconductivité.</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Dispositif expérimental**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Figure</th>
<th>Description</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>2.1</td>
<td>Schéma d’ensemble de l’expérience</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2</td>
<td>Niveaux d’énergie de l’atome de $^{87}$Rb</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3</td>
<td>Schéma de la préparation d’un faisceau laser</td>
</tr>
<tr>
<td>2.4</td>
<td>Spectre d’absorption saturée du $^{87}$Rb</td>
</tr>
<tr>
<td>2.5</td>
<td>Optimisation de la polarisation d’un laser à l’entrée d’une fibre optique.</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6</td>
<td>Schéma de la source atomique</td>
</tr>
<tr>
<td>2.7</td>
<td>Schéma de la préparation des lasers pour le PMO2D</td>
</tr>
<tr>
<td>2.8</td>
<td>Observation du jet atomique par fluorescence.</td>
</tr>
<tr>
<td>2.9</td>
<td>Stabilité du jet atomique sur 8 minutes.</td>
</tr>
<tr>
<td>2.10</td>
<td>Vue d’ensemble du cryostat</td>
</tr>
<tr>
<td>2.11</td>
<td>Montage des hublots cryogéniques.</td>
</tr>
<tr>
<td>2.12</td>
<td>Principe du plomb pour lutter contre les courants de Foucault</td>
</tr>
<tr>
<td>2.13</td>
<td>Les différents types de fils à l’intérieur du cryostat</td>
</tr>
<tr>
<td>2.14</td>
<td>Thermalisation des fils d’alimentation des bobines</td>
</tr>
<tr>
<td>2.15</td>
<td>Photographie du coeur de l’expérience</td>
</tr>
<tr>
<td>2.16</td>
<td>Zone expérimentale : modélisation 3D et photos</td>
</tr>
<tr>
<td>2.17</td>
<td>Calibration des bobines</td>
</tr>
<tr>
<td>2.18</td>
<td>Principe du piège magnéto-optique miroir</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Liste des figures

2.19 Variante du piège magnéto-optique miroir ........................................ 66
2.20 Carte du champ magnétique quadrupolaire du piège magnéto-optique miroir ... 67
2.21 Préparation des faisceaux lasers pour le piège magnéto-optique miroir ........ 68
2.22 Temps de vie du piège magnéto-optique quadrupolaire. .......................... 69
2.23 Guide magnétique dimensionnel .......................................................... 70
2.24 Configurations en U et en Z ................................................................. 71
2.25 Schéma des fils de la puce à atomes ..................................................... 72

Piégeage magnétique .......................................................... 75
3.1 Schéma des deux trajets d’imagerie par absorption .............................. 78
3.2 Absorption de côté ............................................................................. 79
3.3 Exemple d’image obtenue par absorption de côté .................................. 81
3.4 Exemple de mesure de la température du nuage atomique par temps de vol .. 82
3.5 Séquence temporelle de transfert du PMO quadrupolaire au PMO en U .... 84
3.6 Choix de $B_z$ pour la compression du U-MOT : séquence temporelle ........ 86
3.7 Séquence temporelle de compression du piège magnéto-optique en U ....... 87
3.8 Effet Hanle en polarisation $\sigma^+$. ..................................................... 89
3.9 Effet Hanle en polarisation $\pi$. .......................................................... 90
3.10 Mesure des champs magnétiques résiduels dans les trois directions par effet Hanle. 92
3.11 Chronogramme de la séquence de mélasse optique. ............................. 93
3.12 Configurations laser et magnétique pour le pompage optique. .......... 95
3.13 Chronogramme des étapes de mélasse et de pompage optique jusqu’à l’allumage du piège magnétique. .................................................. 96
3.14 Niveaux électroniques en jeu pour le pompage optique Zeeman. ........... 97
3.15 Séquence temporelle de compression et décompression du piège magnétique. 99
3.16 Temps de vie dans le tight trap pour deux champs $B_z$ différents .......... 100
3.17 Caractérisation du bruit technique radio-fréquence. ............................ 101

Condensation de Bose-Einstein .................................................. 103
4.1 Distribution spatiale de la densité optique du nuage pour trois températures, et photographie de la puce. ........................................ 103
4.2 Principe de l’évaporation radio-fréquence. .......................................... 105
4.3 Fil Z utilisé comme source de radio-fréquence. .................................... 107
4.4 Séquence temporelle de spectroscopie radio-fréquence avant le premier tronçon d’évaporation. .................................................... 108
4.5 Illustration des niveaux énergétiques et de la spectroscopie radio-fréquence. 109
4.6 Spectroscopie radio-fréquence du tight trap avant le premier tronçon d’évaporation. 110
4.7 Procédure d’optimisation de la durée du premier tronçon d’évaporation radio-fréquence. .................................................... 111
4.8 Optimisation de la durée du premier tronçon d’évaporation. .................. 112
4.9 Densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes. .......... 112
4.10 Taux de collisions élastiques en fonction de la durée du premier tronçon d’évaporation. .................................................... 113
4.11 Séquence de spectroscopie réalisée pour la détermination de la fréquence finale du deuxième tronçon. ........................................... 114
4.12 Optimisation de la durée des tronçons 2 à 7 pour l’évaporation ............ 115
4.13 Séquence temporelle d’évaporation : fréquence et densité dans l’espace des phases. 116
4.14 Coupes horizontales de l’image d’absorption de face après 17 ms de temps de vol. 118
4.15 Fraction condensée en fonction de la température. 120
4.16 Temps de vol du condensat de Bose-Einstein. 120
4.17 Inversion d’ellipticité du condensat au cours du temps de vol. 121
A.1 Préparation du laser maître et du repompeur. 127
A.2 Mesure de la fréquence transverse du piège magnétique par chauffage paramétrique. 130
A.3 Mesure de la fréquence transverse du piège magnétique. 131
A.4 Séquence expérimentale complète. 146
A.5 Séquence expérimentale complète (suite). 147
Liste des figures
Principales notations utilisées

Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

<table>
<thead>
<tr>
<th>Notation</th>
<th>Définition</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$\alpha, \beta$</td>
<td>Paramètres de l’énergie libre $F$ de Ginzburg-Landau.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\beta_V$</td>
<td>Coefficient de friction mutuelle.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\chi$</td>
<td>Susceptibilité linéaire liant le champ électrique et la polarisation.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\delta, \sigma$</td>
<td>Épaisseur de peau et conductivité du métal normal.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\delta_f, \sigma_f$</td>
<td>Épaisseur de peau et conductivité flux-flow.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\varepsilon$</td>
<td>Variable conjuguée de $B_0$. $\varphi_0\varepsilon$ est l’énergie de ligne du vortex.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\varepsilon_{ijk}$</td>
<td>Symboles de Levi-Civita.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\Gamma_{i \rightarrow f}$</td>
<td>Taux de transition entre les sous-niveaux Zeeman $</td>
</tr>
<tr>
<td>$\overrightarrow{G}$</td>
<td>Tenseur de Green de la théorie de Maxwell de l’électromagnétisme.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\overrightarrow{G}^{(vide)}$</td>
<td>Tenseur de Green dans le vide, en l’absence de surface.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\kappa$</td>
<td>Paramètre de Ginzburg-Landau. Si $\kappa &gt; 1/\sqrt{2}$, le supraconducteur est de type-II.</td>
</tr>
<tr>
<td>$</td>
<td>i, f\rangle$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\lambda_L$</td>
<td>Longueur de London.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\lambda_V$</td>
<td>Profondeur de cicatrisation des distortions du réseau de vortex en surface.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\mu_B$</td>
<td>Magnétон de Bohr.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\nu$</td>
<td>Angle entre la ligne de vortex et la normale à la surface.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\overrightarrow{U}$</td>
<td>Tenseur dyadique unitaire.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\sigma_S$</td>
<td>Conductivité locale équivalente, obtenue à l’aide de l’impédance de surface $Z_S$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\tau$</td>
<td>Temps de vie du nuage piégé.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\tau^{(vide)}$</td>
<td>Temps de vie du nuage atomique dans le vide, en l’absence de surface.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\varphi_0$</td>
<td>Quantum de flux magnétique, $\varphi_0 = h/2e$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\overrightarrow{E}$</td>
<td>Champ de force associé au courant $\overrightarrow{J}_s + \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\overrightarrow{f}$</td>
<td>Opérateur bosonique servant à la quantification du champ électromagnétique.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\overrightarrow{j_n, j_s}$</td>
<td>Densités volumiques microscopiques de courants dissipatif, non dissipatif.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\overrightarrow{P, P_N}$</td>
<td>Vecteur polarisation de la matière, et sa partie fluctuante.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\hat{\xi}_z (t)$</td>
<td>Opérateur atomique $\hat{\xi}_z = (</td>
</tr>
<tr>
<td>$\hat{S}_q$</td>
<td>$q^{ème}$ composante de l’opérateur spin électronique.</td>
</tr>
</tbody>
</table>
**Principales notations utilisées**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Notation</th>
<th>Définition</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$a_0$</td>
<td>Distance inter-vortex.</td>
</tr>
<tr>
<td>$B_0$</td>
<td>Champ de vorticité $= n_V \varphi_0 \vec{v}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$d, h$</td>
<td>Distance à la puce, épaisseur de l’échantillon.</td>
</tr>
<tr>
<td>$g_S$</td>
<td>Facteur de Landé de l’électron.</td>
</tr>
<tr>
<td>$L_S$</td>
<td>Intermédiaire de calcul homogène à une longueur.</td>
</tr>
<tr>
<td>$L_y$</td>
<td>Largeur de l’échantillon supraconducteur (40 µm).</td>
</tr>
<tr>
<td>$n_V$</td>
<td>Densité surfacique de vortex.</td>
</tr>
<tr>
<td>$n_{th}$</td>
<td>Nombre moyen de photons thermiques à la fréquence $\omega$ et à la température $T$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$T_c$</td>
<td>Température critique du supraconducteur.</td>
</tr>
<tr>
<td>$u$</td>
<td>Déplacement d’un vortex en surface.</td>
</tr>
<tr>
<td>$v_L$</td>
<td>Vitesse de ligne.</td>
</tr>
<tr>
<td>$Z_S$</td>
<td>Impédance de surface dans la théorie à deux modes.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\Gamma$</td>
<td>Largeur naturelle de la raie $D_2$ du $^{87}$Rb.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\lambda$</td>
<td>Longueur d’onde de la transition $D_2$ du $^{87}$Rb.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\rho_N$</td>
<td>Résistivité de l’état normal.</td>
</tr>
<tr>
<td>$g_F$</td>
<td>Facteurs de Landé du niveau hyperfin $F$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$I_{Q}$</td>
<td>Courant dans la bobine quadrupolaire.</td>
</tr>
<tr>
<td>$I_U$</td>
<td>Courant dans le fil en forme de U.</td>
</tr>
<tr>
<td>RRR</td>
<td>Residual Resistivity Ratio $= \rho_N(ambiance)/\rho_N(froid)$.</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Dispositif expérimental**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Notation</th>
<th>Définition</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$\Delta_i$</td>
<td>Largeur quadratique moyenne dans la direction $i$ d’un nuage thermique.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\gamma_{col}$</td>
<td>Taux de collisions élastiques.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\lambda_{dB}$</td>
<td>Longueur d’onde de De Broglie.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\omega_\parallel$</td>
<td>Fréquence de piégeage longitudinale, dans la direction $x$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\omega_\perp$</td>
<td>Fréquence de piégeage transverse, dans les directions $y$ et $z$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\bar{\omega}$</td>
<td>Moyenne géométrique des fréquences de piégeage.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\rho$</td>
<td>Densité dans l’espace des phases.</td>
</tr>
<tr>
<td>$\sigma(\delta)$</td>
<td>Section efficace de diffusion en ondes $s$ pour un désaccord $\delta$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$I_Z$</td>
<td>Courant dans le fil $Z$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$k_B$</td>
<td>Constante de Boltzmann.</td>
</tr>
<tr>
<td>$m$</td>
<td>Masse d’un atome de $^{87}$Rb.</td>
</tr>
</tbody>
</table>
\begin{itemize}
\item \textbf{$n(0)$} Densité atomique au centre du piège magnétique.
\item \textbf{$v_T$} Vitesse quadratique moyenne thermique du nuage de température $T$.
\end{itemize}

\textbf{Condensation de Bose-Einstein}

\begin{itemize}
\item \textbf{$\eta$} Énergie de troncature radio-fréquence divisée par $k_B T$.
\item \textbf{$\mu$} Potentiel chimique du condensat de Bose-Einstein.
\item \textbf{$a$} Longueur de diffusion en ondes s du $^{87}$Rb.
\end{itemize}
Principales notations utilisées
Introduction

Puces à atomes – contexte

• Bref historique
En 1995, les équipes de E.A. Cornell, C.E. Wieman et W. Ketterle ([5],[6]) réussirent pour la première fois à refroidir un gaz d’atomes alcalins jusqu’à la dégénérescence quantique. La condensation de Bose-Einstein, prédite en 1924 par A. Einstein grâce à une extension des travaux du physicien indien S.N. Bose [7], passait alors de rêve de théoricien à réalité tangible, répondant presque 70 ans plus tard à la fameuse question d’Einstein : « c’est une belle théorie, mais contient-elle une part de réalité ? »
L’observation de la condensation de Bose-Einstein du gaz d’alcalins n’était cependant pas acquise. On aurait pu en effet penser que la présence d’une surface à température ambiante à une distance inférieure à 100 µm aurait pu perturber le nuage atomique à quelques centaines de nano-Kelvins. Heureusement, les condensats sont des objets plus robustes qu’il n’y paraît, et n’absorbent le rayonnement que pour certaines fréquences discrètes, pour lesquelles la densité spectrale de bruit magnétique rayonnée par la surface n’est pas un problème... ...à condition de rester « loin » de la surface. Les premiers condensats sur puce furent ainsi observés en 2001 dans l’équipe de C. Zimmermann [18] et dans celle de J. Reichel [19], pour une distance atomes-surface de respectivement 270 µm et 70 µm.

• Divers couplages des atomes
L’étape suivante consista naturellement en l’étude des interactions entre le nuage d’atomes froids et la surface ou divers objets intégrés sur la surface. Nous pouvons citer quatre grands axes de recherche :
Interactions avec des fluctuations spatiales des courants de piégeage : fragmentation

En 2002-2004, tous les groupes travaillant avec des puces à atomes ont fait le même constat : lorsque le nuage atomique est approché à quelques dizaines de microns du fil de piégeage, on observe la fragmentation du condensat en plusieurs petits condensats. Ce sujet a fait l’objet de nombreuses publications [20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27], tant expérimentales que théoriques. La fragmentation pouvait avoir deux origines : soit il s’agissait d’un effet de surface, soit d’un effet de fluctuations spatiales des courants de piégeage.

Le groupe de C. Westbrook et A. Aspect a définitivement prouvé, dans [28, 29], que la fragmentation du nuage est due aux fluctuations spatiales des courants de piégeage. La rugosité des bords des fils engendre des fluctuations dans la trajectoire du courant de piégeage. À certains endroits, le courant de piégeage n’est plus parallèle à l’axe du fil, mais possède une composante perpendiculaire à cet axe. Le champ magnétique créé par ces composantes est à l’origine de la formation de micro-pièges magnétiques, et donc de la fragmentation du nuage atomique.

Une solution pour supprimer la rugosité du potentiel de piégeage est apportée par le groupe de C. Westbrook et A. Aspect en 2007 [30]. En modulant le courant du fil de piégeage à une fréquence de quelques dizaines de kHz, la rugosité du potentiel, proportionnelle au courant dans le fil, est moyennée à zéro.

Interactions avec des atomes adsorbés sur la surface : patch-effect

L’accumulation d’atomes adsorbés sur la puce au cours des expériences successives peut avoir un effet sur les atomes du piège. L’électronégativité différente des atomes adsorbés vis-à-vis de celle du substrat engendre une redistribution des charges entre les deux espèces, ce qui crée un champ électrique $E$ au voisinage de la surface. Les atomes piégés à des distances inférieures à $50 \mu$m peuvent ressentir un potentiel attractif de la forme $U(r) = -(\alpha/2)E^2(r)$ où $\alpha$ est la polarisabilité à fréquence nulle dans l’état fondamental de l’atome ($\alpha = 79 \text{ mHz}/(V/cm)^2$ pour le $^{87}\text{Rb}$). À des distances inférieures à $10 \mu$m, ce potentiel peut devenir du même ordre de grandeur que le potentiel de piégeage magnétique. Le groupe d’E. Cornell [31] a mesuré de manière très complète les potentiels ainsi créés par des atomes de $^{87}\text{Rb}$ adsorbés sur du silicium, du titane ou encore du verre BK7.

Ce phénomène peut se révéler très intéressant s’il est contrôlé. Une répartition de charges judicieusement déposées sur la surface permet de créer des barrières dont la hauteur peut être rapidement variée en modifiant un champ électrique homogène [31]. L’extrême sensibilité des atomes froids aux champs électriques [32] ou magnétiques [27] a été utilisée, notamment dans l’équipe de J. Schmiedmayer, pour détecter des champs avec une précision inégalée : la résolution spatiale annoncée est $3 \mu$m et la résolution en champ magnétique vaut 300 pT. En comparaison, les microscopes à force magnétique permettent le diagnostic de structures magnétiques avec une résolution spatiale de l’ordre de quelques nm, mais une résolution en champ beaucoup plus faible [33]. Les SQUID [34] et les magnétomètres atomiques [35] permettent des mesures plus sensibles (respectivement 100 pT et 1 fT), mais avec une résolution spatiale beaucoup plus mauvaise (respectivement $10 \mu$m et $300 \mu$m).

Interactions avec des photons dans une cavité optique

Depuis une vingtaine d’année, le domaine de l’électrodynamique quantique en cavité est devenu l’une des clés pour mieux comprendre la physique quantique. L’idée de base est l’amplification de l’interaction entre matière et rayonnement obtenue en confinant les photons dans une cavité formée par deux miroirs opposés. Des expériences de mesure quantique non-destructive (QND) de l’état de la cavité ont été récemment réalisées dans notre groupe, en observant l’interaction dispersive entre un atome et une cavité supraconductrice micro-
onde [36, 37]. Une voie complémentaire est l’utilisation non plus d’un atome unique pour sonder l’état de la cavité, mais d’un condensat de Bose-Einstein. En multipliant le nombre d’atomes, on rend l’interaction entre matière et rayonnement encore plus forte. Le couplage entre un condensat de Bose-Einstein et une cavité optique a été observé dans le groupe de T. Esslinger [38] dans une expérience d’atomes froids standard (pas sur puce), et dans le groupe de J. Reichel [39] à l’aide d’une cavité optique intégrée à la puce à atomes. Cette cavité est constituée de deux miroirs déposés sur les extrémités de deux fibres optiques montées face à face. Les fibres sont modelées au préalable par un laser de puissance pour produire des surfaces concaves et très lisses. La cavité a une taille de 39 µm seulement, et le nuage condensé ou non interagit avec les photons de la cavité à une distance de 150 µm de la surface de la puce. Le régime « de couplage fort » est atteint dans ce système, c’est-à-dire que le couplage cohérent entre atomes et lumière est plus grand que tous les taux de décohérence du système.

Une autre expérience intéressante est en préparation dans le groupe de C. Westbrook. Il s’agit d’intégrer sur la puce un composant issu de la physique des solides : une cavité semiconductrice. Les miroirs sont des miroirs de Bragg, et une tranchée de quelques microns d’épaisseur dans le guide d’ondes permettra de coupler efficacement un condensat de Bose-Einstein au mode de la cavité. Ce mode est très petit, et le couplage peut donc être très important. Il est en outre prévu d’intégrer d’autres composants semiconducteurs sur la surface, comme par exemple un laser.

### Interactions avec le bruit thermique de champ proche

Si le rayonnement de champ proche de la surface métallique n’empêche pas l’obtention de la condensation de Bose-Einstein à quelques centaines de microns de la surface, son effet sur le nuage piégé devient très important à une distance atomes-surface de quelques microns. Le temps de vie de l’échantillon atomique diminue quand on s’approche du fil métallique de piégeage [40]. De nombreux articles théoriques décrivent ce phénomène [41, 42, 43, 44] en terme de transitions Zeeman stimulées par le rayonnement thermique de champ proche de la surface ; ce dernier peut être relié grâce au théorème fluctuation-dissipation à la conductivité électrique du métal.

En face d’un diélectrique, la situation est assez différente : cette source de pertes atomiques n’est plus prédominante, et le temps de vie reste long (supérieur à quelques secondes) jusqu’à une distance d’environ 3 µm [2]. En revanche, lorsque la distance entre le centre du nuage et la surface est inférieure à 3 µm, le temps de vie chute très rapidement, et atteint par exemple la valeur de 100 ms pour une distance d’1 µm à la surface. Ces mesures permettent d’évaluer très précisément le potentiel attractif de Casimir-Polder, analogue de la force dispersive quantique de Casimir entre deux plaques métalliques, mais ici dans le cas d’un atome en face d’un diélectrique.

Toutes ces expériences sont très intéressantes d’un point de vue fondamental, mais soulèvent un problème important en vue d’éventuelles applications des puces à atomes. L’un des avantages des micropièges magnétiques réside dans le grand confinement que ceux-ci permettent d’obtenir. Or, ce confinement est d’autant meilleur que les atomes sont au voisinage du fil de piégeage. La faible valeur du temps de vie d’un nuage à proximité d’une surface métallique met donc un sérieux frein aux applications des puces à atomes qui reposent sur les grandes fréquences de piégeage, comme par exemple l’intrication massive d’atomes neutres via des collisions froides contrôlées, proposée en 1999 dans le groupe de P. Zoller [45]. Les meilleurs temps de vie observés au voisinage de surfaces diélectriques ne changent rien au problème, car il faut vraiment être proche des sources du champ, c’est-à-dire des fils métalliques, pour profiter du grand confinement offert par les puces à atomes.
Une puce à atomes supraconductrice – motivations

→ Couplage état fondamental - objet supraconducteur
Toutes les expériences que nous avons décrites précédemment montrent que la proximité de la surface offre un moyen assez simple de coupler le nuage atomique à divers objets. Piéger des atomes froids au voisinage d’une puce à atome supraconductrice permettrait d’étudier l’interaction d’atomes froids avec tous les objets de la physique des supraconducteurs.

On peut par exemple imaginer des schémas de couplage d’un condensat de Bose-Einstein à une boucle supraconductrice, de type DC-SQUID [46]. Dans l’article [47], M. Singh fait une proposition théorique, dans laquelle une boucle supraconductrice est située sur la puce, quelques microns au-dessus du fil de piégeage. Un champ magnétique homogène permet de placer cette boucle dans une superposition quantique d’états de flux magnétique distincts. Les deux états diffèrent par le sens du courant permanent qui circule dans la boucle. Si le couplage magnétostatique entre le condensat et la boucle augmente de façon adiabatique, les atomes du condensat vont suivre la perturbation du potentiel de piégeage causée par le courant permanent dans la boucle. Comme le courant permanent est dans une superposition d’état, on peut ainsi obtenir une intrication macroscopique entre l’état du condensat et l’état du courant permanent dans la boucle supraconductrice.

Même sans rajouter de dispositif sur la puce, le nuage peut se coupler aux fluctuations thermiques de champ proche rayonnées par la surface. Nous avons déjà mentionné que cet effet réduit le temps de vie des atomes piégés au voisinage d’une surface métallique quand la distance du nuage à la surface devient proche du micron. Qu’en est-il si la surface est supraconductrice ? À 4,2 K, le nombre de photons thermiques qui peuvent stimuler une transition Zeeman d’un état piégeant à un état anti-piégeant est beaucoup plus faible qu’à température ambiante. De plus, la résistivité d’un matériau supraconducteur est quasi-nulle (au moins en régime continu). Il y a donc moins de dissipation dans le matériau, et donc moins de fluctuations. Les premières études théoriques prédisent ainsi un temps de vie du nuage piégé au voisinage de la surface supraconductrice supérieur de plusieurs ordres de grandeur à celui mesuré près de fils métalliques. [3, 4]. Les puces à atomes supraconductrices pourraient donc apporter une solution de choix au problème de la diminution du temps de vie d’un nuage piégé quand on le rapproche du fil de piégeage.

→ Vers le piégeage d’un atome unique dans un état de Rydberg circulaire
Dans toutes les expériences évoquées jusqu’à présent, on s’intéressait au couplage d’atomes dans l’état fondamental avec divers objets. On peut imaginer des expériences encore plus spectaculaires si on excite un atome dans un état de Rydberg circulaire [48]. Dans un tel état, l’électron périphérique est très excité, le nombre quantique principal n est très élevé et les nombres quantiques orbital l et magnétique |m| sont maximaux et égaux à n − 1. Il s’agit d’états hydrogénoïdes où la probabilité de présence de l’électron de valence est un tore de rayon très grand. Les états de Rydberg circulaires sont très proches de l’image classique d’un électron orbitant sur une trajectoire quasi-circulaire autour d’un cœur ionique quasi-ponctuel. L’important dipôle électrique correspondant à la transition entre deux niveaux de Rydberg circulaires voisins rend ces états extrêmement sensibles au rayonnement micro-onde. Il est ainsi possible de coupler fortement ces atomes de Rydberg avec une cavité micro-onde. Notre groupe [49] a obtenu récemment plusieurs résultats marquants. Citons la mesure répétée non-destructive de la présence d’un photon dans la cavité micro-onde où, pour la première fois, les sauts quantiques de la lumière ont pu être observés [36]. La réduction progressive de l’état du champ dans la cavité à partir d’un état cohérent vers un état de Fock engendré par une série de mesures non-destructives a également été observé [37]. Dans toutes ces expériences, l’excitation
vers l’état de Rydberg est intrinsèquement poissonniennne, ce qui veut dire que la probabilité d’obtenir un état de Rydberg circulaire est très faible. De plus, les atomes interagissent avec la cavité pendant un temps très court (de 20 µs à 50 µs) devant le temps de décroissance du champ dans la cavité (130 ms) et devant le temps de décohérence atomique (30 ms). Autrement dit, si le temps d’interaction entre atome et cavité était plus élevé, on pourrait tirer davantage profit du couplage cohérent entre l’atome et le champ piégé.

Pour améliorer ces deux limitations importantes, nous prévoyons de développer une méthode déterministe d’excitation, puis de piéger l’atome dans l’état de Rydberg :

- Nous comptons utiliser le fort dipôle électrique de l’atome de Rydberg pour préparer un seul atome de ce type à partir d’un condensat de Bose-Einstein, par blocage dipolaire. M.D. Lukin et al. [50] ont montré que si l’on éclaire un nuage suffisamment confiné d’atomes dans le niveau fondamental par une onde résonnante avec la transition vers un niveau de Rydberg, une excitation peut être absorbée mais la condition de résonance n’est plus vérifiée pour une deuxième excitation dans le nuage. Le fort dipôle électrique du premier atome de Rydberg excité désaccorde suffisamment les autres atomes du nuage pour qu’ils ne puissent pas être excités à leur tour. Ce désaccord vaut typiquement 1 MHz pour deux atomes situés à une distance de 3 µm.
- Une fois l’atome de Rydberg obtenu, nous prévoyons d’utiliser encore une fois son dipôle électrique pour le capturer dans un piège électrodynamique de type piège de Paul. La description et les simulations de la configuration d’électrodes employées pour réaliser ce piège ont fait l’objet des thèses de Philippe Hyafil [51] et de Jack Mozley [52]. Il est possible de piéger ainsi des atomes de Rydberg pendant plusieurs secondes tout en inhibant leur désexcitation spontanée vers les niveaux inférieurs. La cohérence atomique peut également être maintenue pendant plusieurs secondes [53, 54].


→ **Couplage entre un atome de Rydberg et une cavité linéaire**

Une fois l’atome de Rydberg circulaire unique extrait du condensat de Bose-Einstein et piégé dans un piège électrodynamique, on peut une fois de plus tirer profit de son très grand dipôle électrique pour le coupler fortement à des cavités supraconductrices linéaires. Il s’agit d’un guide d’ondes coplanaire avec plan de masse dont le conducteur central est interrompu en deux endroits. Ces deux interruptions sont les équivalents coplanaire des miroirs d’une cavité Fabry-Pérot. Ils assurent le confinement du champ micro-onde dans la direction de la ligne et permettent de coupler la cavité avec les modes propagatifs de la ligne.

Une première application envisageable d’un tel couplage serait la mesure non destructive de l’état atomique par la méthode dispersive utilisée par R. Schoelkopf dans la référence [55]. Cette technique consiste à mesurer le déphasage induit sur la micro-onde par l’atome. Ce déphasage dépendant de l’état atomique, on réalise ainsi une mesure de l’état atomique. La micro-onde utilisée dans ce cadre n’est pas résonnante avec la transition atomique et la probabilité d’absorption d’un photon reste donc très faible. La mesure peut donc être qualifiée de non-destructive : une fois l’état atomique déterminé, l’atome est effectivement dans cet état. Un tel couplage a déjà été proposé dans la référence [56], mais dans le cas de molécules polaires. Le dipôle électrique des états de Rydberg est beaucoup plus grand et permettra donc d’obtenir des couplages beaucoup plus importants.

Les lignes de transmission coplanaire peuvent également être utilisées pour coupler deux
Introduction

atomes distants : M. Lukin propose en effet de réaliser des collisions entre deux atomes de Rydberg en utilisant la cavité coplanaire comme médiateur de l’interaction [57].

Une puce à atomes supraconductrice — réalisation

→ Quelques repères chronologiques
L’équipe d’Électrodynamique quantique en cavité du Laboratoire Kastler-Brossel a décidé d’initier un projet de puce à atomes utilisant des microfils supraconducteurs en niobium. L’expérience a débuté fin 2001, et les deux premiers doctorants, Philippe Hyafil puis Jack Mozley, ont dédié leur thèse aux calculs de piégeage électrodynamique d’un atome de Rydberg, et à la préparation du dispositif expérimental. La réalisation expérimentale d’une telle puce à atomes n’est pas aisée. Il est nécessaire de placer l’intégralité de la zone expérimentale dans un cryostat à la température de l’$^{4}$He liquide, soit 4,2 K. Les contraintes de la cryogénie s’ajoutent alors à celles des atomes froids, et la présence du cryostat complique le dispositif à plusieurs niveaux.


Au cours de ma deuxième année de thèse, pendant laquelle le post-doctorant Adrian Lupascu nous a rejoint, nous avons implémenté des étapes supplémentaires dans la séquence expérimentale (mélasse optique, pompage optique, refroidissement par évaporation forcée). Un peu avant l’été 2007, notre travail expérimental a été couronné de succès puisque nous avons obtenu le premier condensat de Bose-Einstein sur une puce à atomes supraconductrice. Ce résultat a été publié dans Eur.Phys.Lett. [59].

Au cours de ma dernière année de thèse, je me suis davantage consacré au calcul du temps de vie d’un nuage d’atomes froids piégé au voisinage de notre surface supraconductrice. Nous avons travaillé en collaboration avec Bernard Plaçais, du laboratoire Pierre Aigrain de l’École Normale Supérieure pour montrer que la dissipation liée au réseau de vortex dans le matériau supraconducteur est l’effet dominant de la réduction du temps de vie du nuage. Cette source de dissipation n’avait pas été prise en compte jusqu’à maintenant.

→ Organisation du manuscrit Le premier chapitre de ce manuscrit est constitué de trois parties. Tout d’abord, il m’a semblé nécessaire de présenter les calculs de temps de vie dans le cadre des métaux et leurs extensions aux supraconducteurs publiés jusqu’à maintenant. Cette première partie bibliographique est suivie d’un travail théorique mené pendant ma dernière année de thèse en collaboration avec Bernard Plaçais. Nous adaptons un modèle de supraconductivité basé sur une électrodynamique à deux modes à notre système, et montrons que la dissipation due aux vortex, qui n’avait pas été prise en compte par le passé, est la cause prépondérante de réduction du temps de vie du nuage atomique.

La dissipation par le réseau de vortex joue en effet un rôle non négligeable dans la limitation du temps de vie du nuage piégé au voisinage de la surface supraconductrice. Nous avons montré que pour des distances inférieures à 10 $\mu$m, le temps de vie prévu par ce modèle est mesurable, compte tenu de la limite de résolution de notre dispositif. De telles distances sont accessibles dans les expériences de puce à atomes, et nous prévoyons de mesurer le temps de vie du nuage en fonction de la distance à court terme. Cette mesure constituera un test de la théorie à deux
modes, dans des conditions expérimentales complémentaires de celles étudiées par B. Plaçais et al. [60]. Néanmoins, les temps de vie que nous avons calculés restent très élevés, et sont donc très encourageants. Les puces à atomes supraconductrices sont une bonne solution pour obtenir des micropièges très confinants à grand temps de vie, même à des distances micrométriques d’une surface.

Dans le deuxième chapitre de ce manuscrit, je décrirai le dispositif expérimental optique et cryogénique. Un piège magnéto-optique à deux dimensions (PMO2D) dans une cellule à température ambiante sert de source d’atomes de $^{87}$Rb extérieure au cryostat. Un jet atomique est alors extrait du PMO2D. Environ $5 \cdot 10^7$ atomes sont capturés dans un piège magnéto-optique cryogénique en 5 s, à une distance de 2,3 mm de la puce à atomes cryogénique. La température du nuage vaut 300 $\mu$K.

Le troisième chapitre décrit le début de la séquence résolue en temps, jusqu’à l’obtention d’un piège magnétique. Le nuage, initialement maintenu dans le piège magnéto-optique miroir, est d’abord transféré dans un piège magnéto-optique sur puce. Ce piège magnéto-optique en U est ensuite comprimé et les atomes, rapprochés de la surface, sont refroidis lors d’une étape de mélasse optique et pompés optiquement dans le niveau $|F=2, m_F=2\rangle$ chercheur de champ faible. Le piège magnétique (superposition du champ créé par un courant circulant dans un fil en forme de Z sur la puce, et d’un champ magnétique homogène parallèle à la puce) est alors allumé, et environ $3.5\pm0.5 \cdot 10^6$ atomes sont capturés. Le nuage est ensuite comprimé de façon adiabatique, et les atomes sont maintenus dans un piège magnétique que l’on appelle le tight trap. Le fort taux de collisions élastiques dans ce piège est un prérequis nécessaire à l’obtention d’un condensat de Bose-Einstein.

Dans le quatrième et dernier chapitre, nous décrirons le refroidissement par évaporation forcée radio-fréquence de l’échantillon, qui nous a permis d’observer et de caractériser le premier condensat de Bose-Einstein sur une puce à atomes supraconductrice. Environ $1 \cdot 10^4$ atomes sont condensés, et la température critique vaut environ 100 nK. Ces résultats sont très encourageants et démontrent la faisabilité de la condensation de Bose-Einstein à quelques dizaines de microns d’une surface froide. Nous avons mesuré la fraction d’atomes condensés en fonction de la température du nuage, ainsi que l’inversion de l’ellipticité du nuage au cours d’une expérience de temps de vol.

Le manuscrit comporte 5 annexes :

→ L’annexe A est un schéma détaillé de la table optique.
→ L’annexe B traite de la mesure et du calcul des fréquences de piégeage du piège magnétique.
→ Les annexes C et D sont les articles que nous avons publiés au cours de mon doctorat. À la fin de ma première année de thèse, nous avons mesuré le temps de vie du nuage dans un piège magnétique à une distance de 440 $\mu$m de la surface froide. La valeur mesurée, 115 s, signifie que le vide résiduel dans la zone expérimentale est très bon, grâce au pompage cryogénique. Ce résultat a fait l’objet de la publication [58], jointe en annexe C. L’obtention et la caractérisation du premier condensat de Bose-Einstein sur une puce à atomes supraconductrice font l’objet de la publication [59], jointe en annexe D.
→ Enfin, l’annexe E reprend l’intégralité de la séquence expérimentale du premier piège magnéto-optique à l’imagerie du condensat de Bose-Einstein. Pour chaque étape, une référence au numéro de section correspondant est indiquée sur la figure.
Quelques remarques sur la version pdf du manuscrit

Voici quelques remarques sur la version pdf de ce manuscrit, qui peuvent rendre la lecture plus aisée. Dans la table des matières, la liste des figures et la liste des annexes, les titres sont des liens hypertexte qui pointent vers l’item décrit. Dans la liste des notations utilisées et la bibliographie, ce sont les numéros de page qui sont des liens hypertexte.
## Chapitre 1

### Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

1.1 **Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique** ................................................................. 11  
   1.1.1 Calcul du temps de vie d’un nuage piégé au voisinage d’une surface ........................................ 11  
   1.1.2 Décomposition de Weyl du tenseur de Green réfléchi ......................................................... 16  
   1.1.3 Passage aux supraconducteurs ............................................................................................... 20  
   1.1.4 Conclusion de la section 1.1 ............................................................................................... 25  

1.2 **Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur** ........................... 28  
   1.2.1 Quelques rappels sur la théorie de Ginzburg-Landau ......................................................... 28  
   1.2.2 Thermodynamique de l’état mixte d’un supraconducteur .................................................... 29  
   1.2.3 Électrodynamique à deux modes d’un supraconducteur ...................................................... 32  
   1.2.4 Calcul de l’impédance de surface de la puce supraconductrice ............................................. 35  
   1.2.5 Estimation des paramètres pertinents .................................................................................. 38  
   1.2.6 Comparaison aux théories locales ....................................................................................... 40  
   1.2.7 Conclusion de la section 1.2 ............................................................................................... 41
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

Introduction du chapitre 1

Comme nous l’avons vu dans l’introduction du manuscrit, les fluctuations électromagnétiques de champ proche liées à la dissipation ohmique dans la surface peuvent induire des transitions atomiques vers des états non-piégants. Une signature de cet effet est la réduction du temps de vie d’un nuage piégé au voisinage d’une surface métallique.

Dans la section 1.1, nous allons commencer par décrire les cadres théoriques qui permettent de calculer le temps de vie d’un atome au voisinage d’une surface. Ce formalisme, appliqué aux métaux normaux, permet d’expliquer les résultats expérimentaux obtenus dans diverses conditions. Des extensions de ces calculs aux supraconducteurs, matériaux de conductivité complexe, semblent très prometteurs : les temps de vie calculés sont bien supérieurs à ceux mesurés au voisinage de surfaces conductrices.

Néanmoins, les modèles utilisés jusqu’à maintenant ne prennent pas en compte la dissipation due à la présence de zones normales dans le supraconducteur de type-II, les vortex. Ces vortex, en régime dynamique, peuvent en effet être le siège de dissipation. Nous décrirons dans la section 1.2 le modèle développé dans le groupe de B. Plaçais, Y. Simon et P. Mathieu [60]. Nous détaillerons les résultats obtenus dans le cadre de leur modèle.
1.1 Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique

Dans cette section, je vais décrire le principe du calcul du temps de vie d’un nuage d’atomes piégés au voisinage d’une surface. Ce calcul permet d’expliquer les observations expérimentales du groupe d’Ed Hinds au-dessus d’un film métallique épais [40], aussi bien que celles du groupe de Vladan Vuletić au voisinage d’un film métallique mince ou d’un diélectrique [2]. Les différentes longueurs en jeu sont illustrées sur la figure 1.1 : \( d \) est la distance entre le nuage atomique et la puce, \( h \) est l’épaisseur de l’échantillon, et \( \delta \) l’épaisseur de peau du métal.

![Diagramme illustrant les différentes longueurs du système](image)

**Fig. 1.1:** Les différentes longueurs caractéristiques du système.

Dans la sous-section 1.1.1, nous allons présenter une formule très générale qui lie le temps de vie d’un atome piégé au voisinage d’une surface et le tenseur de Green du champ électromagnétique en présence de cette surface. Il faudra alors calculer ce tenseur de Green, ce qui peut être réalisé, par exemple, grâce à la décomposition de Weyl (sous-section 1.1.2). Cette méthode est particulièrement utile dans le cas de matériaux au sein desquels il existe une relation locale entre courant et champ, du type loi d’Ohm locale, et quand les propriétés de réflexion et de transmission des ondes électromagnétiques par le matériau sont invariantes par translation dans le plan de la surface. Nous verrons enfin dans la sous-section 1.1.3 que ce calcul, appliqué à trois modèles différents de supraconductivité, conduit à des prédictions très encourageantes sur le temps de vie du nuage piégé. Ces trois modèles (modèle à deux fluides, théorie BCS, théorie Eliashberg) ne prennent néanmoins pas en compte la dissipation liée au mouvement du réseau de vortex dans le supraconducteur. Nous détaillerons ce point dans la section 1.2.

1.1.1 Calcul du temps de vie d’un nuage piégé au voisinage d’une surface

- **Cadre de travail**

Nous allons calculer le temps de vie d’un atome à deux niveaux \(|i\rangle\) et \(|f\rangle\) situé au voisinage d’un matériau isotrope mais qui peut être inhomogène, et qui répond linéairement et localement au champ électrique, avec une constante diélectrique \(\varepsilon(\vec{r})\). Ce matériau peut être dispersif et absorbant, mais n’est pas magnétique.

Dans le cas du \(^{87}\text{Rb}\), l’état initial \(|i\rangle\) est le sous-niveau Zeeman \(|F=2, m_F=2\rangle\), et l’état final \(|f\rangle\) est \(|F=2, m_F=1\rangle\). Les atomes dans l’état \(|F=2, m_F=1\rangle\) voient un potentiel de

---

\(^1\)La structure électronique de l’atome de \(^{87}\text{Rb}\) est rappelée dans la sous-section 2.1.1 page 46.
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

π ȋf
dieux fois moins confinant que ceux dans l’état |F = 2, m_F = 2⟩, et sont rapidement perdus. Le temps de vie du nuage atomique est donc déterminé par le taux de transition Γ_i→f entre les sous-niveaux Zeeman |i⟩ et |f⟩.

On peut comprendre la réduction du temps de vie atomique en présence de la surface grâce au théorème fluctuation-dissipation. Si le matériau de température non-nulle possède une résistance électrique, il est le siège de dissipation, et rayonne par conséquent un champ électromagnétique fluctuant. Si la densité spectrale de bruit magnétique au niveau du nuage à la fréquence de la transition |i⟩ → |f⟩ est suffisante, des transitions Zeeman entre niveau piégeant et anti-piégeant peuvent être stimulées par l’existence de fluctuations du champ magnétique, dues à la dissipation dans le matériau.

Nous allons commencer par étudier la mise en équation du problème classique avant de quantifier champ et atome.

• Problème classique

En électrodynamique classique, la relation locale la plus générale entre la polarisation \( \vec{P} \) de la matière et le champ électrique \( \vec{E} \), consistante avec la causalité et le théorème fluctuation-dissipation, s’écrit :

\[
\vec{P}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \int_0^\infty \chi(\vec{r},\tau) \vec{E}(\vec{r},t-\tau)d\tau + \vec{P}_N(\vec{r},t)
\]

où \( \chi(\vec{r},\tau) \) est la susceptibilité linéaire, et \( \vec{P}_N \) la partie fluctuante de la polarisation. Le théorème fluctuation-dissipation relie \( \vec{P}_N \) à la partie imaginaire dissipative de la susceptibilité. En représentation de Fourier,

\[
\vec{P}_N(\vec{r},\omega) = i \sqrt{\frac{\hbar c}{\pi}} \imath \chi(\vec{r},\omega) \vec{f}(\vec{r},\omega)
\]

Les fonctions \( \vec{f} \) sont des processus aléatoires non corrélés, qui seront des opérateurs bosoniques dans la version quantique du problème. Pour l’instant, avec \((i,j) = (x,y,z)\), on a :

\[
<f_i(\vec{r},\omega)f_j(\vec{r}',\omega')> = \delta_{ij}\delta(\vec{r} - \vec{r}')\delta(\omega - \omega')
\]

Les équations de Maxwell dans l’espace de Fourier donnent l’équation de Helmholtz pour le champ électrique :

\[
\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r},\omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r},\omega) \vec{E}(\vec{r},\omega) = \omega^2 \mu_0 \vec{P}_N(\vec{r},\omega)
\]

La permittivité complexe est définie par : \( \varepsilon(\vec{r},\omega) = 1 + \chi(\vec{r},\omega) \). La solution formelle de cette équation s’écrit :

\[
\vec{E}(\vec{r},\omega) = \omega^2 \mu_0 \int d^3\vec{r}' \overline{G}(\vec{r},\vec{r}',\omega) \cdot \vec{P}_N(\vec{r}',\omega)
\]

où le tenseur dyadique de Green de rang deux \( \overline{G}(\vec{r},\vec{r}',\omega) \) est déterminé par l’équation aux dérivées partielles :

\[
\nabla \times \nabla \times \overline{G}(\vec{r},\vec{r}',\omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r},\omega) \overline{G}(\vec{r},\vec{r}',\omega) = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \overline{U}
\]

\( \overline{U} \) est le tenseur dyadique unitaire, défini par \( U_{ij} = \delta_{ij} \).

12
1.1. Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique

- **Quantification du problème**

Une façon de quantifier ce problème est introduite par S. Scheel et al. dans [61, 62]. Les auteurs suivent la procédure standard de quantification du champ dans le vide. Les fonctions $\tilde{f}$ sont maintenant des opérateurs bosoniques, et satisfont la relation de commutation suivante :

$$\left[\tilde{f}(\vec{r}, \omega), \tilde{f}^\dagger(\vec{r}', \omega')\right] = \delta_{ij}\delta(\vec{r} - \vec{r}')\delta(\omega - \omega')$$

Le hamiltonien du système {atome+champ} s’écrit :

$$\hat{H} = \int d^3\vec{r} \int_0^\infty d\omega \hbar \omega \tilde{f}^\dagger(\vec{r}, \omega) \cdot \tilde{f}(\vec{r}, \omega) + \sum_{\alpha=i,f} \hbar \omega_\alpha \hat{\xi}_\alpha + \hat{H}_Z$$

→ le premier terme du Hamiltonien correspond au champ électromagnétique. Les bosons $\tilde{f}$ ont une énergie d’oscillateur harmonique $\hbar \omega$.

→ le deuxième terme correspond à un atome à deux niveaux, décrit à l’aide des opérateurs $\hat{\xi}_\alpha = |\alpha\rangle \langle \alpha|$ et de l’énergie $\hbar \omega_\alpha$ de l’état atomique $|\alpha\rangle$ ($\alpha = i, f$).

→ enfin, le dernier terme correspond au couplage Zeeman entre atome et champ. Pour des états de moment cinétique total nul, si on néglige le spin nucléaire, et dans l’approximation de l’onde tournante, l’hamiltonien Zeeman s’écrit, avec les notations de l’article [43] :

$$\hat{H}_Z \simeq -\mu_B g_S \sum_{q=1}^3 \left[ \langle f | \hat{S}_q | i \rangle \tilde{\xi}^{(+)} B_q^{(+)}(\vec{r}_A) + h.c. \right]$$

$\mu_B$ est la magnéton de Bohr, $g_S \simeq 2$ est le facteur de Landé de l’électron, et $\vec{r}_A$ est la position atomique. L’opérateur $\hat{S}_q$ est la $q^{ème}$ composante de l’opérateur spin électronique. Pour le champ magnétique, la notation $(+)$ correspond à l’intégration sur les fréquences positives :

$$\tilde{\xi}^{(+)} \left[ \vec{B}(\vec{r}) = \int_0^\infty d\omega \vec{B}(\vec{r}, \omega) \right]$$

Notons que la relation entre les opérateurs $\tilde{\xi}^{(+)}$ et les $\tilde{f}_i$ est linéaire : le champ magnétique est relié au champ électrique par l’équation de Maxwell-Faraday, et le champ électrique est relié à la polarisation $P_N$ de façon linéaire, et donc aux $f_i$, par l’équation (1.1).

Enfin, l’opérateur $\tilde{\xi}^{(+)}$ est l’opérateur qui fait passer l’atome de l’état final à l’état initial :

$$\tilde{\xi}^{(+)} = |i\rangle \langle f|$$

- **Grandes lignes du calcul**

L’obtention du taux de retournement de spin est faite par le groupe d’Ed Hinds dans [43]. Ici, nous allons seulement esquisser les grandes lignes du calcul.

Nous allons commencer par passer en représentation de Heisenberg : l’évolution libre à la fréquence $\omega$ d’un opérateur $\hat{X}$ est factorisée en faisant la substitution : $\hat{X} = \hat{X}(t)e^{-i\omega t}$. L’idée est d’arriver à une équation de taux sur l’opérateur atomique :

$$\hat{\xi}_z(t) = \frac{1}{2}(|i\rangle \langle i| - |f\rangle \langle f|)$$

Pour cela, on peut écrire l’équation d’Heisenberg sur cet opérateur :
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

\[ \partial_t \hat{\xi}_z(t) = \frac{1}{\hbar} \left[ \hat{\xi}_z(t), \hat{H} \right] \]

\[ = -\frac{\mu B g S}{i \hbar} \sum_{q=1}^{3} \langle f | \hat{S}_q | i \rangle \hat{\xi}^{(+)}(+ \hat{B}_q)(\vec{r}_A, t) + \text{h.c.} \]

Nous avons donc besoin de l’expression de \( \hat{B}_q^{(+)}(\vec{r}_A, t) \). La façon la plus simple de l’obtenir passe par quatre étapes :

1. Écrire l’équation de Heisenberg sur l’opérateur champ \( \hat{f} \).
2. Intégrer cette équation par rapport au temps.
3. Reporter le résultat de cette intégration dans l’expression (1.1) pour obtenir l’expression de la polarisation \( \vec{P}_N \), et donc du champ électrique grâce à l’équation (1.2). À ce niveau, on utilise l’approximation de Born-Markov de l’onde tournante, usuelle dans le passage d’un hamiltonien à une équation de taux [63].
4. On calcule enfin le champ magnétique à partir de l’équation de Maxwell-Faraday :

\[ \vec{B}(\vec{r}, \omega) = (i \omega)^{-1} \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) \]

Ces calculs sont détaillés dans [43]. On obtient de cette façon une équation de perte sur l’opérateur atomique \( \hat{\xi}_z \), avec un taux donné par :

\[ \Gamma_{1\rightarrow f}(\vec{r}_A, \omega) = \mu_0 (n_{th}+1) \frac{2(\mu B g S)^2}{\hbar} \sum_{p,q=1}^{3} \langle f | \hat{S}_q | i \rangle \langle i | \hat{S}_p | f \rangle \text{Im} \left[ \nabla \times \nabla \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \right]_{p,q,\vec{r}=\vec{r}'=\vec{r}_A} \]

(1.5)

où :

\[ \nabla \times \nabla \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \sum_{j,k,m,n=1}^{3} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{pmn} \partial_{x_j} \partial_{x_m} \text{Im} G_{kn}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \]

Les \( \varepsilon_{ijk} \) sont les symboles de Levi-Civita : \( \varepsilon_{ijk} = +1 \) si \( ijk \) est une permutation paire, \( \varepsilon_{ijk} = -1 \) si \( ijk \) est une permutation impaire, \( \varepsilon_{ijk} = 0 \) sinon. Le nombre moyen de photons thermique à la température \( T \), pour la fréquence de retournement de spins \( \omega \), vaut :

\[ n_{th} = \frac{1}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1} \approx \frac{k_B T}{\hbar \omega} \approx 10^5 \gg 1 \]

L’application numérique est effectuée pour une fréquence de retournement de spins de 1 MHz, à la température de 4 K. Le taux de retournement de spins est donc largement dominé par les transitions stimulées, même pour une expérience à la température de l’hélium liquide.

L’interprétation de cette formule est la suivante : le premier rotationnel sur la variable \( \vec{r}' \) (en lisant la formule de droite à gauche) transforme un dipôle magnétique fluctuant en un courant électrique fluctuant :

\[ j(\vec{r}') = \nabla \vec{r}' \times M(\vec{r}') \]
1.1. Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique

Ce courant est propagé par le tenseur de Green, pour donner un champ électrique (voir équation (1.2), avec $\overrightarrow{P_N} = -i\omega \overrightarrow{j}$):

$$E(\overrightarrow{r}) = -i\omega \mu_0 \int d^3\overrightarrow{r}' G(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r}') \cdot \overrightarrow{j(\overrightarrow{r}')}$$

Enfin, le rotationnel sur la variable $\overrightarrow{r}$ transforme le champ électrique fluctuant en champ magnétique fluctuant :

$$\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}) = \frac{1}{i\omega} \nabla \times \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r})$$

On obtient donc la réponse en champ magnétique à un dipôle magnétique fluctuant. Le tenseur de Green étant évalué en $(\overrightarrow{r}_A, \overrightarrow{r}_A')$, nous sommes en fait en train de regarder la réponse d’un dipôle magnétique à un champ rayonné par lui-même. Ces transitions Zeeman stimulées et spontanées $(n_{th} + 1)$ sont liées au bruit magnétique, d’ordre deux en champ magnétique. On comprend donc pourquoi $\mu_B$ est au carré, et pourquoi on a deux termes de spin $\langle i | \hat{S}_q | f \rangle$ et $\langle i | \hat{S}_p | f \rangle$. En revanche, on s’attendrait à voir aussi le carré d’un tenseur de Green, et il faut utiliser le théorème fluctuation-dissipation pour montrer que le carré du tenseur de Green est proportionnel à la partie imaginaire de ce tenseur (équation (9) de [43]) :

$$\int d^3\overrightarrow{r}' \omega^2 c^2 \text{Im} \chi(\overrightarrow{r}', \omega) G_{kl}(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r}', \omega) G^\star_{nl}(\overrightarrow{r}_A, \overrightarrow{r}_A', \omega) = \text{Im} G_{kn}(\overrightarrow{r}', \overrightarrow{r}_A, \omega)$$

Nous avons atteint notre objectif : le taux de transition de l’état $|i\rangle$ vers l’état $|f\rangle$, inverse du temps de vie du nuage piégé, est déterminé par le tenseur de Green du problème classique. Il ne reste donc qu’à calculer ce tenseur.

**Remarque**

Notons l’ambiguïté de la notation utilisée dans la formule (20) de l’article [43] : la notation $\nabla \overrightarrow{r} \times \nabla \overrightarrow{r} \times G(\overrightarrow{r}_A, \overrightarrow{r}_A', \omega)$ est utilisée, alors que le premier rotationnel porte sur la première variable vectorielle de $G$, et le deuxième rotationnel porte sur la deuxième variable vectorielle de $G$, le tout étant évalué au point $(\overrightarrow{r}_A, \overrightarrow{r}_A')$... et la même notation est utilisée pour la définition de $G$ par la formule de Helmholtz (formule 1.3 de ce manuscrit, et formule (5) de l’article), cette fois-ci avec un sens différent. Dans l’équation de Helmholtz, il s’agit bien de prendre deux fois le rotationnel par rapport à la première variable vectorielle de $G$ ! La notation (certes un peu lourde) avec les $\varepsilon_{ijk}$ lève toute ambiguïté.

- **Références complémentaires**

Le groupe d’Ed Hinds d’une part, et Carsten Henkel d’autre part ont tous deux établis cette formule, de deux façons différentes. Le premier [43] suit la méthode que nous venons de voir, le deuxième [41, 64] utilise une équation maîtresse ad hoc pour obtenir la formule (1.5). Les équations de base et le procédé de quantification sont détaillés dans [65, 66, 62].

- **Les deux contributions au tenseur de Green total**

Soit $\overrightarrow{G}^{(vide)}$ le tenseur de Green dans le vide, en l’absence de surface. On peut alors définir $\overrightarrow{G}^{(surf)}$ comme l’écart à la situation en l’absence de surface (voir figure 1.2) :

$$\overrightarrow{G}(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r}', \omega) = \overrightarrow{G}^{(vide)}(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r}', \omega) + \overrightarrow{G}^{(surf)}(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r}', \omega)$$
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

\[ G_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \omega) = \frac{i\omega^2}{2\varepsilon_0 c^2} \int \frac{d^2Q}{(2\pi)^2} e^{i(\mathbf{q}^+ \cdot \mathbf{r} - \mathbf{q}^- \cdot \mathbf{r}'')} q_z \sum_{\mu=\pm} \rho_{\mu} c_{\mu}^{(+)} c_{\mu}^{(-)} \] (1.8)

1.1.2 Décomposition de Weyl du tenseur de Green réfléchi

- Introduction
  
  Il reste à calculer le tenseur \( G^{(surf)} \).

  Pour cela, nous allons utiliser le développement de Weyl, qui est un outil adapté aux problèmes de diffusion qui font intervenir des interfaces planaires entre deux milieux. Les différentes notations sont précisées sur la figure 1.3.

  Le développement de Weyl du tenseur de Green réfléchi s’écrit, pour \( z, z' > 0 \) (voir [67] p.24) :
1.1. Retournement de spin au voisinage d'une surface métallique

Il s'agit d'un développement en ondes planes, de vecteur d'onde \( \overrightarrow{q}(\pm) = \overrightarrow{Q} \pm \overrightarrow{n} q_z \). La composante \( z \) (normale à la surface) du vecteur d'onde est réelle (ondes progressives) ou imaginaire (ondes évanescentes), et vaut :

\[
q_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - Q^2} \quad \text{avec} \quad \text{Im} q_z > 0 \quad \text{et} \quad \text{Re} q_z > 0
\]

Le disque \( |\overrightarrow{Q}| \leq \omega/c \) correspond à des ondes progressives, tandis que les grands vecteurs d'onde \( |\overrightarrow{Q}| \geq \omega/c \) décrivent des ondes dont l'amplitude décroit exponentiellement avec la distance. Ces ondes évanescentes sont nécessaires pour décrire correctement le champ émis par un dipôle source dans l'approximation du champ proche. De plus, chaque onde plane satisfait la relation \( q(\pm)^2(z) = (\omega/c)^2 \). Les vecteurs \( \overrightarrow{e}_\mu \) sont normalisés à 1 et forment une base pour les polarisations transverses : \( \overrightarrow{e}_\mu \cdot \overrightarrow{q} = 0 \). Les indices \( s \) et \( p \) correspondent respectivement aux polarisations linéaires perpendiculaire et dans le plan d'incidence décrit par \( \overrightarrow{Q} \) et \( \overrightarrow{n} \).}

\[
\begin{cases}
\overrightarrow{e}_s(\pm) = \frac{\overrightarrow{Q}}{|\overrightarrow{Q}|} \times \overrightarrow{n} \\
\overrightarrow{e}_p(\pm) = \frac{q(\pm)}{\omega/c} \times \overrightarrow{e}_s = \frac{\pm q z}{|\overrightarrow{Q}|} \frac{\overrightarrow{Q} - \overrightarrow{n} Q}{\omega/c}
\end{cases}
\]

Enfin, les \( \rho_\mu \) sont les coefficients de Fresnel de réflexion d’une onde plane à l’interface, et dépendent de l’état de polarisation de l’onde :

\[
\rho_s = \frac{\eta_0 - \eta(\omega)}{\eta_0 + \eta(\omega)} , \quad \rho_p = \frac{\varepsilon(\omega)\eta_0 - \eta(\omega)}{\varepsilon(\omega)\eta_0 + \eta(\omega)}
\]

où \( \eta_0 = \sqrt{1-q^2} \) et \( \eta(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega) - q^2} \).
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

Pour résumer, afin d’obtenir le temps de vie du nuage en présence de la surface, il « suffit » de calculer l’intégrale sur $Q$ (vecteur d’onde 2D) d’une fonction qui ne dépend de la nature du matériau que via la permittivité $\varepsilon(\omega)$. Les grands vecteurs d’ondes correspondent aux ondes évanescentes et dominent le résultat du calcul en régime de champ proche. La connaissance de $\varepsilon(\omega)$ permet donc de déterminer, grâce à la formule (1.5) page 14, le temps de vie d’un nuage piégé au-dessus de n’importe quelle interface plane entre le vide et un matériau non-magnétique, linéaire et local. Notons aussi que le développement sur une base d’ondes planes n’est utile que si les propriétés de réflexion et de transmission du matériau sont les mêmes partout sur la surface, c’est-à-dire si $\varepsilon$ est indépendant de $x$ et $y$.

- Formules asymptotiques dans le cas des métaux

L’intégrale de Weyl peut être calculée analytiquement dans trois limites asymptotiques. Dans [44], le groupe d’Ed Hinds donne les dépendances suivantes du temps de vie $\tau$ en fonction de la distance à la puce :

$$
\tau(d, \omega) = \left( \frac{8}{3} \right)^2 \frac{\tau(\text{vide})(\omega)}{n_{th}(\omega) + 1} \left( \frac{\omega}{c} \right)^3 \times \begin{cases} 
\frac{d^4}{3\delta(\omega)}, & \delta \ll d, h \\
\frac{\delta(\omega)^2 d}{2}, & \delta, h \gg d \\
\frac{\delta(\omega)^2 d^2}{2h}, & \delta \gg d \gg h.
\end{cases}
$$

Le temps de vie dans le vide est donné équation (1.7) page 16. Ici, $h$ est l’épaisseur de l’échantillon, $d$ la distance à la puce et $\delta(\omega)$ l’épaisseur de peau à la fréquence de retournement de spin $\omega$, fonction de la conductivité $\sigma$ du métal :

$$
\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}
$$

Les trois limites asymptotiques sont représentées sur la figure 1.4. Les deux premières limites ($\delta \ll d, h$ et $\delta, h \gg d$) décrivent le temps de vie au-dessus d’une planche épaisse de métal tandis que la dernière décrit l’effet d’une couche mince. Dans tous les cas, le temps de vie diminue quand l’atome se rapproche des sources fluctuantes, c’est-à-dire quand la distance $d$ à la surface diminue. En particulier, dans le régime couche mince, le temps de vie varie en $d^2$.

- Résultats expérimentaux

Deux situations différentes ont été observées expérimentalement pour des fils rectangulaires. Dans les deux cas, la théorie exposée précédemment permet de bien comprendre les résultats expérimentaux.

→ Dans le groupe d’Eric Cornell [1], le temps de vie d’un nuage thermique ou condensé est mesuré près d’une couche épaisse (1 mm) de cuivre, titane ou silicium. À température ambiante, les résistivités de ces trois éléments valent respectivement : $1,67 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot m$, $4,88 \cdot 10^{-7} \, \Omega \cdot m$ et $>1 \cdot 10^{20} \, \Omega \cdot m$. Les profondeurs de peau correspondantes à la fréquence de $2\pi \times 1,8 \, MHz$ sont : $49 \, \mu m$, $262 \, \mu m$, et $>1 \cdot 10^{15} \, m$. Les distances $d$ vont typiquement de 1 à $100 \, \mu m$.

Les résultats sont représentés sur la figure 1.5.

→ Dans le groupe de Vladan Vuletić [2], le temps de vie d’un nuage thermique est mesuré au dessus d’un conducteur de cuivre d’épaisseur 2,15 ± 0,20 µm et de largeur 10 µm. Ces mesures sont effectuées dans la limite couche mince, complémentaire des mesures effectuées
1.1. Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique

\[ \delta \ll d, h \]
\[ \delta, h \gg d \]
\[ \delta \gg d \gg h \]

**Fig. 1.4:** Illustration des trois limites asymptotiques de l’équation (1.9).

\[ \text{Fig. 1.5: Temps de vie au voisinage des différentes surfaces après soustraction des pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel et des pertes à trois corps : cuivre (●), titane (▲) et silicium (■) à une fréquence de fond du piège de 1,80 MHz. Les symboles creux △ (resp. pleins ▲) représentent les mesures effectuées avec des condensats (resp. nuages thermiques). La courbe en trait continu (resp. traits interrompus) indique les temps de vie calculés pour le cuivre (resp. titane) à partir de la formule (1.9). Source : [1].}

par E.Cornell. Le conducteur était recouvert d’une succession de couches de titane (40 nm), de palladium (50 nm) et d’or (100 nm). Une mesure a également été effectuée au voisinage d’un diélectrique (1 µm de Si₃N₄). Les résultats de l’ajustement théorique sont présentés sur la figure 1.6.
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

La théorie que nous avons présenté permet de calculer le temps de vie d’un nuage piégé au voisinage d’une surface. En régime de champ proche, la connaissance de la conductivité du matériau à la fréquence de retournement de spin est suffisante pour mener à bien le calcul. Les résultats expérimentaux sont très bien expliqués par ce calcul.

Le temps de vie d’un nuage piégé diminue énormément lorsque l’échantillon est rapproché de la surface, et les fluctuations de champ proche deviennent le phénomène limitant près de la puce. Or, c’est justement près des sources du champ que le confinement est le plus grand, et, comme nous l’avons vu dans l’introduction du manuscrit, l’un des intérêts majeurs des puces à atomes est le grand confinement que l’on peut obtenir. Comme le rayonnement thermique de champ proche dépend du matériau via la permittivité ε(ω), on peut réaliser de l’ingénierie des fils, c’est-à-dire choisir d’utiliser tel conducteur plutôt qu’un autre pour réaliser les fils de piégeage [69].

1.1.3 Passage aux supraconducteurs

Qualitativement, un supraconducteur est un très bon conducteur, donc la conductivité σ est très élevée et l’épaisseur de peau δ est très petite. Le temps de vie, en $d^4/\delta$ dans la limite $\delta \ll d, h$, devrait par conséquent être très élevé. Ce raisonnement se trouve par exemple dans l’article [44].

En réalité, la situation est plus riche car l’épaisseur de peau n’est plus la longueur pertinente dans le cas d’un supraconducteur. La conductivité est complexe :

$$\sigma = \sigma' + i\sigma''$$

La partie imaginaire du tenseur de Green dans l’équation (1.5) est donc plus compliquée à calculer que précédemment. Rekdal et al., dans [3], étendent les calculs précédents dans le cas...
1.1. Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique

où le supraconducteur peut être décrit par une conductivité locale complexe. L’hypothèse de localité est cruciale pour l’application de la formule de Weyl, qui repose sur la description des ondes planes réfléchies par le matériau en terme de coefficients de Fresnel. Les auteurs obtiennent le temps de vie suivant :

\[
\tau(d, \omega) \simeq \frac{\tau_{\text{vide}}(\omega)}{n_{th}(\omega)} + 1 \left[ \frac{64}{27} (\omega \mu_0)^{1/2} \left( \frac{\omega}{c} \right)^3 d^4 \frac{\sigma''(\omega)^{3/2}}{\sigma'(\omega)} \right] \tag{1.10}
\]

valable dans la limite : \( \text{Im} \sigma = \sigma'' \gg \sigma' = \text{Re} \sigma \)

- **Différents modèles pour \( \sigma \)**

Il reste à modéliser la conductivité locale \( \sigma \) du supraconducteur. Différentes approches sont possibles :

→ **Modèle à deux fluides**

Proposé par F. et H. London [70], ce modèle suppose l’existence de deux types de porteurs de charges : des électrons supraconducteurs et des électrons normaux. Aux premiers, on associe une densité de courant non dissipatif \( \overrightarrow{j}_s \) qui vérifie l’équation locale de London :

\[
\frac{\partial \overrightarrow{j}_s}{\partial t} (\overrightarrow{r}, t) = \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2(T)} \overrightarrow{E} (\overrightarrow{r}, t)
\]

La longueur de London \( \lambda_L \) est reliée à la densité d’électrons supraconducteurs \( n_s \) par la relation :

\[
\lambda_L^2(T) = \frac{m}{\mu_0 n_s(T)c^2}
\]

Aux électrons normaux est associé un courant \( \overrightarrow{j}_n \) dissipatif obéissant à la loi d’Ohm locale :

\[
\overrightarrow{j}_n (\overrightarrow{r}, t) = \sigma_n(T) \overrightarrow{E} (\overrightarrow{r}, t)
\]

En introduisant l’épaisseur de peau \( \delta_N(T) = \sqrt{2/\mu_0 \omega \sigma_N(T)} \) associée aux charges normales, on obtient la conductivité suivante :

\[
\sigma(\omega, T) = \sigma'(\omega, T) + i\sigma''(\omega, T) = \frac{1}{\omega \mu_0} \left( \frac{2}{\delta_N^2(T)} + \frac{i}{\lambda_L^2(T)} \right) \tag{1.11}
\]

En reportant cette conductivité dans la formule (1.10), on obtient :

\[
\tau(d, \omega) \simeq \frac{\tau_{\text{vide}}(\omega)}{n_{th}(\omega)} + 1 \left[ \frac{32}{27} (\omega \mu_0)^{1/2} \left( \frac{\omega}{c} \right)^3 d^4 \frac{\delta_N^2(\omega)}{\lambda_L^4} \right] \tag{1.12}
\]

Le groupe de P.K.Rekdal [3] a tracé l’évolution du temps de vie d’un atome piégé à une distance fixe \( d = 50 \mu m \) du plan supraconducteur en fonction de la température (figure 1.7). La fréquence de retournement de spin vaut 560 kHz. La longueur de London à température nulle est prise égale à \( \lambda_L(T = 0) = 35 \text{ nm} \), et la conductivité de la phase normale à la température critique du matériau \( T_c \) vaut \( 2 \cdot 10^9 (\Omega \cdot \text{m})^{-1} \). Cette valeur de la conductivité est typique pour le niobium très pur. Remarquons que la conductivité que l’on mesure sur nos
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

échantillons est beaucoup moins élevée, et vaut seulement $6 \cdot 10^6 \, (\Omega \cdot m)^{-1}$ (voir sous-section 2.6.5 page 73).

La dépendance de $\delta$ et de $\lambda_L$ en fonction de la température est obtenue à partir de la relation de Gorter-Casimir [71]. Si on note $n_0$ la densité totale d’électrons dans le matériau, et $\sigma_N(T_c)$ la conductivité de la phase normale à la température de transition, alors :

$$n_n(T) = (T/T_c)^4 n_0 \quad \text{avec} \quad n_s(T) + n_n(T) = n_0 \quad \text{et} \quad \sigma_n(T) = \frac{n_n(T)}{n_0} \sigma_N(T_c)$$

Sur la même figure 1.7, le temps de vie au voisinage d’une couche épaisse d’aluminium ($\delta = 16 \, \mu m$) à la température de 300 K est également tracé. Le temps de vie au voisinage du supraconducteur est multiplié par un facteur $10^{10}$ par rapport au cas du métal à 300 K.

![Fig. 1.7: Temps de vie d’un atome dans un piège magnétique près d’une couche épaisse supraconductrice (ligne continue) en fonction de la température. La distance à la surface vaut 50 $\mu m$ et la fréquence de retournement de spin est 560 kHz. Les autres paramètres sont : $\lambda_L(T = 0) = 35 \, nm$, $T_c = 8.31 \, K$ et la conductivité à $T_c$ est prise égale à $2 \cdot 10^9 \, (\Omega \cdot m)^{-1}$. La ligne en traits interrompus est le temps de vie au voisinage d’une couche épaisse de métal normal ($\delta = 115 \, \mu m$). La courbe en traits mixtes est obtenue pour un supraconducteur ayant une longueur de London trois fois plus grande que celle du niobium pur. La courbe en petits pointillés représente le temps de vie obtenu en ne considérant que la contribution due aux fluctuations du vide $G^{(vide)}$. Source : [3].

Ces résultats montrent que, dans le cadre du modèle à deux fluides, le temps de vie d’un atome piégé au voisinage d’un supraconducteur devrait être très largement meilleur que celui mesuré dans les expériences de puces à atomes avec des métaux à température ambiante. Évidemment, dans une expérience réelle, on ne peut pas mesurer des temps de vie aussi grands, et la conclusion dans le cadre de ce modèle est que le temps de vie ne sera pas limité par les fluctuations de champ proche dues à la présence du matériau supraconducteur.
1.1. Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique

→ Théories BCS et Eliashberg

Le modèle à deux fluides a permis d’expliquer de façon phénoménologique la plupart des phénomènes observés dans les supraconducteurs. Il lui manquait toutefois un fondement microscopique, apporté par Bardeen, Cooper et Schrieffer en 1957 [72]. La théorie BCS repose sur l’idée que deux électrons proches de la mer de Fermi peuvent s’attirer par l’intermédiaire des phonons du réseau. L.N. Cooper a posé la première pierre de la théorie en décrivant l’instabilité de la mer de Fermi en présence d’un potentiel attractif entre les électrons [73]. Il se forme alors des paires d’électrons liés, appelées paires de Cooper, qui sont à la base de la supraconductivité. Suivant cette idée, on peut écrire le hamiltonien du système en considérant une interaction attractive qui couple uniquement des quasi-particules de spins et d’impulsions opposés. La théorie d’Eliashberg, quant à elle, introduit la diffusion des quasi-particules (les paires BCS) par les phonons du réseau cristallin, et permet de décrire le retard dans l’interaction entre deux électrons d’une paire de Cooper. Une introduction à ces deux théories est donnée par exemple dans l’article [4].

Qualitativement, le comportement des parties réelles et imaginaires de la conductivité en fonction de la température est assez différent du modèle à deux fluides. Les variations des parties réelle et imaginaire de la conductivité en fonction de la température pour $\omega = 2\pi \times 500$ kHz sont présentées sur la figure 1.8. Dans le modèle à deux fluides, la partie réelle de la conductivité (figure 1.8 a) décroît de manière monotone avec température en suivant le profil de Gorter-Casimir. Le comportement de $\sigma'$ est complètement différent dans la théorie BCS. On observe un effet d’interférence quantique important entre $T_c/2$ et $T_c$, dit « pic d’Hebel-Schlichter » [74]. À cause du pic d’Hebel-Schlichter, $\sigma'_{BCS}$ est 10 fois plus grand que $\sigma'_{2fluides}$ à $T = 0.8T_c$.

Dans le modèle d’Eliashberg, les diffusions par les phonons du réseau gomment ce pic, et on retrouve un comportement intermédiaire entre la théorie BCS et le modèle à deux fluides. L’énergie de diffusion élastique est un paramètre qui permet de passer continûment de la théorie BCS au modèle à deux fluides. Les calculs ont été menés pour trois énergies de diffusion élastique par les impuretés différentes, qui valent respectivement $\gamma = 1, 10, 100$ meV. Plus l’énergie de diffusion est faible, plus on se rapproche du cas BCS. Dans le cas de la partie imaginaire de la conductivité, le modèle d’Eliashberg assure aussi la transition entre la théorie BCS et le modèle à deux fluides (figure 1.8 b).
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

Fig. 1.8: Dépendance en température de la partie réelle (a) et imaginaire (b) de la conductivité normalisée à la conductivité de l’état normal. La fréquence de retourement de spin \( \omega_A/2\pi \) vaut 500 kHz et la température critique est celle d’une couche épaisse \( T_c = 9.2 \) K. Les différentes courbes correspondent aux différents modèles locaux de supraconductivité : modèle à deux fluides avec \( \delta_0 = 16 \) nm et \( \lambda_L(0) = 35 \) nm (trait interrompu), théorie BCS (trait plein) et modèle d’Eliashberg (symboles) pour trois énergie de diffusion élastique. Noter le facteur \( 10^6 \) entre les échelles des deux graphes. Source : [4].
1.1. Retournement de spin au voisinage d'une surface métallique

On comprend bien à partir de ces résultats que le rapport $\sigma'/(\sigma'')^{3/2}$ peut prendre des valeurs très différentes en fonction du modèle et en fonction de la température du supraconducteur.

Dans tous les cas, la partie imaginaire de la conductivité est bien plus élevée que la partie réelle (remarquer le facteur $10^6$ entre les deux échelles de la figure 1.8), ce qui entraîne donc toujours des temps de vie très élevés. Le temps de vie en fonction de la température du supraconducteur est présenté sur la figure 1.9a pour une distance de 10 $\mu$m de la surface, dans le cas du modèle à deux fluides et de la théorie d'Eliashberg pour différents taux de diffusions élastiques. Les temps de vie calculés avec la théorie d'Eliashberg sont plus faibles que ceux du modèle à deux fluides, mais seulement d’un facteur 10. L’influence du taux de diffusion n’est pas énorme. L’article [4] en conclut donc que la qualité du niobium n’est pas critique pour le temps de vie. On voit donc qu’avec ces trois modèles de conductivité complexe, le temps de vie calculé au voisinage du matériau supraconducteur est bien meilleur que celui calculé et mesuré au-dessus d’un métal normal (voir figure 1.7). Fondamentalement, dès que $T$ passe en-dessous de $T_c$, la partie imaginaire de la conductivité devient $10^6$ fois plus grande que sa partie réelle dans tous ces modèles, et le temps de vie calculé augmente énormément.

1.1.4 Conclusion de la section 1.1

Dans cette section, nous avons présenté un calcul très général qui relie le temps de vie d’un atome au voisinage d’une surface au tenseur de Green du problème classique.

Ce tenseur est la somme de deux termes. Le premier, qui décrit les fluctuations du champ électromagnétique du vide en l’absence de surface, a une contribution négligeable au taux de transition Zeeman $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$. Le second est dû à la présence du matériau dispersif, absorbant, linéaire et non magnétique. Ce tenseur de Green réfléchi peut être calculé dans le cas d’une géométrie plane en utilisant la décomposition de Weyl, qui repose sur la localité de la réponse linéaire à l’intérieur du matériau, ainsi que sur l’invariance de cette réponse par translation dans le plan de la puce ($\varepsilon$, ou $\sigma$ ne dépendent pas de $x$ ou $y$).

Ce calcul peut être mené dans le cadre d’un matériau métallique, où la conductivité $\sigma$ est réelle. Les résultats obtenus concordent très bien avec les expériences, aussi bien dans les limites couche épaisse et couche fine.

On peut également se servir de ce formalisme en intégrant divers modèles de conductivité locale du matériau supraconducteur. Les temps de vie calculés sont plusieurs ordres de grandeur au-dessus des temps de vie obtenus au voisinage de surfaces métalliques. Ces résultats montrent que l’utilisation de puces à atomes supraconductrices est très prometteuse, car le temps de vie au voisinage de la puce, où le piège peut être très confinant, n’est pas limité par les fluctuations thermiques de champ proche créées par la surface, contrairement aux métaux à température ambiante.

Cependant, les modèles présentés précédemment ne permettent pas de correctement décrire la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur, car ils ne prennent pas en compte la présence de lignes de vortex dans les supraconducteurs de type-II comme le niobium. Les vortex sont des régions normales au sein du supraconducteur, et sont donc une source supplémentaire de dissipation à prendre en compte. Dans la suite, nous allons décrire un modèle de supraconductivité différent, intrinsèquement non-local, et qui permet d’expliquer les mesures dynamiques de bruit de vortex dans les matériaux supraconducteurs. Ces expériences, effectuées dans le groupe de B. Plaçais et Y. Simon, au Laboratoire Pierre Aigrain de l’École Normale Supérieure, consistent en une mesure de l’impédance de surface d’un matériau supraconducteur en présence d’un champ
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

Fig. 1.9: Temps de vie d’un atome piégé au voisinage d’une surface supraconductrice en fonction de (a) la température (pour une distance atome-surface fixée à 10 µm) et de (b) la distance à la puce (à $T = 4,2$ K). La fréquence de retournement de spin est toujours fixée à 500 kHz. La courbe en traits interrompus est le modèle à deux fluides où les paramètres $\delta_0$ et $\lambda_L(0)$ sont les mêmes que pour la figure 1.8. Les symboles correspondent aux prédictions de la théorie d’Eliashberg pour trois taux de diffusions élastiques différents. Source : [4].
1.1. Retournement de spin au voisinage d’une surface métallique

magnétique statique directeur perpendiculaire à la surface de l’échantillon, superposé à un petit champ magnétique oscillant radio-fréquence parallèle à la surface.

La thèse de N. Lütke-Entrup [60] décrit précisément le modèle que nous allons maintenant résumer dans la section 1.2.
1.2 Théorie non/locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur

1.2.1 Quelques rappels sur la théorie de Ginzburg-Landau

Le but n’est pas ici de présenter in extenso la théorie de Ginzburg-Landau. Pour cela, on pourra se référer par exemple aux livres de physique statistique de L. Landau [75] ou de supraconductivité de P.-G. De Gennes [76]. Nous allons uniquement introduire les notions et les notations dont nous aurons besoin par la suite.

Parallèlement à l’approche BCS, Ginzburg et Landau ont développé une description phénoménologique de la supraconductivité. L’idée centrale est l’existence d’un paramètre d’ordre \( \psi(\vec{r}) \), non nul dans les zones supraconductrices, et nul dans les zones normales. Ce paramètre d’ordre est un nombre complexe dont le carré du module représente la densité locale d’électrons supraconducteurs \( n_s(\vec{r}) \).

À l’interface entre une zone normale et une zone supraconductrice, le paramètre d’ordre passe de 0 à une valeur non-nulle sur une longueur caractéristique \( \xi \), longueur de cicatrisation ou healing length, alors que le champ magnétique varie typiquement sur la longueur de London \( \lambda_L \).

La comparaison entre ces deux échelles de longueur permet de déterminer s’il est énergétiquement favorable pour le matériau de laisser pénétrer le champ magnétique dans des cœurs normaux, ou vortex, ou si au contraire il vaut mieux écranter le champ jusqu’à la valeur critique \( B_{c2} \) à partir de laquelle tout l’échantillon devient normal. On définit alors le paramètre de Ginzburg-Landau \( \kappa = \lambda_L/\xi \). Un calcul rigoureux montre que pour \( \kappa > 1/\sqrt{2} \), le supraconducteur est de type-II, c’est-à-dire que des vortex existent en son sein si le champ magnétique est supérieur au premier champ magnétique critique \( B_{c1} \).

Le diagramme de phases d’un tel matériau est rappelé sur la figure 1.10.

Rappel

En réalité, la définition rigoureuse de \( B_{c1} \) est la suivante : \( B_{c1}^2/\mu_0 \) est la densité volumique d’énergie libre du premier vortex qui entre dans le supraconducteur. Si le matériau a une géométrie cylindrique et que le champ magnétique est parallèle à l’axe du cylindre, alors le premier vortex entre effectivement pour \( B > B_{c1} \). En revanche, dans d’autres géométries, \( B_{c1} \) n’est pas forcément le champ magnétique qui permet de faire entrer le premier vortex dans le supraconducteur. En fait, même le type du supraconducteur dépend de sa géométrie. Si l’échantillon est très fin (épaisseur \( h \) très petite devant la dimension latérale \( L_y \)) on comprend bien que la courbure des lignes de champ magnétique est très coûteuse en énergie et qu’il peut donc être préférable de laisser pénétrer le champ dans le matériau supraconducteur. L’état Meissner n’est ainsi énergétiquement favorable que pour un champ \( B_0 \ll B_{c1} h/L_y \). Pour les dimensions caractéristiques de notre fil supraconducteur (\( L_y = 40 \mu m, h = 1 \mu m \)), le champ magnétique pénètrerait dans le matériau même si nous utilisions un supraconducteur de type-I comme l’aluminium, même pour un champ magnétique très faible, beaucoup plus petit que le champ \( B_{c1} \). La seule différence entre les deux types de supraconducteurs réside dans la nature de la pénétration partielle : pour un supraconducteur de type-II, le flux total est nécessairement un multiple entier du quantum de flux \( \varphi_0 \). Cette contrainte n’existe pas dans le cas de supraconducteurs de type-I.

Près de la température critique, en présence d’un champ magnétique \( \vec{b} = \vec{\nabla} \times \vec{a} \) (les minuscules sont utilisées pour décrire un champ magnétique et un potentiel vecteur microscopiques), on peut écrire la densité d’énergie libre \( F \) du supraconducteur sous la forme suivante [75] :
1.2. Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d'un supraconducteur

\[ F = F_0 + \alpha(T)|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4 + \frac{1}{8m^*}\left(\frac{\hbar}{i} \overleftarrow{\nabla} + 2e \overleftarrow{a}\right)|\psi|^2 + \frac{1}{2\mu_0} b^2 \]  

(1.13)

avec \( F_0 \) la densité d’énergie libre dans l’état normal, \( \alpha \) et \( \beta \) sont des paramètres caractéristiques du matériau, \( m^* \) la masse effective d’une paire de Cooper et \( e \) la charge de l’électron. Près de la température critique, \( \alpha(T) \propto -(1 - T/T_c) \leq 0 \) et \( \beta > 0 \) et indépendant de \( T \). Les termes en \( |\psi|^2 \) et \( |\psi|^4 \) représentent l’énergie de condensation des paires tandis que le 4\( e \) term correspond à leur énergie cinétique. Le dernier terme est l’énergie du champ magnétique.

L’énergie de condensation du supraconducteur est une grandeur caractéristique de l’échantillon, indépendante de la présence de champs magnétiques et de courants, et indépendante de la pureté du matériau. D’après l’équation (1.13), la densité d’énergie libre en l’absence de champs et de courants s’écrit \( F = F_0 - \frac{\alpha^2}{2\beta} \). On peut alors définir un champ magnétique critique \( B_c \) par : \( B_c^2/2\mu_0 = \frac{\alpha^2}{2\beta} \). \( B_c \) est une propriété thermodynamique du matériau, indépendant de la pureté du matériau, alors que \( B_{c1} \) et \( B_{c2} \) en dépendent. De plus, ces trois champs critiques sont reliés par la relation approximative suivante [60] :

\[ B_{c1} B_{c2} \approx B_c^2 \]

(1.14)

Nous allons maintenant présenter les équations fondamentales qui décrivent la thermodynamique de l’état mixte dans un supraconducteur de type-II.

1.2.2 Thermodynamique de l’état mixte d’un supraconducteur

- Énergie libre

D’après la théorie de Ginzburg-Landau, l’identité thermodynamique sur l’énergie libre \( F \) s’écrit :

\[ \text{Fig. 1.10: Diagramme de phase d’un supraconducteur de type II.} \]
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

\[ dF = -S dT + \mu_e dN - \frac{m}{e} \vec{J}_s \cdot d\vec{v}_s + \epsilon_0 \vec{e} \cdot d\vec{e} + \frac{1}{\mu_0} \vec{b} \cdot d\vec{b} \]

S est l’entropie, \( T \) la température, \( \mu_e \) le potentiel chimique électronique, \( N \) le nombre total d’électrons. Les notations en minuscule correspondent à des grandeurs microscopiques : \( \vec{j}_s \) et \( \vec{v}_s \) sont respectivement la densité de courant supraconducteur et la vitesse associée. Le troisième terme de l’identité thermodynamique représente l’énergie de la force électrique exercée sur les quasi-particules. Enfin, \( \vec{e} \) et \( \vec{b} \) sont les champ électrique et magnétique locaux.

Pour passer à une version macroscopique moyennée de cette identité thermodynamique, on ne peut pas simplement remplacer les grandeurs microscopiques par des grandeurs macroscopiques \( \vec{J}_s \), \( \vec{B} \), etc., moyennées à l’échelle de la distance intervortex. D’une part, on ne tiendrait pas compte de l’énergie cinétique des courants microscopiques, qui n’est pas contenue dans le terme \( -(m/e)\vec{j}_s \). D’autre part, l’énergie magnétique serait sous-estimée, parce que la moyenne du carré de \( \vec{b} \) est toujours supérieure au carré de sa moyenne. Il faut donc ajouter un terme correctif, qui doit être proportionnel à la densité de vortex. Cette approche est similaire à l’introduction d’une polarisation dans les milieux diélectriques, ou d’une aimantation dans les milieux magnétiques.

P. Mathieu et Y. Simon ont ainsi proposé en 1988 cette nouvelle identité thermodynamique [77] :

\[ dF = -S dT + \mu_e dN - \frac{m}{e} \vec{J}_s \cdot d\vec{v}_s + \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{E} + \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot d\vec{B} + \vec{e} \cdot d\vec{B}_0 \]  

(1.15)

Le champ de vorticité \( \vec{B}_0 \) (noté \( \vec{\omega} \) dans [60]), est homogène à un champ magnétique, et porté par la direction locale des vortex \( \vec{\nu} \) :

\[ \vec{B}_0 = n_V \varphi_0 \vec{\nu} \]

\( n_V \) est la densité surfacique de vortex, et \( \varphi_0 = h/2e \) le quantum de flux magnétique.

Le potentiel de vortex \( \vec{\varphi} \), homogène à une aimantation, est défini comme la variable thermodynamique conjuguée de \( \vec{B}_0 \). La quantité \( \varphi_0 \vec{\varphi} \) représente l’énergie de ligne d’un vortex, c’est-à-dire l’énergie par unité de longueur à payer pour faire entrer un vortex dans le matériau. Toutes les grandeurs de l’équation (1.15) sont des grandeurs moyennées, même si pour les grandeurs qui ne concernent pas directement la structure du réseau de vortex (température, entropie, potentiel chimique, etc.), nous avons gardé les mêmes notations que précédemment afin de simplifier la présentation. Les champs \( \vec{B}_0 \) et \( \vec{B} \) sont reliés par l’équation de London macroscopique :

\[ \vec{B} + \mu_0 \lambda_L^2 \vec{\nabla} \times \vec{V}_s = \vec{B}_0 \]  

(1.16)

On retrouve l’image habituelle de l’effet Meissner en l’absence de vortex : si \( \vec{B}_0 = 0 \), un courant supraconducteur s’établit de façon à annuler le champ magnétique \( \vec{B} \). En revanche, en présence de vortex, une partie \( \vec{B}_0 \) du champ magnétique \( \vec{B} \) pénètre dans le matériau. Les champs \( \vec{B}_0 \) et \( \vec{B} \) diffèrent en présence d’un courant supraconducteur.

- **Dissipation due aux vortex**

Nous allons maintenant décrire la dissipation due aux vortex. Les vortex sont des zones normales, et sont donc le siège de dissipation lorsqu’ils sont mis en mouvement. Qualitativement, ce phénomène, dit de « flux-flow », est la somme de deux contributions. Bardeen et Stephen [78] considèrent le vortex comme un tube normal entouré de supraconducteur. Lorsque le vortex se déplace, il y a création autour du tube de courants de Foucault qui traversent le cœur normal au cours du mouvement. Un deuxième phénomène, expliqué par Tinkham [79], met en jeu la
1.2. Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur

relaxation du paramètre d’ordre au niveau d’une région parcourue par le vortex, avec un temps caractéristique non nul. Une description plus précise de la dissipation flux-flow est présentée dans la thèse dans la thèse de N. Lütke-Entrup [60], page 21.

Dans l’article [80], T. Hocquet et al. montrent que la densité volumique de puissance dissipée par unité de temps s’écrit :

$$- \left( \frac{Q}{T} \right) \cdot \nabla T + \mathcal{J}_n \cdot \left( \mathbf{E} + \frac{\nabla \mu_e}{e} \right) - \varphi \cdot \left( \mathcal{J}_s + \nabla \times \bar{\varepsilon} \right)$$

(1.17)

En présence d’un gradient de température, un flux de chaleur $\mathbf{Q}$ s’établit. Ainsi, Le premier terme représente la densité volumique d’énergie dissipée par diffusion thermique. Le deuxième terme est la dissipation ohmique usuelle, qui fait intervenir le courant normal $\mathcal{J}_n$, le champ électrique $\mathbf{E}$ et la diffusion par les inhomogénéités de potentiel chimique électronique. Enfin, le dernier terme représente la dissipation liée à la présence de vortex dans le matériau. Le champ de force $\varphi$, associé au courant $\mathcal{J}_s + \nabla \times \bar{\varepsilon}$, est défini par :

$$\varphi = -\mathbf{E} - \frac{1}{e} \nabla \mu_e - \frac{m}{e} \frac{\partial \mathcal{V}_s}{\partial t}$$

(1.18)

Dans une première approximation, on peut supposer que chaque champ dépend uniquement de son courant associé, ce qui revient à négliger les termes croisés dans l’équation (1.17). Cette approximation mène par exemple à la loi d’Ohm locale pour les électrons normaux : $\mathcal{J}_n = \sigma_N \left( \mathbf{E} + \nabla \mu_e / e \right)$. Dans un milieu isotrope, la relation entre $\varphi$ et $\mathcal{J}_s + \nabla \times \bar{\varepsilon}$ s’écrit donc (voir [80]) :

$$\varphi = -\beta_V B_0 \left( \mathbf{v}_L \times \left( \mathcal{J}_s + \nabla \times \bar{\varepsilon} \right) \right) \times \mathbf{v}$$

(1.19)

Le coefficient de réponse $\beta_V$ décrit la dissipation liée à un vortex hors d’équilibre.

En prenant le rotationnel de l’équation (1.19), on trouve à l’aide de la définition de $\varphi$ (équation (1.18)) et de l’équation de London (1.16) la loi de conservation locale du nombre de vortex :

$$\frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v}_L \times \mathbf{B}_0) = 0$$

où la vitesse de ligne $\mathbf{v}_L$ est définie par :

$$\mathbf{v}_L = -\beta_V \mathbf{v} \times \left( \mathcal{J}_s + \nabla \times \bar{\varepsilon} \right)$$

Résumé

À ce stade, nous avons introduit toutes les notations dont nous avons besoin par la suite. Il peut être judicieux de rappeler qu’une liste des principales notations utilisées se trouve au début du manuscrit, avec pour chaque notation le numéro de la page où elle est introduite, et un bref descriptif.

Nous pouvons résumer ce que nous venons de présenter grâce au système de cinq équations vectorielles couplées suivant, qui regroupe les équations de Maxwell-Faraday, Maxwell-Ampère, London, l’équation de conservation du nombre de vortex et l’équation qui traduit la linéarité entre le champ $\varphi$ et son courant associé $\mathcal{J}_s + \nabla \times \bar{\varepsilon}$ :
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

\[ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.20) \]

\[ \nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_s + \sigma_N \vec{E}) \quad (1.21) \]

\[ \vec{B}_0 = \vec{B} + \mu_0 \lambda_2 \nabla \times \vec{V}_s \quad (1.22) \]

\[ \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v}_L \times \vec{B}_0) = 0 \quad (1.23) \]

\[ \vec{v}_L = -\beta \vec{V} \times (\vec{J}_s + \nabla \times \vec{E}) \quad (1.24) \]

Ce système d’équations, avec la relation constitutive du matériau \( \varepsilon(B_0) \), les conditions aux limites sur les champs (à l’infini et à l’interface supraconducteur/vide) et sur les lignes de vortex (à l’interface, voir équation (1.27)), forme un système fermé... ...mais très compliqué à résoudre dans le cas général. Nous allons donc nous placer dans le cas particulier d’un matériau supraconducteur en présence d’un champ magnétique statique \( \vec{B}_0 \) perpendiculaire à sa surface, soumis à une petite excitation \( \vec{B} \) parallèle à la surface. En pratique, le champ directeur \( \vec{B}_0 \) est le champ utilisé pour le piégeage des atomes et le champ \( \vec{B} \) est l’excitation du dipôle atomique.

B. Plaçais et al. [60] ont montré que le bon objet pour décrire la réponse linéaire dans ces conditions est l’impédance de surface, définie par :

\[ Z_s = \frac{\mu_0 E_{\text{surface}}}{B_{\text{surface}}} \]

Nous allons dans un premier temps introduire la structure bimodale des champs dans le cas d’un matériau semi-infini, puis nous calculerons l’impédance de surface pour notre couche d’épaisseur finie.

1.2.3 Électrodynamique à deux modes d’un supraconducteur

- Introduction qualitative

En 1992, le physicien russe E. Sonin [81, 82] a démontré que faire une distinction rigoureuse entre les vortex et les lignes du champ magnétique (équation de London macroscopique (1.22)) suffit à prédire qu’une onde électromagnétique qui se propage dans l’état mixte se décompose en deux « modes » d’équations de dispersion très différentes. Dans un métal normal, pour une fréquence donnée, le champ magnétique s’amortit suivant une exponentielle décroissante sur l’épaisseur de peau. Dans ce modèle de supraconductivité, un champ incident s’amortit dans le matériau comme la somme de deux exponentielles décroissantes. Ce modèle d’électrodynamique à deux modes, à l’encontre des modèles classiques qui développent tous une électrodynamique à un seul mode, a été validé expérimentalement avec une étonnante précision par le groupe de B. Plaçais et Y. Simon [83].

- Principe de l’obtention des deux modes électrodynamiques

La dérivation des deux modes du champ électromagnétique est détaillée page 55 de la référence [60]. Les auteurs considèrent un demi-espace supraconducteur infini \( z < 0 \) dans l’état mixte, en présence d’un champ magnétique directeur \( \vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z \), et d’un petit champ électromagnétique oscillant.
1.2. Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur

\[ \vec{E} = E(z) \bar{u}_y e^{i(kz - \omega t)}, \]
\[ \vec{B} = B_0 + B(z) \bar{u}_x e^{i(kz - \omega t)}, \]
\[ \vec{J}_s = J_s(z) \bar{u}_x e^{i(kz - \omega t)}, \]
\[ \vec{\nu} = \bar{u}_z + \nu(z) \bar{u}_x e^{i(kz - \omega t)}. \]

La géométrie du problème étudié est illustrée sur la figure 1.11. On note \( B \bar{u}_x \) et \( \nu \bar{u}_x \) les perturbations par rapport aux valeurs d’équilibre \( B_0 \) et \( \bar{u}_x \) (\( B \ll |B|, \nu \ll 1 \)). La linéarisation des équations précédentes donne :

\[ ik E = i \omega B, \]
\[ B_0 \nu = B + i k \mu_0 \lambda^2 \bar{J}_s, \]
\[ \frac{\omega}{k} \nu = \beta V (J_s + i k \bar{\varepsilon}). \]  
(1.25)  
(1.26)

Les conditions aux limites pour les champs électromagnétiques sont les conditions de passage usuelles. La condition limite de vortex peut s’écrit en reliant, dans le plan de la surface, le déplacement \( u_{\text{surface}} \) d’un vortex par rapport à sa position d’équilibre et l’angle \( \nu_{\text{surface}} \) entre la ligne de vortex et l’axe \( z \) (normal à la surface) :

\[ u_{\text{surface}} + l \nu_{\text{surface}} = 0 \]  
(1.27)

où \( l \) est le rayon de courbure d’un défaut de surface (voir figure 1.12). L’interprétation de \( l \) est simple :

- Si \( l = 0 \) : \( u_{\text{surface}} = 0 \). Les vortex ne se déplacent pas, ce qui correspond à une surface très rugueuse, et donc un ancrage fort des vortex sur la surface
- Si \( l \to \infty \) : \( \nu_{\text{surface}} \to 0 \). Les vortex sont droits et alignés avec \( \bar{u}_x \), ce qui correspond à une surface idéalement lisse.

Si on récrit le jeu d’équations (1.25),(1.26) sous forme matricielle pour le vecteur \( (E, B, J_s, \nu) \), et qu’on cherche ensuite les valeurs de \( k \) qui annulent le déterminant de la matrice, on obtient...
une relation de dispersion bicarrée, en $k^4$. L’équation de dispersion a les deux solutions physiques suivantes :

$$\lambda_1 = \frac{1}{ik_1} = \lambda_f = \frac{\delta_f}{2} (1 + i) = \sqrt{\frac{i\theta_f}{\mu_0 \omega}}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{ik_2} = \lambda_V.$$  \hspace{1cm} (1.28)

Nous obtenons ainsi les longueurs caractéristiques des deux modes du champ électromagnétique dans le supraconducteur :

$\delta_f, \sigma_f$ → l’épaisseur de peau flux-flow $\delta_f$

Nous avons vu que le flux-flow est une source de dissipation dans le supraconducteur. On peut donc lui associer une conductivité $\sigma_f$. L’épaisseur de peau flux-flow, grandeur homogène à une longueur, peut être reliée à la conductivité flux-flow de la même façon que l’épaisseur de peau est reliée à la conductivité dans un métal normal :

$$\delta_f = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma_f \omega}}$$

Le premier mode, caractérisé par $\lambda_f = \delta_f (1 + i)/2$, correspond à une situation où $\nabla \times \vec{V}_s = 0$, c’est-à-dire $\vec{B} = \vec{B}_0$, et les lignes de vortex sont alignées avec les lignes de champ magnétique.

$\lambda_V$ → la profondeur de cicatrisation des distortions du réseau de vortex en surface $\lambda_V$.

Dans un échantillon standard, chimiquement homogène, mais qui a tous les défauts cristallins usuels, les seules distorsions importantes du réseau de vortex restent quasi-superficielles, et résultent de l’adaptation d’un réseau régulier en volume aux conditions limites désordonnées.
imposées par une surface rugueuse. Autrement dit, les conditions aux limites imposent aux lignes de vortex (lignes \( \psi = 0 \)) de se terminer normalement à la surface microscopique. Cette condition sur le paramètre d’ordre \( \partial \psi / \partial \vec{n} = 0 \) est inscrite dans la théorie de Ginzburg-Landau.

Le deuxième mode est donc caractérisé par \( \lambda_V \), qui s’exprime en fonction de la longueur de London \( \lambda_L \) et de l’épaisseur de peau \( \delta_N \) associée à la conductivité normale, de la façon suivante :

\[
\lambda_V := \lambda_L \sqrt{\frac{\beta_V \varepsilon}{\omega}} \left( \frac{1}{\delta_f^2} - \frac{1}{\delta_N^2} \right)
\]

\[
\simeq \lambda_L \sqrt{\frac{\mu_0 \varepsilon}{B_0 + \mu_0 \varepsilon}} \quad \text{si} \quad B_0 \ll B_{c2} \quad \text{voir [60] page 51}.
\]

\( B_{c2} \) est le champ magnétique au-delà duquel le matériau transite dans la phase normale [84], et vaut environ 4,5 T dans notre expérience (voir sous-section 2.6.5 page 73). Le champ directeur \( B_0 \), lui, vaut au plus quelques centaines de Gauss, c’est-à-dire quelques dizaines mT, et l’approximation est donc bien justifiée.

La pénétration d’un champ électromagnétique incident dans le matériau supraconducteur se fait via deux modes, sur des longueurs caractéristiques \( \delta_f \) et \( \lambda_V \). La condition aux limites sur la surface rugueuse fixe le poids de ces deux modes, et fait intervenir la longueur phénoménologique de l’ancrage en surface, \( l \).

### 1.2.4 Calcul de l’impédance de surface de la puce supraconductrice

- Position du problème

À cause de cette structure bimodale, il n’existe pas de relation linéaire dans le supraconducteur entre le champ électrique et le courant. On ne peut donc pas définir une conductivité locale, que l’on injecterait dans la formule (1.10) page 21, qui lie le temps de vie aux partie réelles et imaginaires de la conductivité locale. Nous allons donc calculer l’impédance de surface, que nous traduirons en conductivité locale équivalente par la formule :

\[
\sigma_S = (Z_S h)^{-1}
\]

On considère une couche supraconductrice d’épaisseur \( h \) suivant \( z \), et infinie dans le plan \( xy \), plongée dans un champ magnétique directeur \( B_0(x,y) \). En pratique, ce champ est celui qui sert pour le piégeage magnétique des atomes (voir chapitre 3). On fait de plus l’hypothèse (simplificatrice) que \( B_0(x,y) \) est suivant \( z \) sur tout le volume de l’échantillon.

Les champs électrique et magnétique sont alors donnés par les expressions suivantes :

\[
\bar{E} = E(z) \bar{u}_y e^{-i\omega t} \quad \text{et} \quad \bar{B} = B_0(x,y) \bar{u}_z + B(z) \bar{u}_x e^{-i\omega t}
\]

Afin de déterminer l’impédance de surface du matériau, définie par :

\[
Z_s = \mu_0 E(h/2) / B(h/2)
\]

il faut exprimer \( E(h/2) \) en fonction de \( B(h/2) := b_0 \).
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

- **Champs électrique et magnétique**

  **Remarque**
  Si l’épaisseur $h$ du matériau est inférieure à typiquement 3 fois l’épaisseur de peau flux-flow $\delta_f$, il faut prendre en compte l’interférence dans le volume des champ électromagnétique qui pénètrent des deux côtés de la lame (voir [60]). Dans la sous-section 1.2.5 page 38, nous discuterons de la valeur de tous les paramètres introduits, et nous verrons qu’un ordre de grandeur typique de $\delta_f$ dans notre expérience est $10 \mu m$, alors que l’épaisseur $h$ de notre couche de niobium est environ $1 \mu m$. Autrement dit, la situation est profondément dans le régime d’effet de taille. C’est pour cela que nous allons choisir des dépendances en cosinus et sinus hyperboliques et non pas en simples exponentielles décroissantes pour les champs.

  Notre couche de niobium a des dimensions et une pureté très différentes des échantillon des auteurs de [60]. Nous ne pouvons donc pas utiliser directement leur expression d’impédance de surface (formule (3.52) page 62 de la référence [60]), obtenue en négligeant des termes qui ne sont pas négligeables dans notre expérience. La formule que nous dérivons dans la suite (1.32) est donc plus compliquée que celle de [60].

  La dépendance suivant $z$ de $E(z)$ et $B(z)$ est prise sous la forme des deux modes en $\lambda_f$ et $\lambda_V$, en régime d’effet de taille (voir la remarque précédente).

  Dans la géométrie plan infini, un courant oscillant $K = \int_{-h/2}^{h/2} J_y(z) dz$ donne un champ magnétique antisymétrique en $z$ : $B(\pm h/2) := \pm b_0$, avec, d’après le théorème d’Ampère : $b_0 = \mu_0 K/2$. On postule donc les deux expressions suivantes pour les champs, qui se déduisent l’une de l’autre par l’équation de Maxwell-Faraday (1.20).

  \[
  \begin{align*}
  \frac{B(z)}{b_0} &= \beta_1 \frac{\text{sh}(z/2\lambda_f)}{\text{sh}(h/2\lambda_f)} + \beta_2 \frac{\text{sh}(z/2\lambda_V)}{\text{sh}(h/2\lambda_V)} \\
  \frac{E(z)}{-i\omega b_0} &= \beta_1 \frac{\text{ch}(z/\lambda_f)}{\text{sh}(h/2\lambda_f)} + \beta_2 \frac{\text{ch}(z/\lambda_V)}{\text{sh}(h/2\lambda_V)}
  \end{align*}
  \]

  Pour ce calcul, l’origine des $z$ a été prise au milieu de la lame, afin de tirer partie des symétries du problème. Ces Ansatz pour le champ électromagnétique sont illustrés sur la figure 1.13.

  **Déplacement et inclinaison des vortex**

  En éliminant $J_y$ entre les équations (1.25) et (1.26), on trouve que le déplacement $u(z)$ et l’inclinaison $\nu(z)$ des vortex sont donnés par :

  \[
  \begin{align*}
  B_0 u(z) &= \beta_1 \lambda_f \frac{\text{ch}(z/\lambda_f)}{\text{sh}(h/2\lambda_f)} - B_0 \frac{\mu_0 \varepsilon}{\beta_2 \lambda_V} \frac{\text{ch}(z/\lambda_V)}{\text{sh}(h/2\lambda_V)} \\
  B_0 \nu(z) &= \beta_1 \frac{\text{sh}(z/\lambda_f)}{\text{sh}(h/2\lambda_f)} - B_0 \frac{\mu_0 \varepsilon}{\beta_2} \frac{\text{sh}(z/\lambda_V)}{\text{sh}(h/2\lambda_V)}
  \end{align*}
  \]

  **Conditions aux limites**

  Nous pouvons maintenant traduire les conditions aux limites en $y = \pm h/2$ :

  \[
  \begin{align*}
  B(\pm h/2) &= \pm b_0 \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 = 1 \\
  \nu(\pm h/2) &= -u(\pm h/2)/l \Rightarrow \beta_1 \left( \lambda_f \coth \frac{h}{2\lambda_f} + l \right) = L_S \beta_2
  \end{align*}
  \]

36
1.2. Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur

Fig. 1.13: Ansatz pour le champ électromagnétique : le champ magnétique est symétrique en z (cosinus hyperboliques), et le champ électrique antisymétrique en z (sinus hyperboliques). Chaque champ se décompose sur les deux modes de longueurs caractéristiques $\lambda_f$ et $\lambda_V$, suivant les équations (1.31)

avec $L_S := \frac{B_0}{\mu_0 \varepsilon} (l + \lambda_V)$. 

On obtient ainsi les expressions de $\beta_1$ et $\beta_2$ :

\[
\begin{align*}
\beta_1 &= \frac{L_S}{L_S + l + \lambda_f \coth (h/2\lambda_f)} \\
\beta_2 &= \frac{l + \lambda_f \coth (h/2\lambda_f)}{L_S + l + \lambda_f \coth (h/2\lambda_f)}
\end{align*}
\]

Le résultat précédent est obtenu dans l’approximation $\coth (h/2\lambda_V) \approx 1$, parfaitement valable car $h=920\text{ nm}$ et $\lambda_V \sim \lambda_L \sim 45\text{ nm}$.

- **Résultat**

Il suffit maintenant d’injecter les expressions précédentes de $\beta_1$ et $\beta_2$ dans les équations (1.31) sur les champs électrique et magnétique pour obtenir l’impédance de surface :

\[
Z_s = -i\mu_0 \omega \frac{l\lambda_V + \lambda_f (\lambda_V + L_S) \coth (d/2\lambda_f)}{l + L_S + \lambda_f \coth (d/2\lambda_f)}
\]

Cette formule est le premier résultat théorique de ma thèse. Nous avons calculé l’impédance de surface de notre couche de niobium en régime d’effet de taille, dans le cadre de la réponse linéaire multimode à une excitation électromagnétique. Nous allons pouvoir utiliser ce résultat pour calculer le temps de vie d’un nuage atomique piégé au voisinage de la puce.

L’équation (1.32) fait intervenir de nombreux symboles, et il est maintenant temps d’estimer tous les paramètres qui interviennent dans ce problème.
1.2.5 Estimation des paramètres pertinents

- Le potentiel de vortex $\varepsilon$

Rappelons qu’$\varepsilon$ est la variable conjuguée de $B_0$. $\phi_0\varepsilon$ est l’énergie de ligne d’un vortex (énergie par unité de longueur). Pour estimer $\varepsilon$, on peut se servir de ses asymptotes à faible et fort champ $B_0$ (voir [60] page 50) :

\[
\left\{ \begin{array}{l}
\mu_0\varepsilon = B_{c_1} - B_0 \quad \text{pour } B_0 \ll B_{c_1} \text{ (asymptote bas champ)} \\
\mu_0\varepsilon = \frac{B_{c_2} - B_0}{2\kappa^2} \quad \text{pour } B_{c_2} - B_0 \ll B_{c_2} \text{ (asymptote Abrikosov [85])}
\end{array} \right.
\]

Voici quelques ordres de grandeur :

→ Dans le niobium pur à 4.2 K, $B_{c_2}^{\text{pur}} = 0.29$ T [86]. Notre échantillon est très impur, et on s’attend à avoir un champ critique $B_{c_2}$ plus grand que pour le niobium pur. En effet, la présence de défauts permet d’avoir un meilleur ancrage des vortex et donc une plus grande stabilité de l’état mixte. Pour notre échantillon, nous estimons $B_{c_2} = 4.5$ T, soit 15.5 fois plus (voir sous-section 2.6.5).

→ $B_{c_1}$ peut être estimé grâce à la formule (1.14) : $B_{c_1}B_{c_2} \approx B_{c_2}^2$. Le champ critique $B_c$ est une propriété thermodynamique du niobium, qui ne dépend pas de la pureté de l’échantillon. Si $B_{c_2}$ a été multiplié par 15.5 en passant du niobium pur à notre échantillon, $B_{c_1}$ doit donc être divisé par 15.5 par rapport à sa valeur dans le niobium pur, qui est 0.12 T [86]. On trouve ainsi :

\[B_{c_1} \approx 80 \text{ G}\]

→ En linéarisant les équations de Ginzburg-Landau, on trouve l’expression suivante : $\kappa = B_{c_2} / \sqrt{2}B_c$ ([60] page 13). Le paramètre de Ginzburg-Landau $\kappa$ est donc à multiplier par 15.5 par rapport à sa valeur dans le niobium pur, qui est 1.2 [86]. On obtient $\kappa \simeq 18.6$

La figure 1.14 montre $\mu_0\varepsilon/B_{c_1}$ en fonction de $B_0$ en Gauss. En trait continu bleu, on a l’asymptote d’Abrikosov, valable pour $B_{c_2} - B_0 \ll B_{c_2}$. En pointillés rouges, on a l’asymptote bas champ. Le vrai $\varepsilon$ est entre les deux, donc sur un intervalle de 0 à 200 G, on peut raisonnablement prendre une valeur constante pour $\varepsilon$ :

$$\mu_0\varepsilon \approx 0.9B_{c_1} \approx 70 \text{ G}$$

Application numérique

Fig. 1.14: Tension de ligne d’un vortex en fonction du champ magnétique directeur. Trait bleu plein : asymptote Abrikosov. Trait pointillé rouge : limite bas champ.
1.2. Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur

- La profondeur de pénétration du mode 2 : \( \lambda_V \)

Nous avons déjà vu à l’équation (1.29) page 35 que pour un champ magnétique \( B_0 \) petit devant \( B_{c2} \),

\[
\lambda_V(x, y) \simeq \lambda_L \sqrt{\frac{\mu_0 \varepsilon}{B_0(x, y) + \mu_0 \varepsilon}}.
\]

La longueur d’onde de London, indépendante de la pureté de l’échantillon, peut être mesurée [87], et vaut :

\[
\lambda_L \sim 45 \text{ nm}
\]

Enfin, \( B_0 \) est le champ magnétique directeur normal à la surface. Ce champ peut aller de quelques G à 200 G environ, et dépend du point \( (x, y) \).

Pour \( B_0 = 100 \text{ G} \), \( \lambda_V = 29 \text{ nm} \).

- Lien entre le courant critique et la longueur \( l \)

Le courant critique est lié à l’inclinaison critique \( \nu_c \) des lignes de vortex par la relation (voir [60] page 51) :

\[
I_c = \oint_C J_d d^2r = \left| \oint_C \nabla \times \mathbf{v} d^2r \right| = \oint_C \varepsilon dr \frac{h \in L_y}{\partial C} \simeq 2L_y \varepsilon \sin \nu_c \simeq 2L_y \varepsilon \nu_c
\]

où \( C \) est la section de l’échantillon, \( \partial C \) son périmètre, et \( L_y \) est sa largeur (voir figure 1.11). La densité de courant critique \( K_c := I_c/2L_y \) est donc égale à \( K_c = \varepsilon \nu_c \). On peut alors relier l’angle critique \( \nu_c \) à la longueur phénoménologique \( l \) par la condition limite \( u + l \nu = 0 \) (équation (1.27)), en admettant que le déplacement \( u \) des vortex vaut environ \( a_0 \), distance inter-vortex, lorsque le courant vaut \( I_c \). Autrement dit :

\[
K_c = \varepsilon \frac{a_0}{l} \quad \text{c’est-à-dire} \quad l = \frac{\varepsilon a_0}{K_c}
\]

Quand on fait circuler un courant continu \( K \) dans le fil (le courant de piégeage), on peut approximativement remplacer \( K_c \) par l’écart \( K_c - K \) au courant critique. De plus, la distance inter-vortex \( a_0 \) est de l’ordre de \( a_0 \simeq \sqrt{\varphi_0 / B_0} \). On obtient finalement l’expression suivante pour \( l \) :

\[
l(x, y, K) = \frac{\varepsilon L_y}{I_c - I} \sqrt{\frac{\varphi_0}{B_0(x, y)}}
\]

\( \varepsilon \) est la tension de ligne du vortex, \( \varphi_0 \) est le quantum de flux, \( I_c \) vaut 1,76 A dans notre échantillon (voir sous-section 2.6.5). \( L_y \) est la largeur de l’échantillon, soit 40 \( \mu \text{m} \). \( I \) est le courant que l’on fait passer dans le fil supraconducteur. Dans un piège magnétique standard, ce courant vaut 1,4 A (voir chapitre 4).

Pour \( B_0 = 100 \text{ G} \), on trouve \( l = 0,25 \mu \text{m} \).
**Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice**

En injectant l’expression de \( l \) dans la définition

\[
L_S := \frac{B_0}{\mu_0 \varepsilon} (l + \lambda_V)
\]
de l’intermédiaire de calcul \( L_S \), on obtient directement :

\[
L_S(x, y, K) \simeq \sqrt{\frac{\rho_0}{\mu_0}} \sqrt{\frac{B_0(x, y)}{K + K_c}} + \frac{B_0(x, y)}{\mu_0 \varepsilon} \lambda_V
\]

Pour \( B_0 = 100 \text{ G} \), on trouve \( L_S = 0,42 \mu \text{m} \).

**Application numérique**

\[
L_S(x, y, K) \simeq \sqrt{\frac{\rho_0}{\mu_0}} \sqrt{\frac{B_0(x, y)}{K + K_c}} + \frac{B_0(x, y)}{\mu_0 \varepsilon} \lambda_V
\]

- **L’épaisseur de peau flux-flow \( \lambda_f \) ou \( \delta_f \)**

  Par définition :

  \[
  \lambda_f = \frac{\delta_f}{2} = \frac{\sqrt{2} \rho_f}{\mu_0 \omega} 1 + i
  \]

  \( \rho_f \) est la résistivité flux-flow, qui peut être approximée par [88] :

  \[
  \rho_f \simeq \rho_N \frac{B_0}{B_c^2}
  \]

  On obtient par conséquent :

  \[
  \delta_f(x, y) = \sqrt{\frac{2 \rho_N}{2 \mu_0 \omega} \frac{B_0(x, y)}{B_c^2}}
  \]

  \( \rho_N = 15 \mu \text{Ω} \cdot \text{cm} \) est la résistivité normale du matériau et \( B_c = 4,5 \text{ T} \). Les valeurs de ces deux quantités sont discutées dans la sous-section 2.6.5 page 73. La fréquence de retournement des spins atomiques \( \omega \) vaut \( \simeq 2 \pi \cdot 1 \text{ MHz} \).

  Pour \( B_0 = 100 \text{ G} \), on trouve \( \delta_f = 9,2 \mu \text{m} \).

**1.2.6 Comparaison aux théories locales**

L’expression de l’impédance de surface \( Z_S \) trouvée à l’équation (1.32) peut être traduite en terme de « conductivité locale équivalente » \( \sigma_S \), via l’épaisseur \( h \) de l’échantillon :

\[
\sigma_S = (Z_S h)^{-1}
\]

On peut alors injecter cette conductivité dans la formule de P.K. Rekdal (équation (1.10) page 21) afin d’estimer le temps de vie du nuage piégé. Les courbes de la figure 1.15 présentent l’évolution du temps de vie en fonction de la distance à la puce, pour trois modèles de supraconductivité différents. L’échelle des distances est graduée soit en échelle linéaire (en haut), soit en échelle logarithmique (en bas). La courbe rouge représente les résultats obtenus à partir du
1.2. Théorie non-locale de la réponse linéaire dynamique d’un supraconducteur

modèle à deux fluides, la courbe verte à partir de la théorie BCS, et la courbe bleue est obtenue en injectant dans la formule (1.10) la conductivité locale équivalente $\sigma_S$ de la théorie à deux modes. Ces trois courbes sont tracées pour notre couche de niobium.

On voit que le temps de vie calculé en présence de vortex est inférieur à celui prévu par la théorie BCS, lui-même inférieur à celui du modèle à deux fluides. C’est une signature de la dissipation, faible mais non nulle, due au mouvement du réseau de vortex. Sur le même graphe, en mauve, on a représenté les résultats obtenus au-dessus d’une couche de métal à la même température. La conductivité du métal est prise égale à $3.7 \cdot 10^7 \, (\Omega \cdot m)^{-1}$, comme dans l’article [3]. Le temps de vie lié aux collisions avec le gaz résiduel, qui vaut 115 s dans notre expérience (voir l’article [58] joint en annexe C), est indiqué en pointillés noirs. Il serait pessimiste de penser que l’on peut uniquement mesurer des temps de vie au-dessous de la droite noire. On pourrait par exemple utiliser la même approche que V. Vuletić dans [2], et corriger le temps de vie mesuré du temps de vie loin de la puce. Si on admet que l’on peut mesurer un écart de 2% par rapport au temps de vie loin de la puce $\tau_{\text{loin}}$, on peut mesurer une contribution $\tau_{\text{supra}}$ au temps de vie total $\tau$ donnée par :

$$\frac{1}{0.98\tau_{\text{loin}}} = \frac{1}{\tau_{\text{loin}}} + \frac{1}{\tau_{\text{supra}}}$$

La limite de résolution de notre dispositif est donc donnée par :

$$\tau_{\text{supra}} = \tau_{\text{loin}} \frac{1}{0.98} - 1 \simeq 5 \cdot 10^3 \, s$$

Cette limite est tracée sur la courbe 1.15 en traits noirs pointillés.

1.2.7 Conclusion de la section 1.2

La dissipation par le réseau de vortex joue donc un rôle non négligeable dans la limitation du temps de vie du nuage piégé au voisinage de la surface supraconductrice. La figure 1.15 montre que pour des distances inférieure à 10 µm, le temps de vie prévu par le modèle à deux modes passe sous la limite de résolution de notre dispositif. De telles distances sont accessibles dans les expériences de puce à atomes, et nous prévoyons de mesurer le temps de vie du nuage en fonction de la distance à court terme. Cette mesure constituerait un test de la théorie à deux modes, dans des conditions expérimentales complémentaires de celles étudiées par B. Plaçais et al.

Néanmoins, cette prédiction a été obtenue en considérant un plan infini avec une densité de vortex homogène dans le plan. Cette densité correspond à un champ directeur $B_0 = 100 \, G$, qui est le champ directeur maximal dans le vrai dispositif. Autrement dit, nous avons sur-estimé l’effet de la dissipation due aux vortex en considérant un plan infini avec une densité de vortex homogène, égale à la densité de vortex maximale dans le vrai dispositif expérimental. Une extension de ce calcul, que nous prévoyons d’implémenter très prochainement, consisterait en un calcul direct du tenseur de Green sans passer par la décomposition de Weyl. Ce calcul, effectué dans l’espace réel, est en cours de réalisation.

En conclusion, les temps de vie prévus sont beaucoup plus élevés que ceux mesurés au-dessus d’une surface métallique, et surtout bien meilleurs que le temps de vie lié aux collisions avec le gaz résiduel. Ces prévisions théoriques sont donc très encourageantes et confèrent aux puces à atomes supraconductrices un réel potentiel en terme d’applications des micropièges magnétiques très confinants.
Chapitre 1. Interactions entre un nuage d’atomes froids et une surface supraconductrice

Fig. 1.15: Temps de vie en fonction de la distance à la puce, calculé à partir de la formule de P.K. Rekdal (équation (1.10) page 21) qui fait intervenir la conductivité locale du matériau. L’échelle de temps de vie est logarithmique dans les deux figures. L’échelle des distances est linéaire dans la figure du haut, et logarithmique dans la figure du bas. La courbe rouge représente les résultats obtenus à partir du modèle à deux fluides, la courbe verte à partir de la théorie BCS, et la courbe bleue est obtenue en injectant dans la formule (1.10) la conductivité locale équivalente de la théorie à deux modes \( \sigma_S = (Z_S h)^{-1} \). L’impédance de surface \( Z_S \) est donnée à l’équation (1.32) page 37. Les trois courbes précédentes sont obtenues pour du niobium à 4,2 K. La courbe mauve est obtenue au-dessus d’une couche métallique de même épaisseur, à la même température, de conductivité typique \( (3,7 \cdot 10^7 \ (\Omega \cdot m)^{-1}) \). Le temps de vie que nous avons mesuré à une distance de 440 \( \mu m \) vaut 115 s. Il est limité par les collisions avec le gaz résiduel, et est indiqué en traits continus noirs. Enfin, si on admet que l’on peut mesurer un écart de 2% par rapport au temps de vie loin de la puce, on obtient la limite de résolution du dispositif expérimental en traits noirs pointillés.
# Chapitre 2
## Dispositif expérimental

<table>
<thead>
<tr>
<th>Section</th>
<th>Title</th>
<th>Page</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>2.1</td>
<td>Le système optique</td>
<td>46</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.1</td>
<td>Structure hyperfine de l’atome de rubidium 87</td>
<td>46</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.2</td>
<td>Réglage de la fréquence des lasers</td>
<td>46</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.3</td>
<td>Réglage de la puissance des lasers</td>
<td>49</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2</td>
<td>Une source externe d’atomes : le piège magnéto-optique 2D</td>
<td>51</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2.1</td>
<td>Présentation</td>
<td>51</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2.2</td>
<td>Optique</td>
<td>53</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2.3</td>
<td>Résultats</td>
<td>53</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3</td>
<td>Le cryostat</td>
<td>55</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3.1</td>
<td>Vue d’ensemble</td>
<td>55</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3.2</td>
<td>Les écrans thermiques, ou « jupes »</td>
<td>56</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3.3</td>
<td>Les fils dans le cryostat</td>
<td>57</td>
</tr>
<tr>
<td>2.4</td>
<td>La zone expérimentale cryogénique</td>
<td>59</td>
</tr>
<tr>
<td>2.4.1</td>
<td>Cœur de l’expérience</td>
<td>59</td>
</tr>
<tr>
<td>2.4.2</td>
<td>Calibration des bobines supraconductrices</td>
<td>60</td>
</tr>
<tr>
<td>2.4.3</td>
<td>Mesure des courants de Foucault dans le dispositif</td>
<td>64</td>
</tr>
<tr>
<td>2.5</td>
<td>Piège magnéto-optique cryogénique</td>
<td>65</td>
</tr>
<tr>
<td>2.5.1</td>
<td>Principe du piège magnéto-optique miroir</td>
<td>65</td>
</tr>
<tr>
<td>2.5.2</td>
<td>Optique</td>
<td>66</td>
</tr>
<tr>
<td>2.5.3</td>
<td>Caractérisation du piège magnéto-optique miroir</td>
<td>67</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6</td>
<td>La puce à atomes</td>
<td>70</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6.1</td>
<td>Champ créé par un fil en forme de U ou de Z et un champ homogène</td>
<td>70</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6.2</td>
<td>Schéma de la puce</td>
<td>71</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6.3</td>
<td>La puce dans le cryostat</td>
<td>72</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6.4</td>
<td>Protection des fils de la puce</td>
<td>73</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6.5</td>
<td>Caractérisation de la puce supraconductrice</td>
<td>73</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Introduction du chapitre 2

Nous avons vu dans ce qui précède que le piégeage d’atomes froids au voisinage d’une puce à atomes supraconductrice ouvre d’intéressantes perspectives. Nous allons maintenant décrire le dispositif expérimental cryogénique que nous avons développé pendant ma thèse.

La pression de vapeur saturante du rubidium à 4,2 K est trop faible pour charger directement un piège magnéto-optique (PMO) dans le cryostat. La source d’atomes est un piège magnéto-optique bidimensionnel (PMO2D) dans une cellule ultra-vide à température ambiante. Les atomes sont d’abord chargés dans ce piège, avant d’être envoyés dans le cryostat et d’arriver à une distance de 2,3 mm de la puce à atomes, placée verticalement dans le cryostat. Ils sont ensuite capturés dans un piège magnéto-optique miroir, que l’on appellera indifféremment piège magnéto-optique quadrupolaire ou piège magnéto-optique cryogénique.

La figure 2.1 est une vue schématique générale de l’expérience, et montre la source atomique, le cryostat et la puce à atomes. Nous adopterons le repère suivant, rappelé sur chaque figure : $y$ est la normale sortante à la puce, la gravité est suivant $-z$, et $x$, parallèle à la puce, est choisi pour avoir le trièdre $xyz$ direct.

Avant de décrire en détail la zone expérimentale, composée de bobines et de la puce supraconductrice, nous allons nous intéresser aux lasers utilisés pour les manipulations optiques des atomes de $^{87}$Rb.
Fig. 2.1: Schéma d’ensemble de l’expérience. Les lasers suivant l’axe $x$ ne sont pas représentés. Les atomes sont chargés dans un piège magnéto-optique bidimensionnel, dans une cellule à vide à température ambiante, puis sont poussés et capturés dans un piège magnéto-optique miroir cryogénique en face de la puce à atomes.
2.1 Le système optique

2.1.1 Structure hyperfine de l’atome de rubidium 87

Le but de l’expérience à moyen terme est d’obtenir l’excitation d’un atome d’un condensat vers un état de Rydberg circulaire. Le schéma d’excitation de l’atome de rubidium vers les états de Rydberg est bien connu [89], ce qui a motivé le choix initial de l’atome de rubidium. Le rubidium est présent majoritairement sous deux formes isotopiques : le \(^{85}\text{Rb}\), forme majoritaire à l’état naturel, est très bien connu dans notre groupe [49] mais possède une longueur de diffusion en ondes s négative, ce qui n’est pas propice à la condensation de Bose-Einstein à faible champ magnétique. En revanche, la longueur de diffusion en ondes s de l’isotope 87 de cet alcalin est positive et assez grande : 100 \(a_0\), où \(a_0\) est le rayon de Bohr, contre par exemple 45 \(a_0\) pour le \(^{23}\text{Na}\). On peut donc assez facilement condenser le \(^{87}\text{Rb}\) par refroidissement par évaporation forcée [90], ce qui en fait un bon choix pour une expérience d’atomes froids. D’autre part, les sources lasers accordables sur les transitions du rubidium, en particulier celles autour de \(\lambda = 780\ \text{nm}\) (raie D2) sont bon marché et très faciles à trouver. Pour toutes ces raisons, plus de 120 groupes recensés par le site [91] piégent des atomes de \(^{87}\text{Rb}\) !

Nous utiliserons la convention usuelle de nomenclature des niveaux atomiques, rappelée en détail dans [92]. Un niveau électronique de nombre quantique principal \(n\), de nombre quantique de spin \(S\), de moment cinétique orbital \(L\) et de moment angulaire total \(J\) sera noté : \(n^{2S+1}L_J\). On utilise une lettre pour \(L\), avec les notations habituelles : \(S\) correspond à \(L = 0\), \(P\) à \(L = 1\), \(D\) à \(L = 2\)... La figure 2.2 résume la structure hyperfine du \(^{87}\text{Rb}\), et précise les quatre lasers utilisés dans notre expérience :

\(\rightarrow\) Le piégeage et le refroidissement Doppler sont réalisés par le laser maître sur la transition \(|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle\) de la raie D2. La fréquence de ce laser est initialement décalée vers le rouge de 20 MHz pour le chargement du premier piège magnéto-optique, c’est-à-dire quelques fois la largeur de la raie D2, \(\Gamma \simeq 6\ \text{MHz}\). Au cours de la séquence expérimentale, le décalage vers le rouge passe de -3 \(\Gamma\) à -10.2 \(\Gamma\).

\(\rightarrow\) La probabilité d’excitation \(|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle\) par le laser maitre est faible mais non nulle, et les atomes excités peuvent tomber dans l’état noir \(|F = 1\rangle\). Le laser repompeur hyperfin est accordé sur la transition inverse \(|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle\). Les atomes peuvent alors retomber avec une faible probabilité de \(|F' = 2\rangle\) vers \(|F = 2\rangle\), niveau utilisé pour le piégeage.

\(\rightarrow\) L’observation des atomes s’effectue par absorption d’un laser sonde, accordé à résonance sur la transition cyclante \(|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle\).

\(\rightarrow\) Le piégeage magnétique du nuage est réalisé dans le sous-niveau Zeeman \(|F = 2, m_F = +2\rangle\). Ce niveau est peuplé à l’aide d’un laser de pompage Zeeman, accordé finement autour de la transition \(|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle\). Ce pompage Zeeman sera décrit plus en détail dans la sous-section 3.3.3.

Avant de pouvoir utiliser un faisceau laser, il faut pouvoir régler sa fréquence, choisir et éventuellement amplifier sa puissance, et enfin s’assurer de la stabilité des divers éléments optiques. La figure 2.3 résume ces différentes étapes. Une description plus complète des éléments de la table optique est donnée en annexe A.

2.1.2 Réglage de la fréquence des lasers

Pour asservir la fréquence d’une diode laser, on réalise une spectroscopie d’absorption saturée sur une vapeur de rubidium à température ambiante. Le principe détaillé de l’absorption saturée...
et de la notion de *cross-over* est donné dans [93]. La technique d’absorption saturée permet de résoudre la structure hyperfine des transitions en éliminant l’élargissement Doppler. Une faible modulation du courant de la diode laser à une fréquence d’environ 100 kHz sert pour un dispositif de détection synchrone, et permet de verrouiller la fréquence de la diode. La figure 2.4 présente un spectre d’absorption saturée typique. On voit que le signal correspondant aux *cross-overs* est plus important que celui des raies directes. C’est pour cela que l’on choisit de verrouiller la fréquence des lasers sur le *cross-over* (2,3) pour les lasers correspondants au niveau $|F = 2\rangle$ (maître, sonde et pompage Zeeman), et sur le *cross-over* (1,2) pour le repompeur hyperfin, qui part du niveau $|F = 1\rangle$. Des modulateurs acousto-optiques (MAO) servent à réaliser l’ajustement fin de la fréquence des lasers.

Les fréquences des différents modulateurs acousto-optiques de notre expérience sont résumées dans le tableau 2.1. Nous avons choisi d’utiliser deux types de modulateurs acousto-optiques : des MAO en simple passage centrés sur 80 MHz, permettant de régler la puissance des lasers, et des MAO en double passage dans les boucles d’asservissements, utilisés pour régler la fréquence des lasers, centrés sur 200 MHz. Prenons l’exemple du laser maître. Le *cross-over* utilisé est
**Chapitre 2. Dispositif expérimental**

**Fig. 2.3:** Schéma de la préparation d’un faisceau laser : correction de l’astigmatisme, asservissement en fréquence, et éventuelle amplification. Un modulateur acousto-optique simple passage permet de choisir la puissance du faisceau. Un modulateur acousto-optique double passage permet de choisir la fréquence du laser. Le montage en « œil de chat » (lentille, lame λ/4 et miroir deux à deux espacés du double de la distance focale de la lentille) assure que l’alignement ne dépend pas de la fréquence.

**Fig. 2.4:** Structures hyperfines des transitions $|F = 2 \rangle \rightarrow |F' = 1, 2, 3 \rangle$ (à gauche) et $|F = 1 \rangle \rightarrow |F' = 0, 1, 2 \rangle$ (à droite) et les *cross-overs* associés. Les spectres sont obtenus par absorption saturée.

décalé de $-133,5 \text{ MHz}$ par rapport à la transition $|F = 2 \rangle \rightarrow |F' = 3 \rangle$. Le modulateur acousto-optique double passage réglé sur $-193,5 \text{ MHz}$ dans la boucle d’asservissement décale la fréquence du laser de $+193,5 \text{ MHz}$ et la fixe à $+60 \text{ MHz}$ de la résonance. Le modulateur acousto-optique
2.1. Le système optique

simple passage, réglé sur $-80\text{ MHz}$ permet de régler la fréquence finale à $-20\text{ MHz}$. On obtient ainsi un décalage vers le rouge d’environ $3\Gamma$, où $\Gamma \approx 6\text{ MHz}$ est la largeur naturelle du niveau excité $|F' = 3\rangle$. Ce décalage est nécessaire pour un refroidissement Doppler efficace.

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>Raie d’asserv\textsuperscript{1}</th>
<th>Fréq. MAO simple passage</th>
<th>Fréq. MAO boucle d’asserv\textsuperscript{1}</th>
<th>Désaccord final</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Laser piège</td>
<td>CO(2,3)</td>
<td>-80 MHz</td>
<td>-193,5 MHz</td>
<td>-20 MHz</td>
</tr>
<tr>
<td>Laser sonde</td>
<td>CO(2,3)</td>
<td>-80 MHz</td>
<td>-213,5 MHz</td>
<td>0 MHz</td>
</tr>
<tr>
<td>Repompeur</td>
<td>CO(1,2)</td>
<td>+78,5 MHz</td>
<td>$\otimes$</td>
<td>0 MHz</td>
</tr>
<tr>
<td>Pompage Zeeman</td>
<td>CO(2,3)</td>
<td>+80 MHz</td>
<td>+213,5 MHz</td>
<td>-267 MHz</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tab. 2.1: Fréquences d’asservissement des lasers. Les fréquences de référence sont celles de la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ pour le laser maître, le laser sonde et le laser de pompage Zeeman, $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ pour le repompeur.

2.1.3 Réglage de la puissance des lasers

- **Amplification du laser maître**
  Chaque diode laser Sanyo DL7140 est alimentée par un courant continu compris entre 80 et 100 mA, et fournit une puissance valant environ 40 mW. Cette puissance est largement suffisante pour le laser repompeur (environ 8 mW nécessaires pour le PMO2D, plus 2 mW pour le piège magnéto-optique cryogénique avant la fibre optique), le laser de pompage Zeeman (environ 4 mW nécessaires avant la fibre), et le laser sonde (environ 5 mW avant la fibre). En revanche, il faut beaucoup plus de puissance pour le laser de piégeage. Nous utilisons donc un montage maître-esclave : le faisceau maître est injecté dans un semi-conducteur de section croissante (Tapered Amplifier Toptica TA-0785) pour former un MOPA (Master Oscillator Power Amplifier). Polarisé par un courant de 1,6 A, le MOPA permet l’obtention d’environ 400 mW à partir de 26 mW incidents.

- **Répartition de la puissance du laser maître**
  La présence de deux pièges magnéto-optiques dans notre expérience (PMO2D et piège cryogénique) nous oblige à partager le laser maître en deux. Les faisceaux dans les directions $x$ et $y$ du PMO2D se propagent librement dans l’air tandis que le faisceau $+Z$ du PMO2D (voir la figure 2.1 page 45) ainsi que les 4 faisceaux du piège magnéto-optique cryogénique sont guidés dans des fibres optiques monomodes à maintien de polarisation. De 40 à 70% de la puissance d’un faisceau donné est perdue lors du couplage dans une telle fibre optique. L’utilisation de fibres est obligatoire à cause du peu d’accès au cryostat, mais ne s’avère pas nécessaire pour le PMO2D, ce qui permet donc d’économiser de la puissance. Le schéma donné en annexe A précise les éléments d’optique utilisés pour répartir les puissances dans les différentes parties du dispositif.

- **Stabilité de la puissance en sortie de fibres**
  L’obtention de la stabilité de la puissance et de la direction du faisceau issu du MOPA a nécessité plusieurs semaines de travail. Il faut être très précautionneux sur les points suivants :

  → Les montures des miroirs d’injection et de sortie du MOPA sont des montures Lees coûteuses, de haute précision.

  → Le chemin optique du MOPA aux fibres est rendu le plus court possible.
Chapitre 2. Dispositif expérimental

→ Les éléments d’optique du laser maître sont vissés sur des tiges en inox, maintenus dans des montures par un anneau métallique et non en plastique. Dans une première version du dispositif, l’anneau en plastique des montures Newport que nous utilisions rendait l’ensemble très sensible aux fluctuations de température. Même en asservissant la température de la pièce à 0,5 °C près, la puissance des lasers en sortie de fibre fluctuait d’environ 40% sur une période d’environ 20 minutes!
→ Les lentilles d’entrée et de sortie ainsi que le semi-conducteur Tapered Amplifier sont installés dans une enceinte en plastique. Un récipient rempli de grains de SilicaGel, un dessicateur puissant, permet de diminuer l’humidité dans l’enceinte en plexiglas dédiée au MOPA.

Grâce à toutes ces mesures, les fluctuations de puissance en sortie du MOPA et en sortie de fibres optiques sont d’environ 5% de la puissance totale incidente. Les oscillations résiduelles de puissance en sortie de MOPA sont partiellement corrélées aux fluctuations d’humidité mesurées par un hygromètre dans l’enceinte en plexiglas entourant le MOPA.

• Polarisation à l’entrée d’une fibre optique

Soit un faisceau laser, polarisé linéairement, qui entre dans une fibre monomode à maintien de polarisation dans une direction qui n’est pas orientée selon un des deux axes propres de la fibre. Comme les deux indices optiques des axes propres sont différents, les temps de propagation des deux modes propres du champ dans la fibre ne sont pas les mêmes, ce qui conduit à un déphasage entre les deux modes propres, et donc à une polarisation elliptique en sortie. Si la température change au cours du temps, par exemple à cause d’un courant d’air, la différence entre les deux indices ne reste pas constante, et la polarisation en sortie évolue. Si on place un cube en sortie afin de séparer le faisceau en deux, cela signifie que la répartition de puissance entre les deux bras évolue au cours du temps, ce qui n’est pas acceptable. On voit donc qu’il faut faire très attention à ce que la polarisation linéaire du faisceau incident coïncide avec l’un des deux axes propres de la fibre. Pour réaliser ce réglage, on place en sortie de fibre une lame λ/2 et un cube, et en entrée de fibre une lame λ/2 (voir figure 2.5). On mesure la puissance dans l’un des deux bras du cube au cours du temps, et on exerce une action mécanique (chauffage, légère torsion) sur la fibre. Le signal de la photodiode fait alors des oscillations, dont on peut calculer le contraste. Le but est d’optimiser l’angle de la lame λ/2 avant la fibre afin de minimiser le contraste de ces oscillations. Un bon réglage garantit un contraste de l’ordre de 10%, et nécessite une précision d’environ 1° sur l’angle de la lame d’entrée.

• Répartition de la puissance du repompeur

Le faisceau repompeur hyperfin doit également être envoyé dans les deux pièges magnéto-optiques. Nous avons décidé de le superposer aux faisceaux de piégeage x et y dans le cas du PMO2D, et de le fibrer pour le piège magnéto-optique cryogénique, toujours à cause des contraintes stériques.
2.2 Une source externe d’atomes : le piège magnéto-optique 2D

La pression de vapeur saturante du rubidium à 4.2 K est trop faible pour charger directement un piège magnéto-optique dans le cryostat. La source d’atomes doit donc être externe au cryostat.

2.2.1 Présentation

La source externe d’atomes est un piège magnéto-optique à 2 dimensions (PMO2D). Les atomes sont initialement piégés dans une cellule en verre à température ambiante, située 60 cm sous la puce à atomes (voir figures 2.1 page 45 et 2.6). La zone inférieure de l’enceinte à vide est pompée en continu par une pompe ionique. Les quelques grammes de rubidium solide qui sont à l’origine de la vapeur piégée peuvent être isolés de l’enceinte à vide par une vanne. La pression partielle de rubidium gazeux dans la partie inférieure de l’expérience est proche de la pression de vapeur saturante du rubidium à température ambiante, 3·10⁻⁸ mbar. Un équilibre stationnaire entre le rubidium sublimé d’un côté et le rubidium pompé de l’autre s’établit en quelques heures, et la densité d’atomes dans la cellule est alors suffisante pour charger un PMO2D.

Les atomes sont piégés dans les deux directions x et y grâce à deux lasers rétrobotéchics de polarisation circulaire et un champ quadrupolaire créé par un jeu de quatre bobines entourant la cellule. Chaque bobine est constituée d’un enroulement de 90 tours de fil de cuivre de diamètre 1 mm parcourus par un courant de 2.5 A, et a pour dimensions 4 cm×8 cm. Le piège bidimensionnel que l’on obtient a un gradient de 14 G/cm au centre de la cellule.

Les atomes sont poussés vers le haut par le laser vertical +z, et passent à travers un miroir à 45° percé en son centre (voir figure 2.6). Le tunnel qui est traversé par le majeur atomique a un diamètre de 0.8 mm et une longueur de 10 mm. Le vide de la partie supérieure de l’enceinte est assuré en continu par une pompe ionique, et par une pompe à sublimation de titane. Le titane est régénéré par sublimation pendant environ 1 min toutes les 10 heures. La pression résiduelle est ainsi inférieure à 5·10⁻¹⁰ mbar.

Fig. 2.5: Optimisation de la polarisation d’un laser à l’entrée d’une fibre optique. Gauche : Principe : la lame λ/2 à l’entrée de la fibre permet de régler la polarisation, la lame λ/2 et le cube en sortie choisissent une direction d’observation, et la photodiode mesure la puissance à la sortie du cube. Droite : évolution du contraste des oscillations en fonction de la position de la lame d’entrée. Ici, on se règle sur l’angle 6°, où le contraste vaut environ 10%.

2.2 Une source externe d’atomes : le piège magnéto-optique 2D

La pression de vapeur saturante du rubidium à 4.2 K est trop faible pour charger directement un piège magnéto-optique dans le cryostat. La source d’atomes doit donc être externe au cryostat.
Fig. 2.6: Schéma de la source atomique. Le vide de l’enceinte inférieure est assuré par une pompe ionique. Un miroir percé assure un bon vide différentiel avec l’enceinte supérieure UHV, dont le vide plus poussé est assuré par une pompe ionique et une pompe à sublimation de titane. Une vanne tiroir permet d’isoler la cellule UHV du cryostat.

Le raccord entre cette enceinte à vide UHV (Ultra High Vacuum) et le cryostat est assuré par une pièce à soufflets dont la flexibilité permet d’adapter les deux parties de l’expérience lors des phases de fermeture du cryostat. Cette transition permet également de compenser les contractions thermiques lors du refroidissement du cryostat. Le tunnel constitué par la pièce à soufflets a un diamètre interne de 9,6 mm et une longueur de 10 cm.
2.2.2 Optique

Environ 50 mW de laser maître et 7 mW de repompeur sont envoyés non fimbres vers la cellule en verre à température ambiante à l'intérieur de laquelle est chargé le PMO2D. Les deux faisceaux, l'un pour la direction \( x \), l'autre pour \( y \), sont rétro-réfléchis à la sortie de la cellule (voir figure 2.7). Le repompeur est superposé à ces faisceaux à l'aide d'un cube polariseur sur la table optique (voir annexe A). Au niveau de la cellule de rubidium, les faisceaux ont un diamètre vertical et horizontal respectivement 40 mm et 20 mm. Le laser vertical \(+z\) est envoyé par une fibre optique monomode pour des raisons de commodité. À la sortie de la fibre, la puissance de ce faisceau pousseur est environ 5 mW, et son diamètre au niveau des atomes vaut 4 mm. Aucun faisceau repompeur n'est envoyé dans la direction \(+z\), donc les atomes sont rapidement dépompés, et après un trajet de quelques centimètres, les atomes ne sont plus poussés par le laser \(+z\).

![Diagram of laser preparation for PMO2D](image)

**Fig. 2.7:** Schéma de la préparation des lasers pour le PMO2D (vue de dessus). Le laser \(+z\) n'est pas représenté. Les télescopes sont adaptés pour que les faisceaux soient parallèles et remplissent la cellule horizontalement (20 mm), et soient assez grand pour avoir un bon volume de capture vertical (40 mm). Le jet atomique issu du PMO2D est vertical selon la direction \(+z\).

2.2.3 Résultats

- **Observation et caractéristiques du jet**

On réalise une imagerie par fluorescence du jet atomique 24 cm au-dessus du centre du PMO2D, dans l’enceinte UHV supérieure. Le laser sonde, accordé sur la transition \(|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle\), est superposé au repompeur hyperfin, accordé sur la transition \(|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle\), avant couplage dans une fibre optique monomode à maintien de polarisation. Les deux lasers
Chapitre 2. Dispositif expérimental

sont envoyés suivant l’axe $-x$, comme illustré sur la figure 2.6. Les faisceaux sont rétro-réfléchis afin que la pression de radiation totale sur le jet atomique soit quasi-nulle. On observe d’ailleurs sur la figure 2.8 que le jet n’est pas dévié lors de sa traversée de l’enceinte UHV. L’observation se fait suivant l’axe $y$, par une caméra Diagnostic Insight dont le capteur CCD 14 bits est composé de 2 millions de pixels (1600×1200). Le grandissement est assuré par un zoom réglable situé à 37,5 cm de l’axe du jet.

Fig. 2.8: Observation du jet atomique par fluorescence. Le laser sonde, accordé sur la transition $|F = 2⟩ \rightarrow |F' = 3⟩$, est superposé au repompeur hyperfin, accordé sur $|F = 1⟩ \rightarrow |F' = 2⟩$, avant couplage dans une fibre optique monomode à maintien de polarisation. Les faisceaux sont rétro-réfléchis.

Le calcul du flux du jet atomique à partir du signal de fluorescence est décrit dans la thèse de Philippe Hyafil [51]. Les atomes ont une vitesse moyenne de $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ avec une dispersion de $\pm 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Cette vitesse est dans la plage de recapture par un piège magnéto-optique [94]. Le flux est de l’ordre de $1.5 \cdot 10^7 \text{ atomes} \cdot \text{s}^{-1}$, et la divergence du jet est $11.5 \pm 3 \text{ mrad}$ au niveau du cryostat. Le jet a donc un diamètre de l’ordre de 3,5 mm au niveau de la puce à atomes dans le cryostat.

- *Stabilité*

La figure 2.9 illustre la stabilité du jet au cours du temps. L’aire du signal de fluorescence, relevée toutes les 5 s, est tracée en fonction du temps pour un fonctionnement stationnaire du PMO2D. Malgré la longueur des trajets optiques des faisceaux $x$ et $y$, le contraste des fluctuations du flux du jet atomique est inférieur à 8% sur une demi-heure.
2.3 Le cryostat

2.3.1 Vue d’ensemble

L’insertion d’un cryostat dans le cahier des charges d’une expérience d’atomes froids simplifie par quelques aspects les contraintes expérimentales. En particulier, l’adsorption des impuretés sur les parois froides du cryostat nous permet d’obtenir un très bon vide sans jamais éteindre l’expérience.

Une vue schématique en coupe du cryostat est présentée sur la figure 2.10. Différents éléments sont remarquables :

1. La « jupe » 300 K constitue la première enceinte entre la zone expérimentale et la pièce.
2. Une pompe turbo-moléculaire de débit 100 L/s assure un bon vide et donc une bonne isolation thermique dans un espace de quelques centimètres, entre la partie à température ambiante et la partie à 77 K. Le vide d’isolement est mesuré au niveau de l’enceinte à 300 K par une jauge ionique et vaut $10^{-8}$ mbar.
3. Ensuite vient un réservoir d’azote liquide, dont la température est 77 K. Le remplissage de cette garde à azote est automatique.
4. Sur la plaque de fond du réservoir d’azote est vissé un écran thermique en cuivre doré, la jupe à azote. Elle est reliée à la jupe 300 K par une pièce à soufflets.
5. Les parties à 77 K et à 4.2 K sont isolées par une couche de vide.
6. Au centre, dans la partie supérieure, se trouve un réservoir d’$^4$He liquide à la température de 4.2 K. Ce réservoir de capacité 40 L doit être rempli manuellement tous les deux jours.
7. Le fond du réservoir d’$^4$He est une plaque en acier inoxydable, que nous appelons plaque $^4$He. La thermalisation des bobines et de la puce est assurée par des pièces en cuivre vissées sur cette plaque.
Chapitre 2. Dispositif expérimental

Fig. 2.10: Vue d’ensemble du cryostat et de ses différents éléments constitutifs. Voir le texte pour la description de la légende.

® Autour de la zone expérimentale, sous le réservoir d’hélium, se trouve un écran thermique en cuivre tapissé de plomb. Cette jupe à hélium est reliée à la jupe à azote par un tube de nylon.

® La zone expérimentale est elle aussi dans le vide d’isolement et bénéficie d’un excellent pompage cryogénique, car elle est en contact thermique avec le bain d’

2.3.2 Les écrans thermiques, ou « jupes »

→ Accès optiques

Le dispositif expérimental comporte 15 hublots, 5 par jupe pour 3 jupes. Ces hublots, dont le diamètre est 60 mm, permettent l’accès optique à la zone expérimentale. Lors du premier refroidissement du cryostat après une période de modifications du dispositif, ces fenêtres sont soumises à des contraintes mécaniques qui induisent une biréfringence du verre. Afin d’éviter de trop grosses contraintes sur les fenêtres, nous avons adopté les mesures suivantes :
2.3. Le cryostat

- Le jeu entre les fenêtres et leur support en cuivre vaut 0,2 mm au rayon.
- Il faut relâcher la contrainte des brides fixant les hublots aux différentes jupes en laissant une petite marge dans le serrage des vis de fixation des brides.
- Nous avons également placé un joint d’indium ainsi qu’une rondelle de papier entre les brides et les hublots pour amortir les contraintes.
- Enfin, nous utilisons des fenêtres en SF57, très peu sensibles aux contraintes mécaniques [95]. Le SF57 est un verre dont la bi-réfringence est bien plus faible que celle du BK7, habituellement utilisé dans les expériences d’atomes froids à température ambiante.

→ Blindage magnétique

Au cours d’une séquence expérimentale typique (voir chapitre 3), nous devons être capables de modifier le champ magnétique au niveau des atomes piégés en quelques centaines de microsecondes. Il a donc fallu combattre les courants de Foucault dans le dispositif, ce qui n’a pas été une chose facile car pour avoir une bonne thermalisation, de nombreuses pièces sont en cuivre dans le cryostat. Le problème est d’autant plus délicat dans une expérience cryogénique, car la résistivité du cuivre à 4,2 K est environ 100 fois plus faible qu’à température ambiante. Nous avons couvert le cuivre de la jupe à hélium d’une couche de plomb, supraconducteur de type-I, afin que l’effet Meissner courbe les lignes de champ magnétique et les empêche d’explorer le cuivre de la jupe à hélium (voir figure 2.12).

2.3.3 Les fils dans le cryostat

Près d’une centaine de fils, répartis en deux grandes catégories, sont utilisés dans le cryostat (voir figure 2.13) :

→ Les fils de mesures de température :

Ces fils cryogéniques en bronze phosphoré (LakeShore Cryogenic Wire) ont une faible conductivité thermique et une grande résistance électrique. Ils passent dans le vide à l’extérieur du bain d’hélium liquide, et sont connectés à des résistances dépendant de la température, bolomètres ou résistances de platine. La détermination de la valeur de ces résistances se fait à l’aide d’une mesure 3 fils, réalisée au niveau de deux modules RTD Fieldpoint National Instruments, qui permettent de mesurer 16 résistances en continu et simultanément. Ces thermomètres cryogéniques sont répartis à divers endroits stratégiques.

→ Les fils d’alimentation des bobines et de la puce :

Ces fils supraconducteurs (LakeShore Niomax Wire), de diamètre 300 µm, baignent dans l’hélium liquide et sont parcourus par les courants qui créent les champs magnétiques de piégeage des atomes. Ils sont constitués d’un cœur supraconducteur en Nb-Ti entouré d’une gaine en cuivre (assurant une bonne conductivité dans les vapeurs d’hélium et surtout dans le vide, où le Nb-Ti, de température critique 15 K n’est plus forcément supraconducteur), et
Chapitre 2. Dispositif expérimental

FIG. 2.12: Gauche : en l’absence de plomb, on observe des courants de Foucault importants car les lignes de champ rebouclent dans le cuivre. Droite : L’effet Meissner courbe les lignes de champ et supprime les courants de Foucault dans le cuivre froid de la jupe $^4$He.

d’une couche de vernis isolant. Ces fils passent par le réservoir d’$^4$He puis à travers la plaque $^4$He avant de parvenir aux bobines et à la puce.

Nous avons choisi d’assurer la transition entre la plaque $^4$He et le vide, avec des pièces de cuivre de diamètre 1,5 mm noyés dans une épaisse couche de colle Stycast noire (voir figure 2.14). Les fils Niomax sont soudés de part et d’autre des pièces de cuivre avec de la soudure étain-plomb classique qui est supraconductrice à 4,2 K. Un petit tube de cuivre vient entourer la soudure du côté du vide pour thermaliser l’ensemble et s’assurer que le fil reste supraconducteur. La colle Stycast est suffisamment étanche pour éviter des fuites d’hélium du bassin vers le vide de la zone expérimentale.

En dessous de la plaque $^4$He, les fils sont dans le vide et leur thermalisation n’est plus assurée par l’hélium liquide. Le vernis isolant étant très fragile, nous avons dû protéger les fils en les entourant d’une gaine en tissu appelée « gaine de pêcheur ». La mauvaise thermalisation de cette gaine n’arrange pas l’affaire, et nous a conduit à développer une solution ad-hoc pour thermaliser les fils supraconducteurs. Nous avons enveloppé chaque fil entouré de sa gaine de pêcheur dans une gaine métallique en tresse de masse, elle-même thermalisée grâce à des fils de cuivre soudés à la gaine métallique d’un côté et vissés sur la plaque $^4$He de l’autre côté. La thermalisation des fils d’alimentation des bobines est résumée sur la figure 2.14.
2.4 La zone expérimentale cryogénique

2.4.1 Cœur de l’expérience

La puce à atomes est maintenue sur un porte-puce, fine planche striée en cuivre d’épaisseur 1 mm. Des coupes d’environ 1 mm de largeur ont été réalisées tous les 2 mm dans le sens de la longueur afin d’éviter les plus grandes boucles de courants, et ainsi de limiter les courants de Foucault. La puce est collée à la laque à l’argent au porte-puce en cuivre. Le porte-puce est lui-même fixé sur un porte-échantillon, planche en araldite d’épaisseur 10 mm. Cette planche et un jeu de six bobines supraconductrices sont suspendus et thermalisés à la plaque ⁴He. En dépit de la faible conductivité thermique de l’araldite, la puce est bien thermalisée à 4,2 K. Si le courant dans l’un des fils de la puce dépasse le courant critique, l’effet Joule réchauffe la puce de quelques dizaines ou centaines de mK, mais grâce à la bonne thermalisation assurée par le porte-puce en cuivre, la température redescend à 4,2 K quelques secondes après avoir coupé le courant responsable du chauffage.

Un champ magnétique homogène arbitraire peut être créé au niveau des atomes, grâce à deux bobines supraconductrices pour la direction z, deux bobines pour la direction x et une grande bobine pour la direction y. Les supports des bobines X et Z, en cuivre, ont été découpés en quatre
et recollés avec de la colle Stycast noire isolante. Une bobine de dimensions centimétriques, la « bobine quadrupolaire », est encastrée dans le porte-échantillon en araldite. Elle est située 1,5 mm derrière la puce, et participe au champ magnétique quadrupolaire nécessaire au piège magnéto-optique (voir la section 2.5). Son armature est également réalisée en araldite. Les bobines et le porte-échantillon en araldite sont thermalisés sur une plaque en cuivre, la « plaque $^3$He », dont la surface est réduite au maximum. Une planche de plomb de 1 mm d’épaisseur est fixée sous cette plaque et écrante les lignes de champ.

La figure 2.15 est une photographie du cœur de l’expérience. On y voit les connecteurs des bolomètres et des résistances de platines, la garde à azote liquide, le fond du réservoir d’hélium liquide, ainsi que les bobines supraconductrices et la puce. À moyen terme, nous prévoyons de pomper l’hélium 4 et de faire circuler de l’hélium 3 pompé afin de diminuer la température de la puce jusqu’à 0,6 K. Le cryogénrateur, que l’on voit sur la photographie, sera utilisé à ce moment là.

La figure 2.16 combine modélisation 3D et photographies de la zone expérimentale. On y voit les bobines Z et X, la bobine quadrupolaire, ainsi que la puce et le porte-échantillon en araldite, sur lequel est fixé le porte-puce en cuivre.

### 2.4.2 Calibration des bobines supraconductrices

Nous ne pouvons pas faire passer beaucoup plus que 100 mA dans les bobines à température ambiante de peur d’endommager le fil conducteur. De plus, la mesure directe d’un champ magnétique à l’aide d’une sonde magnétique de dimensions centimétriques est très imprécise. Nous avons donc calibré le champ magnétique créé par les bobines supraconductrices en réalisant une spectroscopie Zeeman sur les atomes dans le cryostat.

Nous commençons par piéger les atomes à proximité de la puce, comme décrit dans la section 2.5. Puis, nous éteignons subitement les lasers et tous les champs magnétiques, à l’exception du champ magnétique que l’on veut caractériser. Après un temps de vol suffisant pour être sûr que tous les autres champs sont éteints (typiquement quelques ms), on réalise une image.
2.4. La zone expérimentale cryogénique

![Diagram of experimental setup showing an electron thermal screen at 77K, a cryogenerator (non-used), bolometer connectors and plates, and helium liquid reservoir (plaque 4He).]

Fig. 2.15: Photographie du cœur de l’expérience. Les enceintes de thermalisation à 4,2 K et 77 K ne sont pas présentes sur l’image.

Le nuage par absorption à l’aide du laser sonde. La figure 2.17 présente le signal d’absorption obtenu en fonction de la fréquence du laser lorsque les bobines Z sont parcourues par un courant de 1,8 A. Le champ magnétique créé par les bobines lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman $m_F$ de $|F = 2\rangle$ et $m_{F'}$ de $|F' = 3\rangle$. La polarisation linéaire du laser peut être vue comme la contribution égale de deux polarisations circulaires opposées $\sigma^+$ et $\sigma^-$ selon l’axe du champ magnétique. L’absorption préférentielle d’une des deux polarisations dépend alors de la fréquence du laser : le pic de désaccord négatif est dû à l’absorption de la polarisation $\sigma^-$ (transition cyclante $|m_F = -2\rangle \rightarrow |m_{F'} = -3\rangle$) tandis que celui de désaccord positif est dû à la polarisation $\sigma^+$ (transition cyclante $|m_F = +2\rangle \rightarrow |m_{F'} = +3\rangle$). Les autres sous-niveaux Zeeman n’interviennent pas, puisqu’après l’absorption de quelques photons, les atomes sont pompés dans l’état $|m_F = 2\rangle$ (pour la polarisation $\sigma^+$) ou dans l’état $|m_F = -2\rangle$ (pour la polarisation $\sigma^-$). Le signal mesuré est alors ajusté par une double lorentzienne, chaque pic correspondant à une polarisation absorbée par les atomes. Les facteurs de Landé pour les niveaux $|F = 2\rangle$ et $|F' = 3\rangle$ du $^{87}$Rb valent respectivement $g_2 = 1/2$ et $g_3' = 2/3$. 

$g_F$
La différence de fréquence entre les deux niveaux \(|F, m_F\rangle\) et \(|F', m_F'\rangle\) en présence d’un champ magnétique \(B\) est donnée par :

\[
\Delta \nu = (m_F' g_{F'} - m_F g_F) \frac{\mu_B B}{\hbar},
\]

où \(m_F\) et \(m_F'\) sont les nombres quantiques magnétiques des sous-niveaux Zeeman de départ et d’arrivée respectivement, \(g_F\) (respectivement \(g_{F'}\)) est le facteur de Landé du niveau hyperfin fondamental (respectivement excité) et \(\mu_B\) le magnéton de Bohr.

À partir du résultat \(\Delta \nu\) de l'ajustement, on a accès au champ magnétique \(B\) au niveau des atomes. Pour soustraire l’éventuelle contribution due à un champ résiduel extérieur, nous inversons le courant circulant dans les bobines et effectuons la même mesure. Nous obtenons...
2.4. La zone expérimentale cryogénique

Fig. 2.17: Spectre d’absorption Zeeman en fonction du désaccord de la sonde par rapport à la transition $|F = 2 \rangle \rightarrow |F' = 3 \rangle$ de la raie $D_2$. Les deux bobines $Z$ sont montées en série et parcourues par un courant de 1,8 A. La polarisation de la sonde est linéaire perpendiculaire à l’axe $z$. Les carrés sont les points expérimentaux et la ligne continue est un ajustement par une double lorentzienne. La différence de fréquence entre les deux pics nous permet de déduire la valeur du champ magnétique pour ce courant particulier : $B_z = 9,5 \text{ G}$

ainsi la calibration de chaque jeu de bobines en position quasi-Helmholtz. Le tableau 2.2 résume les différentes bobines présentes dans le cryostat, avec leurs dimensions, le nombre de tours de fil Niomax dont elles sont constituées, ainsi que le numéro correspondant à leur repère sur la figure 2.16 page 62.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Nom</th>
<th># fig.2.16</th>
<th>Dimensions int$^\text{res}$</th>
<th>Tours</th>
<th>Calibration</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Deux bobines $Z$</td>
<td>1</td>
<td>$58.5 \times 72 \text{ mm}$</td>
<td>152</td>
<td>5,3 G/A</td>
</tr>
<tr>
<td>Deux bobines $X$</td>
<td>3</td>
<td>$\varnothing \text{ interne 49 mm}$</td>
<td>150</td>
<td>14,4 G/A</td>
</tr>
<tr>
<td>Une bobine $Y$</td>
<td>$\bigcirc$</td>
<td>$43 \times 107 \text{ mm}$</td>
<td>149</td>
<td>27,9 G/A</td>
</tr>
<tr>
<td>Une bobine quadrupolaire</td>
<td>2</td>
<td>$10 \times 28 \text{ mm}$</td>
<td>19</td>
<td>$\bigcirc$</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tab. 2.2: Caractéristiques des bobines dans le cryostat : nom, repère sur la modélisation 3D de la figure 2.16, dimensions intérieures, nombre de tours de fils Niomax et calibration obtenue par effet Zeeman.

Ces mesures reposent sur l’absence de courants de Foucault trop importants, car on suppose qu’au bout de quelques millisecondes après avoir éteint le piège, le champ magnétique a atteint
sa valeur stationnaire. Nous allons maintenant estimer les courants de Foucault dans le dispositif et vérifier que l’on maîtrise le champ magnétique dans le cryostat à la milliseconde près.

2.4.3 Mesure des courants de Foucault dans le dispositif

La présence de courants de Foucault dans le dispositif est facilitée par la résistivité 100 fois plus faible du cuivre à basse température. Il y beaucoup de cuivre au voisinage de la zone expérimentale, et nous avons donc dû apporter beaucoup de soin à l’élimination des sources de courants de Foucault. Le tableau 2.3 résume les résultats expérimentaux obtenus lors d’expériences dites de « pick-up » : le courant dans une bobine est brutalement coupé à l’aide d’un MOSFET, et nous mesurons le courant induit dans une bobine qui lui fait face.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Bobine testée</th>
<th>Bobine de mesure</th>
<th>Temps de retour à l’équilibre</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Une bobine X</td>
<td>L’autre bobine X</td>
<td>100 µs</td>
</tr>
<tr>
<td>Une bobine Z</td>
<td>L’autre bobine Z</td>
<td>100 µs</td>
</tr>
<tr>
<td>La bobine quadrupolaire</td>
<td>La bobine Y</td>
<td>150 µs</td>
</tr>
<tr>
<td>La bobine Y</td>
<td>La bobine quadrupolaire</td>
<td>300 µs</td>
</tr>
<tr>
<td>Un fil sur la puce</td>
<td>La bobine Y</td>
<td>&lt; 100 µs</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tab. 2.3: Courants de Foucault dans le cryostat. Les temps sont obtenus à l’aide d’un ajustement exponentiel de la tension mesurée sur la bobine de mesure lors d’une brusque modification du courant circulant dans la bobine testée.

Suivant la taille et l’orientation de la bobine testée, les parties métalliques explorées par les lignes de champ magnétique ne sont pas les mêmes et on mesure donc des temps de retour à l’équilibre différents suivant les bobines. La bobine Y, qui est la plus grande en surface, donne lieu aux plus grands courants de Foucault, alors que le temps de retour à l’équilibre du champ créé par les fils sur la puce, très peu inductifs et qui représentent une toute petite surface, est bien plus petit.

On voit donc que l’on maîtrise le champ magnétique dans le cryostat à une fraction de milliseconde près, ce qui est au moins aussi bien que dans les expériences à température ambiante [96], et amplement suffisant pour réaliser la séquence expérimentale menant à la condensation de Bose-Einstein, décrite aux chapitres 3 et 4.
2.5 Piège magnéto-optique cryogénique

2.5.1 Principe du piège magnéto-optique miroir

La présence de la puce empêche d’envoyer trois paires de faisceaux lasers contrapropageants comme dans un piège magnéto-optique classique [97]. L’astuce maintenant couramment adoptée dans les expériences de puces à atomes [15] consiste à réaliser un piège magnéto-optique miroir. Une fine couche réfléchissante est déposée sur la surface lors de la fabrication de la puce, et on envoie deux faisceaux parallèles à la puce, et deux faisceaux faisant un angle de 45° par rapport à la surface. L’hélicité de chaque laser est inversée lors de la réflexion métallique, et on retrouve près de la puce une configuration laser qui permet le piégeage.

Les axes du quadrupôle magnétique doivent encore être dirigés suivant les directions des lasers, c’est-à-dire à 45° de la surface, et dans le bon sens : le vecteur champ magnétique doit être parallèle aux faisceaux d’hélicité gauche ou anti-parallèle aux faisceaux d’hélicité droite. On peut pour cela utiliser, entre autres, deux configurations de conducteurs :

→ Soit on utilise deux bobines en position quasi-anti-Helmholtz, d’axe à 45° de la surface, comme sur la figure 2.18 b. Cette solution, pas très avantageuse d’un point de vue stérique, est difficilement compatible avec la place disponible dans le cryostat.

→ Soit on adopte la configuration à trois bobines représentée figure 2.19. Deux bobines $C_2$ et $C_3$ créent un champ de biais homogène suivant l’axe $z$, et la partie quadrupolaire à 45° est obtenue à l’aide de la bobine $C_1$, dite « bobine quadrupolaire ». La contribution majeure de la bobine $C_1$ au champ magnétique est due à sa partie inférieure en forme de $U$, beaucoup plus proche des atomes que la partie supérieure. On se rapproche alors de la configuration utilisée pour les pièges magnéto-optiques sur puce : un fil en forme de $U$ combiné à un champ homogène parallèle aux deux bras du $U$ forme un champ quadrupolaire dont le zéro est au-dessus de la puce (voir section 3.2).
Chapitre 2. Dispositif expérimental

Nous avons choisi cette deuxième solution. Le champ du piège magnéto-optique initial est obtenu par la superposition du champ créé par un courant $I_Q = 2,6 \, A$ dans les 19 tours de la bobine quadrupolaire et d’un champ homogène de 2,12G suivant $z$. Ces valeurs sont celles qui maximisent le nombre d’atomes capturés à partir du jet atomique. L’origine des axes est fixée sur la puce, au centre de la branche horizontale du fil en forme de $Z$. Le champ magnétique s’annule au point $(0, 2,5, -3,5) \, mm$, et le gradient au centre vaut $27 \, G/cm$. La figure 2.20 est une carte du champ magnétique calculé dans les plans $x = 0$ et $y = 2,3 \, mm$ ($y = 2,3 \, mm$ correspond à la distance entre le jet et la puce). Le volume de capture est de l’ordre du millimètre cube.

2.5.2 Optique

Nous comprenons maintenant la configuration laser présentée sur la figure 2.1. Deux des six faisceaux du piège magnéto-optique miroir sont perpendiculaires au plan de la figure (« faisceaux $X$ »), et deux faisceaux sont envoyés à $45^\circ$ dans le plan $yOz$ (« faisceaux $\pm 45^\circ$ »). Les 2 faisceaux restants sont obtenus par réflexion des lasers $\pm 45^\circ$ sur la couche d’or déposée sur la puce. Cette configuration laser est obtenue à l’aide de trois fibres optiques : une pour la direction $x$, et une pour chaque faisceau à $45^\circ$ (figure 2.21). Le repompeur, lui aussi fibré, est superposé à l’un des faisceaux $x$ seulement. Environ 8mW sont disponibles pour chaque faisceau maître ($+x$, $-x$, $+45^\circ$, $-45^\circ$), et 1mW pour le repompeur. Les hublots ont un diamètre de 60mm, mais la taille des faisceaux à $45^\circ$ est limitée à 10mm. Nous avons donc choisi de rendre les diamètres de tous les faisceaux égaux à 10mm. L’intensité du laser maître est donc égale à 13mW/cm².
2.5. Piège magnéto-optique cryogénique

Fig. 2.20: (a-b-c) Cartes de la projection du champ magnétique quadrupolaire du piège magnéto-optique miroir dans le plan $x = 0$. Le plan $y=0$ est celui de la puce. La référence des axes est fixée au centre de la branche horizontale du fil $Z$ sur la puce. (a) La bobine quadrupolaire est seule parcourue par un courant de 2,6 A. (b) Les bobines rectangulaires $Z$ seules créent un champ homogène de 3,1 G. (c) La combinaison des deux champs crée un zéro de champ magnétique et donc un piège quadrupolaire. (d) Carte de la projection du champ magnétique créé par la superposition de 2,6 A dans les 19 tours de la bobine quadrupolaire et d’un champ homogène de 3,1 G suivant $z$, dans le plan $y=2,3$ mm, c’est-à-dire à l’altitude où le champ total s’annule. La bobine quadrupolaire est représentée en arrière-plan à l’échelle.

2.5.3 Caractérisation du piège magnéto-optique miroir

Le piégeage d’atomes dans un piège magnéto-optique repose sur des cycles absorption - émission spontanée sur la transition cyclante $|F = 2⟩ \rightarrow |F' = 3⟩$. Il suffit donc de recueillir les photons spontanés émis par fluorescence pour observer le piège magnéto-optique. Le dispositif d’imagerie sera décrit dans la section 3.1, ainsi que les méthodes utilisées pour déterminer la
Fig. 2.21: Préparation des faisceaux lasers pour le piège magnéto-optique miroir. En haut : faisceaux $\pm x$, vue de dessus. En bas : faisceaux $\pm 45^\circ$, vue selon l’axe $x$. 
distance du piège à la puce et la température du nuage. Dans une séquence typique, nous char-geons $5 \cdot 10^7$ atomes en 5 s, à une distance de 2,3 mm de la puce. La température du nuage vaut 300 $\mu$K.

La figure 2.22 montre le temps de vie du piège magnéto-optique miroir. Après avoir chargé le piège pendant 5 s, les faisceaux laser du PMO2D sont interrompus par un modulateur acousto-optique. Nous mesurons alors par fluorescence la décroissance du nombre d’atomes piégés dans le cryostat. La décroissance est bi-exponentielle. Le temps caractéristique de la deuxième exponentielle est le temps de vie du piège magnéto-optique, et vaut 25,0±1,7 s. Les pertes peuvent être de plusieurs natures : collisions avec le gaz résiduel à 4,2 K, chauffage par les lasers, collisions assistées par la lumière.

**Fig. 2.22:** Temps de vie dans le piège magnéto-optique quadrupolaire. Après 5 s de chargement, le nombre d’atomes dans le piège est mesuré par fluorescence au cours du temps. La référence des temps correspond à l’extinction du PMO2D. La décroissance du nombre d’atomes est bi-exponentielle. L’ajustement est réalisé pour la deuxième exponentielle seulement. Le temps de vie correspondant est 25,0(1,7) s.
2.6 La puce à atomes

2.6.1 Champ créé par un fil en forme de U ou de Z et un champ homogène

Oublions dans un premier temps les deux bras du U. Le champ total est la superposition du champ orthoradial créé par la partie suivant x du fil U, parcourue par le courant \( I_U \), et du champ homogène \( B_z \) suivant z. L'ensemble des points où le champ total est nul est une droite parallèle au fil, à une distance \( d \) de la surface, donnée par :

\[
d = \frac{\mu_0 I_U}{2\pi B_z}.
\]

Un fil suivant x plus un champ de biais suivant z créent donc un quadrupole bidimensionnel, c'est-à-dire un guide d'onde magnétique (voir figure 2.23). Pour refermer le piège suivant l’axe x, il suffit de prendre en compte les deux bras du fil U. En effet, si on trace le champ magnétique en fonction de x pour \( y = d \) et \( z = 0 \), il est facile de se rendre compte que les contributions des deux bras du U se compensent en x = 0 par symétrie, et on obtient donc un zéro du champ magnétique total au point \((0, d, 0)\). Si on fait un calcul plus complet, qui tient compte du caractère vectoriel des champs créé par l’intégralité du fil U, le résultat énoncé change très peu. En particulier, le minimum de champ magnétique se retrouve un peu décalé vers les \( z < 0 \).

Le fil U sera utilisé dans les étapes de piégeage magnéto-optique du nuage atomique, mais pas pour le piège purement magnétique. En effet, quand la fréquence de rotation du champ magnétique vue par les atomes, liée aux fréquences de piégeage et au gradient de champ magnétique, devient de l’ordre de la fréquence de Larmor au centre du piège, les spins atomiques ne suivent plus adiabatiquement les variations du potentiel magnétique au cours de leur trajectoire, et on peut assister à une diminution du temps de vie du piège magnétique : ce sont les pertes de Majorana [99]. Pour éviter cela, il suffit de réaliser un minimum non nul de potentiel magnétique.

Si maintenant le fil a une forme de Z et non plus de U, les contributions des deux bras s’ajoutent suivant x, créant justement un minimum de champ magnétique non-nul, c’est-à-dire un piège de Ioffe-Pritchard. L’axe de quantification des spins atomiques est suivant la direction

\[\text{Fig. 2.23: Guide magnétique bidimensionnel obtenu par la superposition du champ magnétique créé par un fil parcouru par un courant et un champ homogène perpendiculaire au fil.}\]
2.6. La puce à atomes

$x$. Ce type de piège en $Z$ sera utilisé pour le piégeage magnétique des atomes sur la puce, car il permet d'éviter les pertes de Majorana.

La figure 2.24 illustre les profils spatiaux des champs magnétiques créés par une configuration en $U$ ou en $Z$. Les lignes pleines et pointillées sont tracées pour deux champs $B_z$ différents.

La distance à la puce varie comme $I_U/B_z$, et le gradient du champ magnétique est en $B_z^2/I_U$. En augmentant le champ de biais $B_z$ à courant $I$ constant, le nuage est approché de la puce tout en étant comprimé. Nous reverrons cela en détail dans le chapitre 3.

2.6.2 Schéma de la puce

La puce que nous utilisons dans toutes les expériences décrites par la suite a été fabriquée par Gilles Nogues et Michaël Rosticher, à l’aide du matériel et des conseils du groupe de Quantronique dirigé par Daniel Estève au CEA de Saclay. Les différentes étapes de fabrication sont décrites dans la thèse de Thomas Nirrengarten [101]. Pour résumer, les fils supraconducteurs ont une épaisseur de 920 nm et sont lithographiés sur un substrat de silicium oxydé en surface. Le fil en forme de $U$, de largeur au centre 280 µm sert à créer la partie quadrupolaire du champ magnétique pour le piège magnéto-optique miroir. Le fil en forme de $Z$ a une largeur de 40 µm, et sert pour le piège magnétique. La zone en pointillés sur la figure 2.25 page 72 indique l’emplacement de la couche d’or d’épaisseur 200 nm, évaporée sur une couche de 1,3 µm de résine isolante, elle-même déposée sur la puce. Dans le premier piège magnétique, les atomes sont donc piégés à quelques dizaines de µm d’une couche d’or à 4,2 K. Comme on l’a vu dans le chapitre 1, il peut être intéressant de mesurer le temps de vie d’atomes piégés magnétiquement au voisinage d’un
Chapitre 2. Dispositif expérimental

plan supraconducteur. Pour cela, nous avons dessiné un autre fil en forme de Z entouré d’un carré supraconducteur (bleu) parcouru par aucun courant. La technique désormais classique de transport magnétique [17] nous permettra de déplacer les atomes du premier fil Z (rouge) au deuxième fil Z (qui traverse le carré bleu). Nous pourrons alors rapprocher le nuage d’une surface supraconductrice et mesurer le temps de vie du piège magnétique en fonction de la distance à la surface.

**Fig. 2.25:** Gauche : Masque optique utilisé pour la lithographie des pistes supraconductrices. Droite : photographie de la puce avant dépôt du miroir d’or. Le fil en forme de U est utilisé pour créer un champ quadrupolaire pour le piège magnéto-optique, et le fil en forme de Z un champ de Ioffe-Pritchard pour le piège magnétique. La zone en pointillés indique l’emplacement de la couche d’or, absente sur la photo. Le carré supraconducteur est isolé du fil Z qui le traverse, et n’est pas masqué par la couche d’or. On voit également sur ce schéma le fil utilisé pour l’évaporation radio-fréquence, décrite au chapitre 4.

2.6.3 La puce dans le cryostat

La puce est collée à la laque à l’argent sur le porte-puce en cuivre, afin d’assurer un bon contact thermique. De plus, des doigts en bronze brident solidement la puce sur le porte-puce.

Les fils reliant les alimentations à la puce sont en Niomax supraconducteur, la puce est en niobium supraconducteur, mais pour ne pas dissiper de l’énergie par effet Joule, la soudure entre les fils d’injection du courant et la puce doit également être supraconductrice. La soudure étain-plomb est un excellent candidat car ce mélange est supraconducteur à 4,2 K. Malheureusement, cette soudure ne mouille pas le niobium. Le développement d’une autre solution a représenté la
2.6. La puce à atomes

majeure partie de mon stage de M2. Les ingrédients de base de la recette que nous avons suivie, initialement proposée par J.Garfield dans [102], sont l’indium et l’alliage de Rose (50% bismuth, 25% étain, 25% plomb). Le protocole opératoire se décompose en 4 points :

1. Il faut avant tout bien gratter au cutter et au papier de verre la surface du niobium afin d’enlever la majeure partie de la couche d’oxyde qui la recouvre.

2. L’étape critique consiste ensuite à faire mouiller une petite galette d’indium sur le niobium en grattant la couche d’oxyde restant avec le fer à souder, dont la température est réglée juste au-dessus de la température de fusion de l’indium, autour de 150°C (le fer affiche 300°C mais le transfert thermique de la panne à l’échantillon s’effectue très mal car la pointe de la panne est très fine de manière à bien gratter la couche d’oxyde). La panne doit être très propre, et on utilise pour cette étape une panne dédiée. Au bout d’un moment, la galette d’indium adhère au niobium. Tous les contacts doivent être indiqués avant de passer à l’étape suivante.

3. Il faut ensuite déposer une goutte d’alliage de Rose sur l’indium en diminuant la température du fer jusqu’aux alentours de 150°C. Il ne faut pas trop chauffer la puce, afin de ne pas faire fondre la soudure des fils voisins, préalablement soudés en suivant ce protocole...

4. On peut enfin souder le fil de Niomax supraconducteur, pré-étamé à l’alliage de Rose, rapidement et sans trop chauffer. Il faut surtout éviter de faire fondre l’indium des pads voisins.

2.6.4 Protection des fils de la puce

Une portion du fil qui a transité, aussi petite soit-elle, devient dissipative. L’effet Joule chauffe très rapidement les alentours de ce point faible, ce qui fait transiter une plus grande portion du fil. Cet effet d’avalanche est dû au fait que la puce est dans le vide, et donc très mal thermalisée. La situation serait très différente si la puce était en contact avec de l’hélium superfluide, qui a une conductivité thermique très importante. Dès qu’une petite portion du fil transite, la résistance électrique augmente donc de façon appréciable. On peut se servir de cette signature très claire de la transition pour protéger les fils sur la puce.

Une mesure 4 fils est réalisée en continu aux bornes de la puce et est comparée à une tension seuil réglable. Le circuit électronique de protection des fils de la puce est détaillé dans la thèse de Thomas Nirrengarten [101]. Lorsqu’un fil transite, un MOSFET coupe le courant en quelques dizaines de µs et maintient le circuit ouvert jusqu’à actionnement d’un bouton-poussoir mécanique qui permet de réinitialiser l’électronique.

2.6.5 Caractérisation de la puce supraconductrice

Nous allons préciser dans cette sous-section les mesures de trois grandeurs que nous avons déjà utilisés dans le chapitre 1 pour calculer l’impédance de surface de la puce supraconductrice : le courant critique, la résistivité dans l’état normal à froid, ainsi que le deuxième champ magnétique critique.

- Mesure des courants critiques

Pour mesurer le courant critique d’un fil sur la puce, on augmente mA par mA le courant dans le fil jusqu’à la transition supra/normal, c’est-à-dire jusqu’à ce que la boîte de protection des fils de la puce s’actionne. L’intensité est mesurée à l’aide d’un ampèremètre Keithley 2000. Le courant critique dans le fil en forme de U est supérieur à 5 A. Le fil en Z transite à 1,76 A quand les lasers de piégeage sont éteints, et 1,60 A quand les lasers sont envoyés dans le cryostat. La différence
Chapitre 2. Dispositif expérimental

entre les deux courants critiques s’explique par un chauffage de la puce à cause d’une petite absorption des lasers de piégeage. En effet, la couche d’or n’est pas parfaitement réfléchissante, et les lasers sont plus grands que la surface du miroir et peuvent donc être absorbés par les éléments autour de la puce. Lorsque les lasers sont allumés, la densité volumique de courant critique vaut environ $5 \cdot 10^6 \, \text{A} \cdot \text{cm}^{-2}$, ce qui est du même ordre de grandeur que les densités volumiques typiques atteintes dans des fils à température ambiante, limitées par la dissipation par effet Joule ([103], [104]).

• Mesure de $\rho_N$

Dans l’hélium liquide, le fil est supraconducteur, et une mesure de résistance DC ne donne donc pas accès à la résistivité normale de la couche de niobium à basse température, $\rho_N$. La méthode classique consiste à mesurer la résistance de l’échantillon juste au-dessus de la transition, dans des vapeurs d’hélium. Comme la résistivité ne varie pratiquement pas entre 9-10 K et 4.2 K, on peut alors en déduire $\rho_N$ à froid.

En pratique, on réalise une mesure 4 fils de résistance DC, à bas courant (100 $\mu$A). L’échantillon est fixé sur une canne de longueur adaptable, puis plongé dans un bidon d’hélium liquide. En réglant la longueur de la canne, on approche la puce de la surface du liquide, et on peut mesurer la résistance de l’échantillon tout en restant au-dessus de la transition normal-supra.

Connaissant la géométrie du fil $Z$, on peut ensuite calculer $\rho_N$ à partir de la résistance $R$ par la relation $R = \rho_N L / s$, où $L$ et $s$ sont respectivement la longueur du fil $Z$ et sa section. On trouve la valeur suivante pour $\rho_N$ :

$$\rho_N = 15 \, \mu\Omega \cdot \text{cm} \text{ à 4,2 K}.$$ 

Au passage, on peut évaluer le RRR (Residual Resistivity Ratio) en répétant la même mesure de résistance à température ambiante.

$$\text{RRR} = \rho_N(\text{ambiante}) / \rho_N(\text{froid}) = 4.6.$$ 

Ces mesures nous renseignent sur la pureté de notre échantillon, qui est... mauvaise ! Un niobium très pur pourra avoir un RRR de quelques centaines, alors que le rapport vaut 1 dans la limite très sale. Le niobium très pur a $\rho_N = 14 \, \mu\Omega \cdot \text{cm}$ à température ambiante, contre 66 $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ pour notre puce. On peut donc espérer gagner beaucoup sur la pureté de l’échantillon lors de prochaines réalisations de puces.

• Mesure de $B_{c2}$

Pour un échantillon sale, on s’attend à ce que $B_{c2}$ soit très supérieur à sa valeur pour le niobium pur, qui est 0,29 T. Qualitativement, C.Perroz et C.Villard ont réalisé des mesures sur des échantillons comparables aux nôtres, et ont trouvé $B_{c2}$ de l’ordre de 4,5 T [88]. De tels champs magnétiques ne sont pas réalisables dans notre cryostat, et nous n’avons donc pas pu tester cette valeur pour l’instant. Nous prévoyons d’utiliser l’un des cryostats à dilution du laboratoire Pierre Aigrain pour mesurer la valeur de $B_{c2}$ sur notre échantillon.
Chapitre 3
Piégeage magnétique

<table>
<thead>
<tr>
<th>Section</th>
<th>Description</th>
<th>Page</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>3.1</td>
<td>Le système d’imagerie</td>
<td>77</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1.1</td>
<td>Dispositif expérimental</td>
<td>77</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1.2</td>
<td>Imagerie par absorption</td>
<td>79</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2</td>
<td>Piège magnéto-optique sur puce</td>
<td>83</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2.1</td>
<td>Transfert au piège magnéto-optique en $U$</td>
<td>83</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2.2</td>
<td>Piège magnéto-optique comprimé</td>
<td>84</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3</td>
<td>Mélasse et pompage optiques</td>
<td>87</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.1</td>
<td>Annulation du champ magnétique résiduel par effet Hanle</td>
<td>88</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.2</td>
<td>Mélasse optique</td>
<td>91</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.3</td>
<td>Pompage optique</td>
<td>94</td>
</tr>
<tr>
<td>3.4</td>
<td>Piégeage magnétique</td>
<td>97</td>
</tr>
<tr>
<td>3.4.1</td>
<td>Nécessité d’une compression adiabatique</td>
<td>97</td>
</tr>
<tr>
<td>3.4.2</td>
<td>Lois d’échelles lors de la compression adiabatique</td>
<td>98</td>
</tr>
<tr>
<td>3.4.3</td>
<td>Séquence expérimentale de compression du piège magnétique</td>
<td>98</td>
</tr>
<tr>
<td>3.4.4</td>
<td>Temps de vie dans le piège magnétique, rôle de $B_x$</td>
<td>100</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Chapitre 3. Piégeage magnétique

Introduction du chapitre 3

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté le dispositif expérimental cryogénique. Un nuage d’atomes froids issu d’un piège magnéto-optique bidimensionnel est chargé dans un piège magnéto-optique miroir à la distance de 2,3 mm de la puce à atomes supraconductrice. Le potentiel de piégeage quadrupolaire est généré par des bobines supraconductrices de dimensions centimétriques. Le chargement de ce piège magnéto-optique quadrupolaire dure 5 s.

Dans ce chapitre, nous allons d’abord décrire le transfert du nuage atomique dans un piège magnéto-optique dont la partie quadrupolaire du potentiel de piégeage est créée par le fil de niobium en forme de U déposé sur la puce à atomes. Le transfert du piège magnéto-optique quadrupolaire à ce « piège magnéto-optique en U » dure 20 ms. Le nuage atomique est ensuite comprimé et refroidi dans une étape de piégeage magnéto-optique désaccordé, qui dure également 20 ms. Un refroidissement supplémentaire est obtenu grâce à une étape de mélasse optique de durée 1 ms, puis les atomes sont pompés optiquement en 500 µs dans le sous-niveau Zeeman chercheur de champ faible $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Enfin, l’échantillon est capturé dans un piège magnétique, obtenu par la superposition d’un champ de biais et du champ créé par un courant circulant dans le fil en forme de Z sur la puce. Le nuage froid piégé dans un potentiel magnétique pourra alors être davantage refroidi par refroidissement par évaporation forcée, jusqu’à atteindre la condensation de Bose-Einstein. Le refroidissement par évaporation et la caractérisation du condensat de Bose-Einstein feront l’objet du dernier chapitre.

Dans toutes ces séquences résolues en temps, nous observons le nuage par absorption après avoir relâché le potentiel de piégeage. Ce chapitre commence donc par une description du système d’imagerie que nous utilisons dans les séquences expérimentales.

La description du dispositif expérimental et une version préliminaire de la séquence expérimentale ont fait l’objet de la publication [58], jointe en annexe C. L’annexe E reprend l’intégralité de la séquence expérimentale résolue en temps. Pour chaque étape, une référence au numéro de section correspondant est indiquée sur la figure.
3.1 Le système d’imagerie

Deux des méthodes les plus courantes pour observer un nuage d’atomes froids sont la fluorescence et l’imagerie par absorption. Pour ces deux méthodes, il s’agit d’envoyer un laser sonde résonnant avec la transition cyclante $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ ainsi que le faisceau repompeur hyperfin résonnant avec la transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$.

→ Dans le cas de l’imagerie par fluorescence, la direction d’observation est différente de la direction de propagation des lasers. On recueille la lumière émise par les atomes. Un décompte de photons donne alors accès au nombre d’atomes, connaissant les caractéristiques géométriques du montage, ainsi que le nombre de photons émis par atome pour une puissance de laser donnée. Ce dernier est calculé d’après les équations de Bloch optiques [105]. Nous utilisons ce type d’imagerie pour compter le flux d’atomes dans le jet atomique extrait du PMO2D, ainsi que pour observer en temps réel le piège magnéto-optique cryogénique.

→ Pour l’imagerie par absorption, le laser sonde est envoyé directement dans l’axe de la caméra, et le signal utile est l’absence de photons liée à la présence des atomes. Ce type d’imagerie est très utilisé pour observer et compter des nuages d’atomes froids. Nous réalisons des images d’absorption du piège magnétique et du condensat par exemple.

Notons juste ici l’existence d’autres schémas d’observation intéressants, comme par exemple l’absorption en régime de saturation forte, qui permet d’observer des paquets atomiques très denses [106], ou encore l’imagerie par contraste de phase, développée par le groupe de W.Ketterle au MIT, qui a notamment été utilisée pour observer la structure en couches d’un gaz de Fermi en interaction forte en présence d’un déséquilibre dans les populations de spins [107].

3.1.1 Dispositif expérimental

La figure 3.1 présente le dispositif expérimental d’imagerie par absorption. Le faisceau sonde est guidé dans une fibre optique, puis séparé en deux parties avant le cryostat, pour réaliser une imagerie de « côté » ou de « face ». Le col du faisceau sonde à l’entrée du cryostat est environ 5 mm pour chacun des deux bras. L’influence de la sonde dans l’un des deux bras n’est pas négligeable sur l’interprétation des images de l’autre bras, à cause du phénomène de fluorescence. Nous ne pouvons donc pas obtenir une image de face et une image de côté pour la même itération d’une séquence donnée. Ainsi, nous cachons systématiquement l’un des deux bras en fonction de l’axe d’observation choisi. Le repompeur est envoyé suivant l’axe $x$, et les détails de sa préparation sont donnés figure 2.21 page 68.

- **Imagerie de côté**

Environ 100 μW·cm$^{-2}$ de laser sonde sont envoyés avec un angle de 11° par rapport à l’axe $x$ pour obtenir une image du nuage par absorption de côté. La polarisation du faisceau sonde est linéaire, et le choix de la direction se fait en tournant la lame $\lambda/2$ avant le cryostat. Le faisceau sonde est réfléchi sur la couche d’or déposée sur la puce, puis collecté à la sortie du cryostat par une lentille de diamètre 1" et de focale $f' = 150$ mm située à 250 mm du nuage atomique. Une deuxième lentille convergente de diamètre 2" de focale $f'' = 100$ mm, placée en position « 2f-2f » de l’image obtenue par la première lentille, donne l’image des atomes sur le capteur CCD de la caméra Princeton MicroMax. Le grandissement théorique attendu vaut 1.5. En pratique, le grandissement est mesuré directement à partir de l’image des fils de la puce dont nous connaissons les dimensions, et vaut environ 1.4. Le capteur CCD est rétro illuminé (back-illuminated), refroidi, et comprend 512×512 pixels. La taille d’un pixel est $(13 \mu m)^2$. On a donc une calibration de l’imagerie : un pixel de caméra correspond à un carré de côté 9,2 μm au niveau
du nuage atomique. Le champ accessible a une hauteur de 4,7 mm, ce qui permet de prendre des images après une trentaine de millisecondes de temps de vol au maximum. Les temps de vol les plus longs que nous ayons réalisés duraient en fait plutôt une vingtaine de millisecondes.

Comme la sonde est réfléchie sur la puce, on voit en fait deux images sur la caméra : l'image directe qui correspond à l’absorption de la sonde suivie d’une réflexion sur le miroir, et l’image réfléchie qui correspond à la réflexion puis l’absorption (voir figure refig-angle11). La distance sur la caméra entre ces deux images donne accès à la distance entre le nuage atomique et la surface de la puce. En pratique, on détermine les positions $M_1$ et $M_2$ des centres des deux images sur l’image de la caméra. La distance à la puce est alors donnée par la moitié de la distance $M_1 M_2$, que l’on convertit de pixels en vraie longueur grâce à la calibration décrite précédemment.

- **Imagerie de face**

Pour l’absorption de face, la situation est très similaire, sauf que l’angle entre la sonde et l’axe $y$ est seulement $3^\circ$. Cet angle est petit mais non nul afin d’éviter les franges résultant de l’interférence entre réflexions sur hublots succèsifs. Les deux images se superposent tant que le nuage est gros et chaud, mais on peut résoudre les deux pics lorsque la température du nuage descend à quelques $\mu$K. L’intensité du faisceau sonde de face vaut $175\,\mu W\cdot cm^{-2}$, et sa polarisation est linéaire et choisie à l’aide d’une lame $\lambda/2$. Cet axe d’imagerie est très important.
3.1. Le système d'imagerie

Fig. 3.2: Absorption de côté : le faisceau fait un angle de 11° avec la surface. La mesure de la distance entre les deux images permet de remonter à la distance du nuage à la surface.

pour la visualisation de l’inversion de l’ellipticité du condensat (voir chapitre 4).

La collection du faisceau réfléchi est assurée par une lentille 1° de focale \( f' = 100 \text{ mm} \) en position proche de 2\( f - 2f \). Une deuxième lentille 1° de focale \( f' = 75 \text{ mm} \) située à 40 cm de la première lentille effectue la mise au point sur le capteur CCD de la deuxième caméra Princeton PhotonMax. Le grandissement théorique est 2 mais là encore nous le calibrons plutôt à l’aide des fils de la puce dont les dimensions sont connues. Le grandissement réel est 1.7. Le capteur CCD est lui aussi rétro-illuminé, refroidi, de dimensions 512 × 512 pixels, et chaque pixel mesure \((13 \, \mu\text{m})^2\). Un pixel correspond donc à un carré de 7,5 \( \mu \text{m} \) de côté au niveau du nuage. La caméra de face a été acquise deux ans après celle de côté, et elle est beaucoup plus rapide. Le temps de lecture du capteur CCD complet est en effet seulement 27 ms, contre 270 ms pour la caméra de côté. Le champ couvert par la caméra de face a une taille de \((3,8 \text{ mm})^2\).

3.1.2 Imagerie par absorption

- Exploitation d’un signal d’absorption

Considérons un faisceau partiellement absorbé se propageant suivant une direction \( x \). On suppose que l’on est en régime linéaire, c’est-à-dire que les intensités \( I \) en jeu vérifient : \( I \ll I_{\text{sat}} \), où \( I_{\text{sat}} = 1,6 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2} \) est l’intensité de saturation de la transition. L’intensité après traversée du nuage est alors donnée par la loi de Beer-Lambert :

\[
I(y, z) = I_0(y, z) e^{-\int \varepsilon \sigma(\delta)n(x, y, z) dx},
\]

avec \( I_0 \) l’intensité avant le nuage, \( \sigma(\delta) \) la section efficace des atomes de \(^{87}\text{Rb} \) pour la transition \(|F = 2\) \( \rightarrow |F' = 3\) pour un désaccord \( \delta \) par rapport à la fréquence de résonance, et \( n(x, y, z) \) la densité atomique au point \((x, y, z)\). \( \varepsilon \) est une constante inférieure à 1, qui dépend de la polarisation. La section efficace de diffusion à résonance est donnée par :

\[
\sigma(\delta = 0) = \sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi},
\]

où \( \lambda = 780 \text{ nm} \) est la longueur d’onde de la transition.
Si on fait un Ansatz gaussien pour le profil de densité atomique dans le nuage, justifié pour un nuage thermique non condensé :

\[ n(x, y, z) = \frac{N_{\text{at}}}{(2\pi)^{3/2}\Delta x \Delta y \Delta z} e^{-\frac{x^2}{2\Delta x^2} - \frac{y^2}{2\Delta y^2} - \frac{z^2}{2\Delta z^2}} , \]

avec \( N_{\text{at}} \) le nombre total d’atomes dans le nuage et \( \Delta_i \) la largeur de la gaussienne dans la direction \( i \), la densité atomique intégrée suivant \( x \) s’écrit :

\[ \int n(x, y, z) dx = \frac{1}{\varepsilon \sigma_0} \ln \left( \frac{I_0(y, z)}{I(y, z)} \right) . \]

On voit donc que deux images sont nécessaires pour déduire le profil en densité du nuage intégré sur la direction \( x \) : après extinction de tous les champs magnétiques, une première image avec les atomes donne accès à \( I(y, z) \), et une deuxième image sans les atomes donne la référence \( I_0(y, z) \). En réalité, on expose le capteur CCD trois fois pendant 50 µs. La troisième image est prise lasers éteints et donne donc une idée du bruit électronique de fond \( I_{\text{back}} \). Ce bruit est soustrait pixel à pixel aux deux signaux \( I \) et \( I_0 \), et on a :

\[ \int n(x, y, z) dx = \frac{1}{\varepsilon \sigma_0} \ln \left( \frac{I_0(y, z) - I_{\text{back}}(y, z)}{I(y, z) - I_{\text{back}}(y, z)} \right) . \]

Un exemple d’image traitée est montré sur la figure 3.3, ainsi qu’un ajustement gaussien bidimensionnel du profil.

- Effet de la polarisation du laser : \( \varepsilon \)

L’imagerie par absorption se fait en champ magnétique nul, donc les sous-niveaux Zeeman sont dégénérés. Le signal d’absorption ne devrait donc pas dépendre de la polarisation du laser sonde. Cependant, le champ magnétique n’est jamais rigoureusement nul, et en tournant la lame \( \lambda/2 \) qui règle l’axe de la polarisation linéaire de la sonde, nous observons une modification de l’intensité du pic d’absorption. L’hélicité du faisceau sonde change à la réflexion sur la couche d’or, et chacune des images directe ou réfléchie correspond à l’absorption d’une hélicité donnée. On observe donc un déséquilibre entre les deux signaux d’absorption, qui dépend du réglage de la polarisation incidente. La polarisation du faisceau sonde est choisie de façon à égaliser les deux signaux d’absorption. Dans la plupart des mesures, on s’intéresse aux variations relatives du nombre d’atomes dans les différents pièges. De plus, l’écart relatif maximal entre les deux signaux d’absorption ne dépasse pas 4% lorsque l’on fait varier la polarisation du laser sonde. Les incertitudes statistiques sur les mesures du nombre d’atomes sont plutôt autour de 10%, et nous négligerons donc l’effet de la polarisation par la suite, ce qui revient à prendre \( \varepsilon = 1 \).

- Application à la détermination du nombre d’atomes

La condition de normalisation :

\[ \int n(x, y, z) dxdydz = N_{\text{at}} , \]

 relie le nombre d’atomes et l’intensité absorbée :

\[ N_{\text{at}} = \frac{1}{\sigma_0} \int \ln \left( \frac{I_0(y, z)}{I(y, z)} \right) dydz . \tag{3.2} \]

En notant avec des tildes les distances en pixels telles qu’on les obtient sur la caméra, et \( g \) le grandissement en µm par pixel, le nombre d’atomes est finalement donné par :

\[ 80 \]
3.1. Le système d’imagerie

Fig. 3.3: Exemple d’image obtenue par absorption de côté, ainsi que l’ajustement bi-gaussien bidimensionnel associé. Les coupes suivant la croix sont graduées en densité optique en fonction du numéro de pixel. Les pixels bleus correspondent à l’absence d’atomes, et les rouges à la densité optique maximale. Le nuage est relâché à partir d’un piège magnétique sur puce (voir section 3.4). La distance à la surface est 322 µm et l’échantillon est constitué de 3 · 10⁹ atomes. Le logiciel de gestion des caméras et de traitement des images a été réalisé par Gilles Nogues.

\[ N_{at} = \frac{g^2}{\sigma_0} \int \ln \left( \frac{I_0(y, z) - I_{\text{back}}(y, z)}{I(y, z) - I_{\text{back}}(y, z)} \right) dy \, dz = \frac{g^2}{\sigma_0} A, \]

où A est l’aire de l’ajustement gaussien bidimensionnel de l’image obtenue. La détermination de l’aire de la gaussienne ajustée donne donc directement accès au nombre d’atomes.

- **Application à la détermination de température**

Après avoir éteint tous les champs magnétiques, le nuage atomique tombe sous l’effet de la gravité, et subit une expansion liée à sa température. Le carré \( \Delta z^2(t) \) de la largeur quadratique moyenne suivant l’axe z de la distribution spatiale du nuage croit avec le temps comme :

\[ \Delta z^2(t) = \Delta z^2(0) + \frac{k_B T}{m} t^2. \]

En mesurant la largeur de l’ajustement gaussien du nuage pour différents temps de vol, on peut remonter à la température T des atomes ainsi qu’à la taille initiale \( \Delta z^2(0) \) de l’échantillon piégé. La figure 3.4 montre le carré de la largeur quadratique moyenne du nuage en fonction du carré du temps de vol. Chaque image est prise par absorption de côté au cours d’une séquence différente. La première mesure est réalisée 1,5 ms après avoir éteint le piège. Nous choisissons ce délai initial suffisamment long pour être assurés de l’extinction des champs magnétiques. S’il reste un champ magnétique, la fréquence de la transition est décalée par effet Zeeman et
l’absorption est réduite, ce qui conduit à une sous-estimation de la taille du nuage. Toutes les mesures suivantes sont espacées de 0,35 ms. La pente de l’ajustement linéaire est proportionnelle à la température et l’ordonnée à l’origine est $\Delta z^2(0)$.

\[
\begin{align*}
T &= 36 \mu K \\
\Delta z(0) &= 185 \mu m
\end{align*}
\]

Fig. 3.4: Exemple de mesure de la température du nuage atomique par temps de vol. Les atomes sont piégés pendant 100 ms dans un piège magnétique (conditions de la figure 3.13). Tous les champs magnétiques sont ensuite coupés. Les atomes subissent une chute due à la gravité et une expansion liée à leur température. On mesure la largeur quadratique moyenne du nuage par absorption de côté 1,5 ms après l’extinction des champs. L’expérience est alors répétée en décalant la mesure de la taille du nuage de 0,35 ms à chaque fois. Un ajustement affine de $\Delta z^2$ en fonction de $t_{vol}^2$ donne accès à la température, 36 $\mu$K, et à la taille radiale initiale, 185 $\mu$m. Les numéros associés aux points correspondent aux numéros indiqués sur les images d’absorption. Sur chaque image, l’échelle de gris est redéfinie pour couvrir de la densité optique nulle (noir) à la densité optique maximale (blanc).
3.2 Piège magnéto-optique sur puce

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit le chargement d’environ $5 \cdot 10^7$ atomes dans un piège magnéto-optique dont le champ magnétique est la superposition d’un champ de biais homogène $(0,0,2.12)$ G, et du champ créé par un courant d’intensité $2.6$ A circulant dans la bobine quadrupolaire. Les atomes ont une température de $300 \mu$K et sont maintenus à une distance de $2,3$ mm de la surface.

Le but final est de piéger les atomes dans un piège purement magnétique, de type Ioffe-Pritchard, obtenu par la superposition d’un champ de biais homogène suivant $z$, et du champ créé par le fil en forme de $Z$, de largeur $40 \mu$m, gravé sur la puce. La largeur de ce fil a été choisie de façon à pouvoir approcher les atomes à quelques dizaines de microns de la surface de la puce. À cause des contraintes sur le courant critique du fil $Z$, on ne peut pas obtenir à la fois une grande extension spatiale et une profondeur de piégeage suffisante pour capturer directement les atomes du premier piège magnéto-optique. Le nuage atomique est donc beaucoup trop gros pour être transféré directement dans un piège magnétique sur puce.

L’étape que nous allons décrire maintenant a pour but de comprimer le nuage atomique. Nous allons d’abord transférer les atomes dans un piège magnéto-optique dont le champ magnétique est la superposition d’un champ de biais $B_z$ homogène suivant $z$, et du champ créé par un courant $I_U$ circulant dans le fil en forme de $U$ de largeur $280 \mu$m. Nous appelons ce piège le piège magnéto-optique en $U$. Le nuage ne sera pas comprimé lors de cette phase, afin d’optimiser le mode-matching entre les deux pièges et de perdre le moins d’atomes possible. Nous combinerons ensuite une compression des atomes avec un refroidissement par piège magnéto-optique désaccordé, afin de refroidir le nuage et de rapprocher les atomes de la surface.

3.2.1 Transfert au piège magnéto-optique en $U$

- **Principe**
  
  Nous avons deux contraintes à respecter lors du passage du premier piège magnéto-optique au piège magnéto-optique en $U$ :

  → La distance du centre des deux pièges à la puce doit être sensiblement identique pour garantir un bon *mode-matching* entre les deux pièges magnéto-optiques. Le rapport $I_U/B_z$ en fin de transfert, proportionnel à la distance du centre du piège à la puce, est alors fixé.

  → L’extension spatiale initiale du piège magnéto-optique en $U$ doit être comparable à celle du premier piège magnéto-optique, pour maximiser le nombre d’atomes capturés dans le nouveau piège. Cette contrainte impose l’ordre de grandeur du gradient du piège en $U$, donné par le rapport $B_z^2/I_U$.

  Nous réalisons une procédure d’optimisation sous ces deux contraintes. Pour charger les atomes dans le piège en $U$, il faut diminuer le courant dans la bobine quadrupolaire jusqu’à zéro, augmenter le courant dans le fil en $U$ et adapter le champ de biais pour satisfaire les contraintes précédemment décrites. Nous avons donc trois paramètres variables : le courant final dans le fil $U$, le champ de biais $B_z$ final, et la durée des rampes.

  Les alimentations que nous utilisons dans cette phase, de marque *Delta-Elektronika* sont assez lentes, et une programmation analogique plus rapide que $20$ ms donne lieu à une distortion des rampes de courant. Nous avons donc décidé de faire des rampes de durée $20$ ms. À partir de la formule de Biot et Savart, on peut déterminer quel champ de biais il faut appliquer, pour un courant donné dans le fil $U$, afin de garder le centre du piège à une distance de $2,3$ mm de la surface. Nous avons alors appliqué la procédure suivante : pour différents courants dans le fil $U$,
on trace le nombre d’atomes en fonction de $B_z$ autour du champ calculé. On choisit ensuite le couple $(I_U, B_z)$ qui maximise le nombre d’atomes chargés. Le nombre d’atomes est mesuré par absorption de côté, 60 ms après la fin des rampes pour être sûr que les atomes non piégés ont quitté le champ d’observation.

- **Résultats**
  La figure 3.5 résume la séquence temporelle de transfert du piège magnéto-optique quadrupolaire au piège magnéto-optique en U.

  → Les valeurs finales choisies sont : $I_U=4,5 A$ et $B_z=0,47 G$.
  → Le gradient obtenu est 1G/cm, ce qui est une valeur très faible. Comme nous allons le voir dans la sous-section suivante, dès la fin du chargement de ce piège, nous augmentons très rapidement le champ de biais suivant $z$, ce qui a pour effet de comprimer le nuage et de le rapprocher de la surface. Comme nous ne pouvons pas faire circuler un courant supérieur à 5 A dans le fil U, la seule façon de garder la distance à la surface constante est de s’accommoder de ce très faible gradient initial. Par ailleurs, le chargement du piège magnéto-optique en U est meilleur avec un courant de 4,5 A dans le fil U qu’avec un courant de 9 A. Ce faible gradient nous permet d’avoir un grand volume de capture qui correspond mieux à l’extension spatiale du piège magnéto-optique quadrupolaire.
  → Environ $4.2 \cdot 10^7$ atomes sont chargés dans le piège magnéto-optique en U, à une distance de 2,3 mm de la puce. L’efficacité de transfert du premier piège magnéto-optique au piège magnéto-optique en U est 85%.

3.2.2 Piège magnéto-optique comprimé

- **Principe**
  On ne peut pas directement passer du piège magnéto-optique en U au piège magnétique à 2,3 mm de la surface. En effet, afin d’avoir un bon *mode-matching* entre le piège magnéto-optique en U et le piège magnétique, il faudrait :

  → soit maintenir $B_z$ constant et passer de 4,5 A dans le fil U à 0 A, et de 0 A à 4,5 A dans le fil Z, mais le courant critique du fil Z est 1,76 A.
  → soit charger un piège avec environ 1,7 A dans le fil Z, et diminuer le champ de biais $B_z$. Mais, comme on le verra en détail dans la section 3.4, la profondeur du piège magnétique est donnée par la valeur de $B_z$. Si on diminue $B_z$, le piège que l’on pourra obtenir ne sera donc jamais assez profond pour capturer suffisamment d’atomes et garantir une évaporation forcée efficace.
Pour avoir le piège magnétique le plus profond possible, il faut avoir le plus grand \( B_z \) possible, c'est-à-dire les atomes les plus proches possible de la surface. Afin de ne pas perdre une grande quantité d’atomes par adsorption sur la surface, nous allons combiner une augmentation de la valeur de \( B_z \) à courant dans le fil \( U \) constant (il est déjà quasi maximal!) à un refroidissement laser supplémentaire, obtenu en augmentant le désaccord du laser maître.

Les deux forces en jeu dans un piège magnéto-optique dans la limite d’un grand nombre d’atomes sont la force attractive de piégeage d’une part, inversement proportionnelle au désaccord \( \delta \) du laser maître, et la force répulsive due à la diffusion multiple d’autre part, inversement proportionnelle à \( \delta^2 \). Cette deuxième force est liée au fait que les photons spontanés rayonnés par un atome peuvent être réabsorbés par un atome voisin. Si on augmente le désaccord \( \delta \), la force de piégeage, en \( 1/\delta \), décroit, mais la force répulsive de reradiation, en \( 1/\delta^2 \) décroit beaucoup plus. Au final, la densité d’équilibre au centre du piège est proportionnelle à \( \delta \), et le fait d’augmenter le désaccord comprime le nuage. Pour une description plus approfondie du piège magnéto-optique dans la limite des grands nombres d’atomes, on pourra se référer à [108], page 51.

- **Optimisations et résultats**

Nous allons maintenant décrire succinctement les trois étapes d’optimisation qui mènent à la séquence expérimentale présentée sur la figure 3.6. Un étude plus détaillée de cette étape de piège magnéto-optique comprimé se trouve dans la thèse de Thomas Nirrengarten [101].

→ Durée de la rampe de fréquence :
Nous avons d’abord commencé par faire une rampe de fréquence du laser maître de -2.7\( \Gamma \) à -10\( \Gamma \), à \( I_U \) et \( B_z \) constants. Les images d’absorption de côté et de face nous donnent accès à la densité dans l’espace des phases dans le piège \( \rho = n_0 \lambda_{dB}^3 \). La densité atomique \( n_0 = N_{at}/((2\pi)^{3/2}\Delta^0 x\Delta^0 y\Delta^0 z) \) se calcule à partir du nombre d’atomes \( N_{at} \) et des largeurs quadratiques moyennes des ajustements gaussiens \( \Delta^0_i \) dans la direction \( i \), pour \( i = x,y,z \), extrapolés à temps de vol nul. La longueur d’onde de de Broglie \( \lambda_{dB} = h/(2\pi mk_B T) \) est donnée par la température mesurée par temps de vol. Des rampes trop longues occasionnent des pertes atomiques, et des rampes trop courtes ne refroidissent pas efficacement le nuage. On trouve donc un compromis qui maximise la densité dans l’espace des phases pour une rampe de fréquence de durée 20 ms.

→ Valeur de la fréquence finale :
Nous avons ensuite optimisé la valeur finale de la rampe de fréquence du laser maître, pour une durée de rampe de 20 ms et en conservant la même configuration magnétique. On trace la densité dans l’espace des phases en fonction de la fréquence finale du laser maître, et on trouve que la densité dans l’espace des phases est maximale pour un désaccord vers le rouge de 9.7\( \Gamma \). On comprend qualitativement que pour des désaccords trop importants, le piégeage n’est plus efficace et le nombre d’atomes diminue beaucoup.

→ Valeur de \( B_z \) : compression
Nous combinons ensuite la rampe de fréquence précédemment optimisée à une rampe de champ \( B_z \), de durée 20 ms et de valeur finale variable. À l’issue de ces 20 ms, nous chargeons un piège magnétique en éteignant brusquement le courant dans le fil \( U \) et en faisant circuler 1.4 A dans le fil \( Z \). Ce piège magnétique contient un faible nombre d’atomes car les étapes de mélassage optique et de pompage optique décrites par la suite ne sont pas encore présentes. On peut toutefois choisir la valeur finale de \( B_z \) en maximisant le nombre d’atomes dans ce piège. La figure 3.6 montre la séquence temporelle de chargement d’un piège magnétique pour l’optimisation de la valeur finale de \( B_z \) dans cette étape de compression du piège magnéto-optique en \( U \). Nous laissons le piège magnétique allumé pendant 50 ms afin que les atomes
non piégés quittent la zone d'observation. Enfin, nous relâchons le piège et prenons une image d’absorption de côté après un temps de vol de quelques ms. Nous choisissons le champ \( B_z \) qui permet de maximiser le nombre d’atomes piégés. C’est un compromis entre un faible \( B_z \) qui situe le centre du piège loin de la puce mais qui crée un piège magnétique peu profond, et un grand \( B_z \) qui crée un potentiel magnétique plus profond, mais qui occasionne davantage de pertes d’atomes par adsorption sur la surface.

---

**Résumé**

La figure 3.7 résume la séquence temporelle de compression du piége magnéto-optique en \( \text{U} \). Environ \( 4,2 \cdot 10^7 \) atomes sont présents initialement dans le piége magnéto-optique en \( \text{U} \), à une distance de 2,3 mm de la puce. Le champ \( B_z \) est modifié linéairement en 20 ms de 0,47 G à 2,20 G, à courant \( I_U \) circulant dans le fil \( \text{U} \) constant égal à 4,5 A. Le gradient passe de 1 G/cm à 22 G/cm. Le désaccord vers le rouge \( \delta \) du laser de piégeage est simultanément augmenté à 9,7 T. À la fin de la procédure de la figure 3.7, environ \( 1,2 \cdot 10^7 \) atomes sont maintenus à une distance
de 460 µm de la surface. La température du nuage est 80 µK et les dimensions de l’échantillon sont 380 µm selon les directions y et z, et 1,2 mm selon la direction x.

3.3 Mélasse et pompage optiques

Nous avons vu précédemment qu’à l’issue de l’étape de compression du piège magnéto-optique en U, nous pouvons charger une partie du nuage atomique dans un piège magnétique créé à partir d’un courant circulant dans le fil Z et d’un champ de biais suivant z.

Le nombre d’atomes chargé est cependant très faible, pour deux raisons :
→ La température du nuage est $T=80\mu$K. Lorsque l’on mesure la température des atomes capturés dans le piège magnétique au cours du temps, on se rend compte qu’un phénomène d’évaporation naturelle fait thermaliser le nuage à 20 µK, au bout d’un temps typique de 3,3 s. Cet effet se comprend aisément lorsque l’on compare la température du nuage à la profondeur du piège magnétique exprimée en terme de température : $T_P = \mu_B(B_z - B_x)/k_B$, où $B_z$ est le champ de biais que l’on applique suivant z et $B_x$ le champ directeur des spins atomiques, aligné suivant x, créé par les deux bras du fil en forme de Z. Cette profondeur
Chapitre 3. Piégeage magnétique

vaut environ 240 µK, et le facteur $\eta = T/T_P$, caractéristique de l’évaporation, vaut seulement
3. Rappelons que la situation optimale pour débuter le refroidissement par évaporation forcée
est $\eta \approx 10^{10}$.

Autrement dit, les atomes sont trop chauds, étant donnée la profondeur du piège magnétique
que l’on peut créer. On pourrait songer à augmenter cette profondeur. Il faudrait alors
augmenter le champ de biais $B_z$, mais cela est synonyme de diminution de la distance du
nuage à la puce. À moins d’arriver à comprimer davantage le nuage spatialement dans l’étape
précédente de piège magnéto-optique désaccordé, ce que nous ne sommes pas parvenu à réa-
liser, une augmentation supplémentaire de $B_z$ à la fin de la rampe de compression du piège
magnéto-optique en $U$ entraînerait une perte d’atomes par adsorption sur la surface. Si l’on
garde les mêmes conditions de compression du piège magnéto-optique en $U$ et que l’on se
contente d’allumer un piège magnétique avec un grand $B_z$, on communique une vitesse aux
atomes, et le mouvement du centre de masse dans le potentiel magnétique, ergodique car pas
parfaitement harmonique, résulte très rapidement en un chauffage du nuage.

Il n’y a donc qu’une solution pour augmenter le facteur $\eta$ initial : diminuer la température du
nuage. Ce refroidissement supplémentaire est obtenu à l’aide d’une étape de mélasse optique,
décrite en 3.3.2. Le principe d’une mélasse optique est décrit dans [110].

→ Le fond du piège magnétique de Ioffe-Pritchard créé par le fil $Z$ et le champ $B_z$ est déterminé
par la composante suivant la direction $x$ du champ magnétique total au centre du piège. Cette
composante n’est pas nulle, ce qui permet d’éviter les pertes Majorana par retournement de
spin. La dégénérescence Zeeman des différents sous-niveaux $|m_F\rangle$ du niveau hyperfin $|F = 2\rangle$
est levée, et seuls les sous-niveaux $|m_F = +1\rangle$ et $|m_F = +2\rangle$, chercheurs de champ faible,
sont piégés. En pratique, le potentiel vu par les atomes dans le niveau $|m_F = +1\rangle$ est deux
fois moins confinant que celui vu par les atomes dans $|m_F = +2\rangle$, et seuls les atomes dans le
niveau $|F = 2, m_F = +2\rangle$ sont maintenus dans le piège. On perd donc une grande quantité
d’atomes, juste parce qu’ils ne sont pas dans le bon sous-niveau Zeeman.

L’étape de pompage optique, décrite en 3.3.3, permettra de peupler essentiellement le niveau
$|F = 2, m_F = +2\rangle$.

Les étapes de mélasse et de pompage optiques sont d’autant plus efficaces que le champ
magnétique au niveau des atomes est bien connu. En particulier, la mélasse optique permet de
bien refroidir les atomes uniquement en champ magnétique quasi-nul. Nous allons donc mainte-
nant décrire la procédure de compensation du champ magnétique résiduel au niveau du nuage
atomique.

3.3.1 Annulation du champ magnétique résiduel par effet Hanle

Avant la fermeture du cryostat, on mesure le champ magnétique au niveau de la puce avec
une sonde de dimensions centimétriques. Des grandes bobines, de dimensions caractéristiques
proches du mètre, entourent le cryostat et permettent d’annuler le champ résiduel du laboratoire
dans la zone expérimentale, avec une précision de l’ordre d’une centaine de mG. Cette précision
n’est pas suffisante pour que le refroidissement par mélasse optique soit vraiment efficace, et nous
avons utilisé les atomes comme sonde de champ magnétique très précise et locale pour déterminer
le champ magnétique résiduel au niveau du nuage. De plus, une fois que le cryostat est froid,
l’écran de plomb déposé à l’intérieur de la jupe à hélioïum écrante le champ magnétique produit
par les grandes bobines de compensation, et il faut utiliser les bobines supraconductrices in situ
pour annuler le champ résiduel piégé.

Une première méthode d’annulation du champ magnétique pourrait être une spectroscopie
Zeeman des atomes, sur le même principe qu’en 2.4.2. Mais on est alors limités par la largeur naturelle des pics d’absorption, qui est 6 MHz. Pour pouvoir résoudre les deux pics, il faudrait que la levée de dégénérescence des sous-niveaux Zeeman soit au moins de 3 MHz, ce que l’on obtient à l’aide d’un champ de 2,1 G. La précision que l’on obtient n’est pas assez bonne pour garantir l’efficacité de la mélasse optique, et il faut utiliser une calibration du champ magnétique plus précise.

Nous avons donc utilisé une variante de l’effet Hanle [111]. Habituellement, la configuration utilisée est celle de la figure 3.8 : on envoie un faisceau laser pompe de polarisation circulaire $\sigma^+$ par rapport à un champ magnétique directeur $B_z$ sur un nuage d’atomes froids. On observe le recul du nuage lié à l’absorption de photons par les atomes, par absorption d’un faisceau laser sonde envoyé suivant $x$ par exemple. La présence d’un petit champ magnétique résiduel $\vec{B}_\perp$ perpendiculaire à la direction de quantification idéale $z$ modifie la direction de quantification réelle. Autrement dit, le polarisation du laser pompe n’est plus uniquement $\sigma^+$, et le niveau $|b\rangle=|F=2, m_F=+2\rangle$, qui serait un état noir pour une polarisation $\sigma^+$ pure, n’est pas un état noir en présence d’une polarisation différente de $\sigma^+$. Minimiser le recul atomique revient donc à annuler l’absorption des photons pompe, c’est-à-dire à compenser le champ $\vec{B}_\perp$.

![Diagram](image.png)

**Fig. 3.8:** Schéma de principe de l’effet Hanle dans le cas d’un système à 3 niveaux : les atomes sont pompés dans l’état noir $|b\rangle$ par un laser de polarisation $\sigma^+$ par rapport à la direction $z$. La présence d’un champ $\vec{B}_\perp$ couple les sous-niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$. Les flèches en pointillés représentent l’émission spontanée.

- **Principe de l’effet Hanle avec un laser de polarisation $\pi$**

   Nous n’avons pas utilisé la configuration habituelle décrite précédemment, car les fluctuations de position de notre piège magnétique diminuent considérablement l’évaluation de la vitesse de recul. Nous avons donc décidé de réaliser une imagerie par absorption du faisceau pompe. Nous utilisons le laser de pompage optique Zeeman, à résonance sur la transition $|F=2\rangle \rightarrow |F'=2\rangle$. Ce laser est issu d’une fibre monomode à maintien de polarisation, vissée sur le coupleur de sortie de la sonde (uniquement pour ces expériences d’effet Hanle). On utilise donc le laser de pompage optique Zeeman, mais on peut réaliser une image par absorption de face comme on le fait d’habitude avec le laser sonde. La direction de propagation du laser pompe est très proche de la direction $y$.  

89
Nous avons choisi de travailler avec un laser de polarisation linéaire. Le coefficient de Clebsch-Gordan de la transition \( |F = 2, m_F = 0 \rangle \rightarrow |F' = 2, m_F' = 0 \rangle \) est nul (voir annexe de [112] et figure 3.9). L’état \( |F = 2, m_F = 0 \rangle \) est donc un état noir pour la polarisation \( \pi \). Pour compenser les champs résiduels, nous suivons la démarche suivante :

→ Après l’étape de compression, le piège magnéto-optique en U est éteint, mais un champ \( B_z = 3 \) G est conservé. Ce champ est grand devant les éventuels champs \( B_x \) et \( B_y \) résiduels. L’axe de quantification est donc très proche de l’axe \( z \). On envoie alors une impulsion du laser de pompage optique, de durée 50 \( \mu \)s. La puissance de ce laser vaut 100 \( \mu \)W, et son diamètre est 5 mm. Sa polarisation linéaire est choisie dans la direction \( z \) grâce à une lame \( \lambda/2 \). L’orientation est optimisée sur le signal atomique : une bonne polarisation \( \pi \) rend l’état \( |F = 2, m_F = 0 \rangle \) noir. L’absorption est donc minimale quand la polarisation du laser pompe est linéaire, orientée selon l’axe de quantification \( z \).

→ On diminue alors le champ \( B_z \) en dessous de 1 G : les champs \( B_x \) et \( B_y \) transverses ne sont plus négligeables devant \( B_z \). L’axe de quantification n’est plus parfaitement aligné suivant \( z \) et le signal d’absorption augmente. Nous minimisons ensuite le signal d’absorption en modifiant le courant de compensation que l’on fait circuler dans les bobines \( x \) ou \( y \). Grâce à cette compensation, \( B_x \) et \( B_y \) sont donc du même ordre de grandeur que \( B_z \).

→ Il reste maintenant à compenser \( B_z \). Pour cela, nous réalisons exactement les deux mêmes étapes que précédemment, en échangeant les directions \( x \) et \( z \) : la polarisation du laser de pompage optique est alignée suivant \( x \) en appliquant un fort champ \( B_x \), en compensant \( B_y \).
avec la valeur trouvée dans l’étape précédente, et en n’appliquant aucun $B_z$. On diminue ensuite le champ $B_x$ et on minimise le signal d’absorption en jouant sur les courants de compensation des composantes suivant les directions $y$ et $z$ du champ magnétique au niveau des atomes.

- Résultats

La procédure précédemment décrite est itérée plusieurs fois, en diminuant à chaque fois la valeur du champ fixant la direction de quantification. Les signaux d’absorption obtenus lors de la dernière itération sont présentés sur la figure 3.10. Pour la détermination finale du champ piégé suivant $x$, le champ directeur est dirigé suivant $z$ et vaut 0,7 G. Pour la détermination du champ piégé suivant $y$, le champ directeur est suivant $z$ et vaut 0,5 G. Enfin, pour la détermination du champ résiduel suivant $z$, le champ directeur est choisi suivant $y$ et vaut 1 G.

Le champ résiduel piégé dans le cryostat avant compensation vaut : $(−68 \pm 18, 112 \pm 6, 12 \pm 7)$ mG. Le champ magnétique total est donc compensé avec une incertitude d’environ 20 mG $(\sqrt{\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2 + \Delta B_z^2} = \sqrt{18^2 + 6^2 + 7^2} = 20 \text{ mG})$, ce qui est suffisant pour garantir l’efficacité de la mélasse optique. Les droites rouges sur la figure représentent des ajustements linéaires des signaux d’absorption en fonction du champ appliqué, et sont utilisées pour estimer l’incertitude sur le champ résiduel.

Les alimentations de compensation du champ magnétique sont des alimentations réalisées au laboratoire, initialement prévues pour alimenter des diodes lasers, et sont reliées aux bobines supraconductrices, en parallèle des alimentations Delta-Elektronika. Un MOSFET sert d’interrupteur entre les alimentations de compensation et les bobines. La compensation est allumée 50 $\mu$s avant le début de la mélasse et éteinte 50 $\mu$s après. Les détails de la séquence temporelle de la mélasse optique sont présentés sur la figure 3.11.

3.3.2 Mélasse optique

- Séquence temporelle

La figure 3.11 est constituée de huit étapes :

1. Phase de compression du piège magnéto-optique en $U$, décrite précédemment.
2. Extinction des champs magnétiques : la dissipation du courant des bobines $Z$ dans la résistance de $20 \Omega$ dure 500 $\mu$s. En tenant compte des courants de Foucault, le champ magnétique $B_z$ est nul environ 800 $\mu$s après la commande d’extinction.
3. Allumage des compensations du champ magnétique résiduel, en utilisant les valeurs déterminées par effet Hanle.
4. Mélasse optique : le désaccord du laser de piégeage est ajusté à $-10.2\Gamma$. L’intensité du laser maître passe de $13 \text{ mW/cm}^2$ à $65 \mu\text{W/cm}^2$, et l’intensité du repompeur est diminuée jusqu’à $30 \mu\text{W/cm}^2$.
6. Décharge d’un condensateur dans les bobines $Z$. Cette étape de boost du champ magnétique de biais suivant $z$ est nécessaire à cause de la grande inductance des bobines $Z$ et de la lenteur des alimentations Delta-Elektronika. Au bout de 170 $\mu$s, la décharge est complète, et l’alimentation lente Delta-Elektronika prend le relai pour générer le champ $B_z$. Le circuit électronique utilisé, à base de MOSFET, est présenté dans la thèse de Thomas Nirrengarten.
Fig. 3.10: Mesure des champs magnétiques résiduels dans les trois directions par effet Hanle. Les trois courbes correspondent à la dernière itération du processus décrit précédemment. (a) Le champ $B_z$ est fixé à 0,7 G. On trace le signal d’absorption en fonction de $B_y$. Le champ $B_y$ résiduel est situé entre 107 mG et 118 mG. (b) Le champ $B_z$ est fixé à 0,5 G et $B_y$ est compensé, à $\pm 6$ mG près, d’après les résultats obtenus en (a). On fait alors varier $B_x$. Le champ résiduel dans cette direction est compris entre $-86$ mG et $-50$ mG. (c) Cette fois $B_y$ est fixé à 1 G et $B_z$ est compensé d’après (b), à $\pm 18$ mG près. On mesure un champ résiduel $B_z$ compris entre 5 mG et 18 mG.

7. Allumage du fil $Z$ à une valeur intermédiaire de 1,16 A. Dès qu’une petite portion du fil $U$ ou $Z$ transite, la résistance électrique augmente de façon appréciable. On peut se servir de cette signature très claire de la transition pour protéger les fils sur la puce. Une mesure 4 fils est réalisée en continu aux bornes de la puce et un circuit comparateur peut actionner un MOSFET et couper le courant en quelques dizaines de $\mu$s. Le fait d’allumer le courant dans le fil $Z$ à cette valeur intermédiaire permet d’éviter un pic dans la tension aux bornes du fil $Z$, qui pourrait faire déclencher ce système de protection.

8. L’intensité dans le fil $Z$ est montée à 1,4 A. Le piège magnétique est allumé pendant une durée variable.

- **Principe de l’optimisation des paramètres de la mélasse optique**

Nous mesurons la température par temps de vol à la fin de la mélasse optique et le nombre d’atomes après 100 ms de piégeage magnétique. Le but est d’abaisser la température du nuage en perdant le moins d’atomes possible lors du transfert dans le piège magnétique. Pour cela, nous avons ajusté la durée de la mélasse, la rampe de désaccord de fréquence du laser maître, et les rampes de puissance des lasers.
### 3.3. Mélasse et pompage optiques

La figure 3.11 est la séquence temporelle de mélasse optique optimisée. Rappelons qu’environ $1.2 \cdot 10^7$ atomes étaient piégés dans le piège magnéto-optique en **U** comprimé, à la température de $80 \, \mu K$. À l’issue de l’étape 4 de mélasse optique, le nuage atomique a maintenant une température $T = 20 \, \mu K$, et contient $1.1 \cdot 10^7$ atomes. La température est maintenant suffisamment faible pour

---

<table>
<thead>
<tr>
<th>Approche</th>
<th>Compression</th>
<th>Mélasse optique</th>
<th>Piège magnétique</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td><strong>I</strong></td>
<td><strong>U</strong></td>
<td><strong>B</strong></td>
<td><strong>δ</strong></td>
</tr>
<tr>
<td>0A</td>
<td>0A</td>
<td>2.20G</td>
<td>-2.7Γ</td>
</tr>
<tr>
<td>4.5A</td>
<td>0A</td>
<td>0.47G</td>
<td>9.2Γ</td>
</tr>
<tr>
<td><strong>δ</strong></td>
<td>1.4A</td>
<td>0G</td>
<td>-10.2Γ</td>
</tr>
<tr>
<td>800µs</td>
<td>50µs</td>
<td>1ms</td>
<td>50µs50µs50µs</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Fig. 3.11:** Chronogramme de la séquence de mélasse optique optimisée, depuis la compression du piège magnéto-optique en **U** jusqu’au chargement d’un piège magnétique. L’étape de pompage optique sera décrite et incluse dans cette séquence dans la sous-section suivante. Les traits en pointillés représentent les temps de variation réels des champs magnétiques. $P_{rep}$ est la puissance du laser repompeur hyperfin. Le moment où les champs de compensation sont allumés et éteints est également indiqué sur la figure.

- **Résultats**

La figure 3.11 est la séquence temporelle de mélasse optique optimisée. Rappelons qu’environ $1.2 \cdot 10^7$ atomes étaient piégés dans le piège magnéto-optique en **U** comprimé, à la température de $80 \, \mu K$. À l’issue de l’étape 4 de mélasse optique, le nuage atomique a maintenant une température $T = 20 \, \mu K$, et contient $1.1 \cdot 10^7$ atomes. La température est maintenant suffisamment faible pour
Chapitre 3. Piégeage magnétique

que le paramètre $\eta = T_F/T$ soit supérieur à 10.

Afin d’augmenter l’efficacité de transfert dans le piège magnétique, nous allons maintenant effectuer une étape de pompage optique et peupler essentiellement le sous-niveau Zeeman $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

3.3.3 Pompage optique

- Montage expérimental

Dans cette étape, nous allons envoyer le laser repompeur hyperfin afin de peupler le niveau hyperfin $|F = 2\rangle$, ainsi que le laser de pompage optique Zeeman pour sélectionner le sous-niveau Zeeman $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

Nous avons vu en 2.6.1 que le fond du piège magnétique crée par $B_z$ et le fil $\mathbf{Z}$ est déterminé par la composante suivant $x$ du champ magnétique total au centre du piège. Cette composante est générée par les deux bras du fil $\mathbf{Z}$. La direction de quantification au fond du piège est suivant la direction $-x$. Pour pomper optiquement les atomes dans l’état $|F = 2, m_F = 2\rangle$, il faut envoyer un laser de polarisation circulaire $\sigma^+$ par rapport à la direction de quantification. Les contraintes stériques autour du cryostat nous empêchent de faire passer un faisceau dans la direction $x$ sans passer par l’un des cubes utilisés pour le laser maître. Si on utilisait le seul port d’entrée disponible pour envoyer le laser de pompage Zeeman, la polarisation circulaire obtenue serait $\sigma^-$ par rapport à l’axe $-x$, et non pas $\sigma^+$.

Il nous a donc paru plus simple d’appliquer un champ magnétique suivant $y$ avant d’allumer le piège magnétique, et de polariser les atomes dans $|F = 2, m_F = 2\rangle$ en envoyant un laser de face, c’est-à-dire suivant l’axe $y$, de polarisation $\sigma^+$ par rapport à la direction $y$. De plus, la polarisation du faisceau rétroréfléchi sur la couche d’or déposée sur la puce est également $\sigma^+$, ce qui équilibre partiellement la pression de radiation liée à l’absorption des photons du laser de pompage Zeeman. La vitesse communiquée aux atomes lors de la phase de pompage optique est ainsi réduite.

La figure 3.12 montre les configurations laser et magnétique que nous avons mises en place pour les pompages optiques hyperfin et Zeeman. Le laser de pompage Zeeman arrive fibré à proximité du cryostat et est envoyé perpendiculairement à la puce, centré sur le nuage atomique. Sa polarisation est choisie par un jeu de lames $\lambda/2$ et $\lambda/4$ avant le cryostat.

- Séquence temporelle et optimisations

Après l’étape de mélasse optique, nous allumons le champ $B_y$, envoyons une impulsion de laser de pompage Zeeman en laissant le repompeur hyperfin allumé, puis chargeons un piège magnétique à l’aide d’un champ $B_z = 4,4 \text{ G}$ et du fil $\mathbf{Z}$, tout en éteignant le champ $B_y$. Nous avons optimisé la valeur du champ magnétique $B_y$, la durée de l’impulsion laser, sa puissance et sa polarisation. La polarisation est choisie à l’aide d’un jeu de lames $\lambda/2$ et $\lambda/4$, placée avant le cryostat (voir figure 3.1 page 78).

Nous avons choisi les valeurs qui maximisaient le nombre d’atomes encore présents dans le piège magnétique au bout de 100 ms. Cette durée est suffisamment longue pour que l’on soit sûrs de ne détecter que les atomes piégés dans $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

- Résultats

La séquence optimisée est présentée sur la figure 3.13.

→ L’intensité du laser de pompage Zeeman vaut $250 \mu \text{W/cm}^2$, et son diamètre 5 mm est grand devant la taille du nuage pour faciliter l’alignement du laser sur le nuage. Si la puissance est plus grande, le nuage est chauffé pendant l’impulsion laser, et le nombre d’atomes mesurés au bout de 100 ms de piégeage diminue.
3.3. Mélasse et pompage optiques

Fig. 3.12: Configurations laser et magnétique pour le pompage optique. À la réflexion métallique, à la fois l’hélicité et la direction de propagation du laser de pompage Zeeman sont inversées. La polarisation du faisceau incident et du faisceau réfléchi, définies par rapport à l’axe de quantification imposé par le champ magnétique $B_y$, sont identiques et choisies selon $\sigma^+$. Le repompeur hyperfin est envoyé suivant l’axe $x$, comme précédemment.

→ L’impulsion dure 500 µs (étape 6). Une impulsion plus longue n’est pas avantageuse à cause de la gravité et de l’expansion thermique du nuage.

→ Le champ magnétique $B_y$ est allumé (étape 5) et éteint (étape 9) en 200 µs. Pendant l’impulsion, si $B_y$ est trop petit, la levée de dégénérescence Zeeman est faible, et le laser est facilement résonnant avec toutes les transitions $\sigma^+ |m_F\rangle \rightarrow |m_F'=m_F+1\rangle$. En revanche, l’état $|F=2,m_F=2\rangle$ n’est pas un bon état noir. Si $B_y$ est trop grand, c’est l’inverse : $|F=2,m_F=2\rangle$ est un bon état noir, mais le laser n’est résonnant qu’avec un faible nombre de transitions $|m_F\rangle \rightarrow |m_F'=F+1\rangle$. La valeur $B_y=2$ G, atteinte pendant l’impulsion laser (étape 6), correspond à un compromis qui maximise le nombre d’atomes dans le piège magnétique. Le choix de la fréquence du laser est illustré sur la figure 3.14.

→ La commande d’allumage du courant dans les bobines $z$ est envoyée dès l’étape 7 à cause de la grande inductance de ces bobines. La commande d’allumage du courant dans le fil $Z$ est transmise à l’étape 8, 50 µs avant la précédente. Le champ magnétique $B_y$ n’est éteint qu’à l’étape 9, pour éviter que les atomes se dépompent en restant quelques dizaines de µs en l’absence de champ magnétique. L’axe de quantification tourne donc en environ 300 µs de la direction $y$, imposée par $B_y$, à la direction $-x$, imposée par les deux bras du fil $Z$. Ce temps est bien supérieur à l’inverse de la fréquence de Larmor des atomes, ce qui garantit que les spins atomiques suivent adiabatiquement la variation du champ magnétique.

• Résumé

L’efficacité du pompage optique est définie comme le nombre d’atomes dans le piège magnétique en présence de l’impulsion laser de pompage Zeeman divisé par le nombre d’atomes
dans le piège magnétique en l’absence de cette impulsion, mais en présence de toute la séquence magnétique décrite et de l’impulsion de laser repompeur hyperfin. L’efficacité typique que nous obtenons est 3, ce qui nous permet de charger environ $3.5 \pm 0.5 \cdot 10^6$ atomes dans le piège magnétique présenté dans la séquence de la figure 3.13 ($\vec{B}_{\text{biais}} = (0, 0, 4.4)\,\text{G}$, $I_Z=1.4\,\text{A}$). L’efficacité de transfert depuis le piège magnéto-optique en U est 32%. Après 50 ms de piégeage, la température de l’échantillon dans le piège magnétique est 20 $\mu\text{K}$. Le centre du piège est à une distance de 500 $\mu\text{m}$ de la surface, et sa profondeur calculée vaut, exprimée en température, 240 $\mu\text{K}$. Le paramètre $\eta$ vaut 12 au chargement du piège, ce qui est satisfaisant pour débuter l’évaporation radio-fréquence.
3.4 Piégeage magnétique

3.4.1 Nécessité d’une compression adiabatique

Maintenant que les atomes sont maintenus dans un piège magnétique, l’étape suivante consiste à les refroidir par évaporation radio-fréquence. Le principe de cette méthode sera détaillé dans le chapitre 4. En quelques mots, une troncature du potentiel de piégeage à une énergie correspondant à quelques fois la température de l’échantillon permet d’éliminer les atomes les plus énergétiques. Les atomes restants dans le piège magnétique thermalisent par collisions élastiques à une température moyenne inférieure à la température initiale, d’où un refroidissement du nuage. Un fort taux de collisions élastiques garantit donc une bonne rethermalisation du nuage après évaporation des atomes les plus chauds.

Le taux de collisions élastiques vaut :

\[ \gamma_{col} = n(0) \sigma v_T, \]

où \( n(0) \) est la densité au centre du piège, \( \sigma = 8\pi a^2 = 7,9 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2 \) est la section efficace de collisions élastiques, proportionnelle à basse température au carré de la longueur de diffusion en ondes \( s : a \simeq 5,7 \text{ nm} \). \( v_T = \sqrt{8k_B T/\pi m} \) est la vitesse quadratique moyenne thermique du nuage de température \( T \). À l’aide de la relation d’équipartition de l’énergie dans la direction \( i = (x, y, z) \) :

\[ m\omega_i^2 < i^2 > = k_B T, \]

on peut exprimer la densité au centre \( n(0) = N_{at}/\sqrt{< x^2 > < y^2 > < z^2 >} \) en fonction du nombre d’atomes \( N_{at} \) et de la fréquence de piégeage \( \omega_i \) dans la direction \( i = (x, y, z) \). On obtient la relation suivante :

\[ \gamma_{col} = \sqrt{8 \pi N_{at} \sigma \bar{\omega}^3 / k_B T}, \]

où \( \bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3} \) est la moyenne géométrique des fréquences de piégeage.
Chapitre 3. Piégeage magnétique

On peut donc déterminer le taux de collisions grâce aux fréquences de piégeage. La description des méthodes de détermination de ces fréquences, par mesure ou calcul, fait l’objet de l’annexe B. Dans le premier piège magnétique allumé juste après l’étape de pompage optique, où le champ de biais est \( \vec{B}_{\text{bias}} = (0, 0, 4.4) \) G (voir figure 3.13, page 96), on calcule les fréquences de piège suivantes : \( (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi \times (22, 127, 129) \) Hz. Le taux de collisions élastiques vaut seulement \( \gamma_{\text{col}} = 8,5 \text{ Hz} \) : chaque atome subit en moyenne 8,5 collisions élastiques par seconde. Or, le taux de collisions élastiques doit être typiquement de l’ordre de la fréquence de piégeage pour garantir une rethermalisation rapide du nuage [96].

### 3.4.2 Lois d’échelles lors de la compression adiabatique

On comprend maintenant la nécessité de réaliser une compression adiabatique du nuage, afin d’augmenter le taux de collisions élastiques. Lors de cette compression, la moyenne géométrique des fréquences de piégeage passe d’une valeur \( \varpi \) à une valeur \( \varpi' \) supérieure. Nous allons maintenant déterminer des lois d’échelles, qui permettent de relier le taux de collisions et la température au rapport \( \varpi' / \varpi \). Pour cela, on peut se servir de l’adiabaticité de la compression, qui entraîne la conservation de la densité dans l’espace des phases \( \rho = N_{\text{at}} / V_r V_p \) :

\[
\begin{align*}
& \rightarrow N_{\text{at}} \simeq \text{cst pendant la compression. On néglige ici les pertes dues au temps de vie limité du nuage.} \\
& \rightarrow V_r = \sqrt{<x^2> <y^2> <z^2>} \propto (T/\varpi)^{3/2} \text{ est le volume du nuage dans l’espace réel.} \\
& \rightarrow V_p = \sqrt{<p_x^2> <p_y^2> <p_z^2>} = (mk_B T)^{3/2} \propto T^{3/2} \text{ est le volume occupé par les atomes dans l’espace des phases.}
\end{align*}
\]

La densité dans l’espace des phases, quantité conservée lors de la compression adiabatique du nuage, est donc proportionnelle à \( \varpi^2 / T \). On en déduit donc les lois d’échelles suivantes :

\[
\begin{align*}
& \frac{T'}{T} = \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^{2} \\
& \frac{\gamma'_{\text{col}}}{\gamma_{\text{col}}} = \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^{2} \quad (3.4)
\end{align*}
\]

### 3.4.3 Séquence expérimentale de compression du piège magnétique

La séquence expérimentale de compression adiabatique du piège magnétique est présentée sur la figure 3.15.

- **Le piège comprimé : tight trap**

Dans une première étape, le courant \( I_Z \) dans le fil Z est maintenu constant pendant que le champ de biais est changé linéairement jusqu’à la valeur \( \vec{B}_{\text{bias}} = (-13, 0, 26) \) G. La composante \( B_z \) est augmentée pour comprimer le piège, et la composante \( B_x \) permet d’augmenter le temps de vie du nuage dans le piège, au prix d’une réduction du confinement. Ce point sera discuté en détail dans la suite. On appellera ce piège le « tight trap ». La distance du nuage à la puce peut alors être calculée, et vaut 85 \( \mu \)m. On calcule les fréquences de piégeage suivantes dans le tight trap : \( 2\pi \times (100, 6000, 6000) \) Hz.

Le taux de collisions peut alors être estimé à partir de la loi d’échelle (3.4) :

\[
\gamma_{\text{col}}^{\text{tight}} \simeq 4 \text{ kHz}
\]
Nous avons donc atteint notre objectif : le taux de collisions, de l’ordre des fréquences de piégeage, est maintenant suffisant pour démarrer le refroidissement par évaporation forcée.

**Fig. 3.15:** Séquence temporelle de compression et décompression du piège magnétique. Le premier piège chargé, le « tight trap » et le « loose trap » sont repérés sur le chronogramme. L’évaporation radio-fréquence forcée aura lieu dans le tight trap. Le champ magnétique suivant $x$ est appliqué de façon à ce que la fréquence de retournement de spins des atomes ne corresponde pas à un pic de bruit technique, au prix d’un confinement réduit.

- **Décompression avant imagerie : le loose trap**

Si l’on coupait brutalement le champ de biais du tight trap, la surtension aux bornes des bobines $Z$ pourrait facilement atteindre quelques centaines de volts. Par précaution, afin d’éviter des claquages inter-spires, on réalisera donc toujours une décompression adiabatique du piège en 100 ms. Dans ce « loose trap », le champ de biais vaut $B_{\text{biais}} = (-13, 0, 8.4)$ G. Toutes les images par absorption sont obtenues après avoir relâché les atomes dans ce piège décomprimé.

La distance du nuage à la puce peut être mesurée, et vaut $380 \mu$m. Les fréquences de piégeage sont calculées, et valent $2\pi \times (30 \pm 10, 450 \pm 100, 450 \pm 100)$ Hz. Les incertitudes annoncées sont dues à l’incertitude sur l’angle entre les bobines $Z$ et la direction $z$ (voir annexe B).

Grâce à la formule (3.4), on peut exprimer la température $T_{\text{tight}}$ du nuage dans le tight trap à partir de la température $T_{\text{loose}}$, mesurée dans le loose trap :

$$\frac{T_{\text{tight}}}{T_{\text{loose}}} = \left(\frac{\omega_{\text{tight}}}{\omega_{\text{loose}}}\right)^2 = 70.$$ (3.5)
Chapitre 3. Piégeage magnétique

- **Vérification de l’adiabaticité**

  Comme nous l’avons vu sur la figure 3.15 : le piège est d’abord comprimé, puis décomprimé et enfin observé par absorption. Afin de s’assurer de l’adiabaticité de la compression, nous avons mesuré la température à l’issue de ce processus de compression/décompression, pour différentes durées de rampes. Si les rampes sont plus courtes que 100 ms, ces étapes ne sont pas adiabatiques et résultent en un chauffage du nuage. Nous n’avons aucun intérêt à réaliser des rampes de durée supérieure à cette valeur : la compression serait encore adiabatique mais on perdrait des atomes à cause du temps de vie limité du piège magnétique. Ceci explique donc la durée des rampes de compression et de décompression du nuage.

### 3.4.4 Temps de vie dans le piège magnétique, rôle de $B_x$

Afin de choisir la composante suivant $x$ du champ de biais dans le *tight trap*, nous avons mesuré le temps de vie dans le piège comprimé pour différents champs $B_x$ (voir figure 3.16).

![Graphique 3.16: Temps de vie dans le piège comprimé pour deux champs $B_x$ différents: $-4.3$ G et $-12.9$ G. Les deux courbes sont ajustées par une double exponentielle de temps caractéristiques $t_1$ et $t_2 > t_1$. L’encadré donne les deux temps $t_1$ et $t_2$ pour chacune des courbes.](image)

Pour des très faibles champs $B_x$, nous nous attendons à mesurer un temps de vie très petit, à cause des pertes de Majorana (cf [99] et sous-section 2.6.1). À partir d’une fraction de Gauss, on s’attend à ce que le temps de vie n’évolue plus en fonction de $B_x$. Or, nous avons observé que le temps de vie augmentait avec $B_x$, même pour des champs très grands (jusqu’à 15 G).

Cette réduction du temps de vie lorsque le champ de biais $B_x$ est trop petit est due à la présence de bruit technique dans notre dispositif, dont la densité spectrale à la fréquence de retournement de spin des atomes suffit à limiter le temps de vie du nuage près de la puce. La figure 3.17 est une mesure du nombre d’atomes restant dans le *tight trap* après 2 s de piégeage, pour différentes valeurs du champ de biais suivant $x$, donc différentes fréquences de retournement.
3.4. Piégeage magnétique

de spin au fond du piège. La fréquence de retournement de spin est calculée en tenant compte du champ de biais externe et de la contribution des deux bras du fil $Z$. Pour cette mesure, le nuage est préalablement refroidi à $1 \mu K$ par refroidissement par évaporation (voir le chapitre 4). Nous observons des pics discrets pour lesquels le nombre d’atomes restants chute brutalement.

**Fig. 3.17:** Caractérisation du bruit technique radio-fréquence. Le nombre d’atomes restant dans le *tight trap* après $2$ s de piégeage à une distance $85 \mu m$ de la surface est tracé pour différentes fréquences de retournement de spin au fond du piège, choisies à l’aide du champ de biais suivant $x$. Le nuage est préalablement refroidi à $1 \mu K$ par refroidissement par évaporation (voir le chapitre 4).

Nous comprenons maintenant pourquoi nous devons appliquer un champ de biais suivant $x$ de $13 G$ dans le *tight trap* : le rôle de ce champ important est d’élève le fond du piège au-dessus de tous les pics de bruit technique. La fréquence Zeeman de retournement de spins dans ces conditions vaut environ $9.8 MHz$.

Pendant ma dernière année de thèse, les efforts expérimentaux du groupe ont en grande partie consisté en la compréhension et la réduction de ce bruit. Les modifications du dispositif expérimental qui ont été nécessaires pour vaincre ce bruit technique seront détaillées dans la thèse d’Andreas Emmert.
Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre, nous avons décrit les différentes étapes qui nous ont permis de charger un piège magnétique sur puce. Le nuage, initialement maintenu dans un piège magnéto-optique miroir, est d’abord transféré dans un piège magnéto-optique sur puce. Ce piège magnéto-optique en U est ensuite comprimé et les atomes, rapprochés de la surface, sont refroidis lors d’une étape de mélasse optique, puis pompés optiquement dans le niveau $|F = 2, m_F = 2\rangle$ chercheur de champ faible. Le piège magnétique en Z est alors allumé, et environ $3.5 \pm 0.5 \cdot 10^6$ atomes sont capturés.

Le nuage est comprimé de façon adiabatique, et les atomes sont maintenus dans un piège magnétique que l’on appelle le tight trap ($I_Z = 1.4$ A et $\vec{B}_{\text{bias}} = (-13, 0, 26)$ G). Le fort taux de collisions élastiques dans ce piège ($\gamma_{\text{col}} = 4$ kHz) est un prérequis nécessaire à l’obtention d’un condensat de Bose-Einstein. La description de cette étape de refroidissement radio-fréquence va faire l’objet du chapitre suivant.

L’échantillon atomique est enfin décomprimé dans un loose trap ($I_Z = 1.4$ A et $\vec{B}_{\text{bias}} = (-13, 0, 8.4)$ G). Ce piège est coupé et le temps de vol des atomes est observé par absorption.
Chapitre 4
Condensation de Bose-Einstein

4.1 Évaporation radio-fréquence : principe et réalisation ................. 105
  4.1.1 Principe ................................................. 105
  4.1.2 Choix du paramètre $\eta$ ........................................ 106
  4.1.3 Mise en place expérimentale ................................... 106
4.2 Optimisation de l'évaporation ............................................ 108
  4.2.1 Le premier tronçon ........................................ 108
  4.2.2 Séquence finale ........................................... 113
4.3 Caractérisation du condensat de Bose-Einstein ......................... 116
  4.3.1 Profil de Thomas-Fermi ..................................... 116
  4.3.2 Fraction condensée ......................................... 118
  4.3.3 Inversion d’ellipticité ...................................... 119

Fig. 4.1: Distribution spatiale de la densité optique du nuage pour trois températures réparties autour de la température critique $T_c \simeq 100$ nK. Les images sont prises après un temps de vol de 17 ms. La présence d’un condensat est caractérisée par l’apparition d’un pic central dont le profil parabolique est dicté par le régime de Thomas-Fermi. Le condensat est entouré d’un piédestal thermique de distribution gaussienne. Une photographie de la puce à atomes avant le dépôt de la couche d’or est présentée sur la partie inférieure de la figure. Cette image a été proposée pour publication dans la section *Highlight* de la revue *EuroPhysics News* afin d’illustrer les résultats de notre article [59].

*Bose-Einstein condensation on a superconducting atom chip* joint en annexe D.
Introduction du chapitre 4

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté la séquence expérimentale résolue en temps, qui nous permet de charger environ $3,5 \cdot 10^6$ atomes dans un micro-piège magnétique sur puce à atomes supraconductrice. Le nuage d’atomes est comprimé dans un piège dit « tight trap », créé par un courant dans le fil en forme de Z d’intensité 1,4 A, et un champ de biais $\vec{B}_{\text{biais}} = (-13, 0, 26)$ G.

Dans ce chapitre, nous allons d’abord décrire le principe et la mise en place de l’évaporation forcée radio-fréquence du nuage d’atomes froids. Grâce à cette technique, la densité dans l’espace des phases va être augmentée de plus de 7 ordres de grandeurs, jusqu’à l’obtention d’un condensat de Bose-Einstein.

Dans la dernière section, nous caractériserons le condensat grâce au profil de densité de Thomas-Fermi que nous observons par absorption, ainsi qu’à l’inversion de l’ellipticité du nuage au cours d’un temps de vol. Une étude de la fraction condensée en fonction de la température de l’échantillon sera également présentée. Tous ces résultats ont fait l’objet de la publication [59], jointe en annexe D. Rappelons que l’annexe E reprend l’intégralité de la séquence expérimentale résolue en temps. Pour chaque étape, une référence au numéro de section correspondant est indiquée sur la figure.
4.1 Évaporation radio-fréquence : principe et réalisation

4.1.1 Principe

L'augmentation de la densité dans l'espace des phases jusqu'au seuil de condensation est obtenue en refroidissant l'échantillon d'atomes par évaporation radio-fréquence forcée. Cette technique, proposée initialement par Hess en 1986 [113] pour refroidir un gaz d'hydrogène, consiste à tronquer le potentiel de piégeage à une énergie correspondant à quelques fois la température de l'échantillon afin d'éliminer les atomes les plus énergétiques. Cette troncature est réalisée à l'aide d'un champ magnétique oscillant radio-fréquence, qui retourne le spin des atomes à résonance de $|F = 2, m_F = 2\rangle$ vers l'état anti-piégeant $|F = 2, m_F = 1\rangle$ (voir figure 4.2). Les atomes restants dans le piège magnétique thermalisent par collisions élastiques à une température moyenne inférieure à la température initiale, d'où un refroidissement du nuage.

![Diagram of the principle of RF evaporation](image)

Fig. 4.2: Principe du refroidissement par évaporation radio-fréquence : le potentiel de piégeage est tronqué à une valeur qui permet de stimuler des transitions entre le niveau piégeant $m_F = 2$ et le niveau $m_F = 1$. Une fois dans $m_F = 1$, les atomes voient un potentiel deux fois moins confinant et sont rapidement perdus.

Afin d'obtenir un condensat de Bose-Einstein, il faut forcer ce refroidissement en modifiant la fréquence de troncature au cours du temps : on réalise en pratique une rampe de fréquence, linéaire par morceaux, en commençant par évaporer les atomes les plus chauds (fréquences les plus hautes) puis en baissant au fur et à mesure la fréquence du couteau radio-fréquence. On voit que le paramètre important qui conditionne l'évaporation radio-fréquence est le rapport $\eta$ entre l'énergie de troncature et l'énergie thermique $k_B T$ du nuage piégé. Si on note $\nu_{RF}$ la radio-fréquence appliquée :

$$\eta = \frac{h\nu_{RF}}{k_B T}$$
4.1.2 Choix du paramètre $\eta$


→ Thermodynamique : lors d’un processus d’évaporation forcée dans un piège harmonique, le rapport entre nombre final et nombre initial d’atomes est relié au rapport entre températures finale et initiale par la relation :

$$\frac{N_f}{N_i} = \left( \frac{T_f}{T_i} \right)^{\left(\frac{\eta-2}{3}\right)},$$

Nous voyons donc que plus $\eta$ est grand, plus le processus est efficace : le gain en température peut être très important pour une faible perte d’atomes. D’un point de vue thermodynamique, on a donc intérêt à avoir le paramètre $\eta$ le plus grand possible.

→ Cinétique : le temps typique de retour à l’équilibre après la troncature dépend du taux de collisions élastiques $\gamma_{col}$ et de la valeur de $\eta$. Si $\eta$ est grand devant 1, on montre que l’inverse du temps de retour à l’équilibre est donné par $\eta e^{-\eta \gamma_{col}}$. Nous voyons donc que l’argument thermodynamique ne suffit pas : plus $\eta$ est grand, plus le retour à l’équilibre après troncature est lent.

Si on ne veut pas être limité par le temps de vie du nuage dans le piège magnétique, il faut donc faire un compromis entre l’efficacité du refroidissement en terme de gain dans l’espace des phases et les pertes atomiques dues au gaz résiduel, qui tendent à diminuer la densité dans l’espace des phases. On voit que le taux de collisions élastiques joue un rôle primordial dans le refroidissement par évaporation forcée, ce qui justifie la compression adiabatique décrite dans la section 3.4. Les rampes d’évaporation seront donc effectuées dans le tight trap.

4.1.3 Mise en place expérimentale

- **Source radio-fréquence**

Expérimentalement, nous modulons le courant circulant dans un fil $Z$ différent de celui utilisé pour le piègeage. Ce fil est situé à une distance de 3,3 mm du centre du nuage atomique (voir figure 4.3).

- **Programmation de la fréquence**

Le courant est délivré dans le fil par un générateur de fonction *Agilent 33250A*, de bande passante 80 MHz. La modulation de sa fréquence est commandée par une tension délivrée soit par un signal analogique issu d’une carte *National Instruments*, de résolution 12 bits, installée dans l’ordinateur de commande de l’expérience, soit par un deuxième générateur *Agilent 33250A*, de résolution 16 bits. La communication avec ce deuxième générateur se fait par GPIB, protocole assez lent. Les rampes de fréquences typiques que nous réalisons vont de 25 MHz à 9,5 MHz. Une résolution de 16 bits correspond donc à une précision d’environ 200 Hz, c’est-à-dire une incertitude sur la température de l’échantillon de $\hbar \nu/k_B = 9 \text{nK}$. Une résolution de 12 bits correspond à une précision d’environ 4 kHz, c’est-à-dire 190 nK exprimés en terme de température. Comme on le verra plus tard, la température critique dans le tight trap, dans lequel est réalisé l’évaporation est d’environ 700 nK, et on voudrait pouvoir choisir la température avec une précision d’une (petite !) fraction de $T_c$. On voit donc qu’une résolution de 12 bits, suffisante dans un premier temps, n’est pas assez précise pour réaliser des mesures quantitatives sur le condensat de Bose-Einstein, car
4.1. Évaporation radio-fréquence : principe et réalisation

Fig. 4.3: Le fil Z utilisé comme source de radio-fréquence est tracé en pointillés. Le centre du fil est à une distance de $3,3\text{ mm}$ du nuage atomique.

On ne contrôle la température du nuage avec une précision de seulement $27\%$ de $T_c$ (contre $1,2\%$ avec une résolution de 16 bits).
4.2 Optimisation de l’évaporation

La rampe d’évaporation est décomposée en plusieurs tronçons linéaires. À chaque étape, il faut choisir la puissance de la radio-fréquence envoyée, la fréquence finale, et la durée du tronçon. De plus, pour la première étape, il faut choisir la fréquence initiale.

4.2.1 Le premier tronçon

- **Première étape : spectroscopie radio-fréquence**

Nous réalisons la spectroscopie du nuage piégé suivant la séquence expérimentale de la figure 4.4. Dès la fin de la compression adiabatique du piège magnétique, une impulsion radio-fréquence de durée 10 ms est appliquée au nuage dans le *tight trap*. Dans une séquence donnée, la fréquence appliquée est constante pendant les 10 ms. On joue plusieurs fois cette séquence, pour diverses valeurs de la radio-fréquence.

![Diagramme de la spectroscopie radio-fréquence](image)

**Fig. 4.4:** Séquence temporelle de spectroscopie radio-fréquence des atomes avant le premier tronçon d’évaporation. Dès la fin de la compression adiabatique du piège, une impulsion radio-fréquence de durée 10 ms est appliquée au nuage dans le *tight trap*. Dans une séquence donnée, la fréquence appliquée est constante pendant les 10 ms. La flèche rouge illustre la variabilité de la fréquence appliquée d’une séquence à l’autre, pas au sein d’une même occurrence de la séquence.

Comme on le voit sur le schéma figure 4.5, si la fréquence appliquée est supérieure à la fréquence correspondante à la température du nuage, ou au contraire inférieure à la fréquence
4.2. Optimisation de l’évaporation

correspondant au fond du piège (flèches pointillées grises), aucun atome n’est évaporé. En revanche, dans les cas intermédiaires (flèches pleines vertes), certains atomes sont évaporés et le nombre d’atomes mesuré par absorption après relâchement du *loose trap* diminue.

\[
\begin{align*}
\text{Energie} & \\
\mu_B B_x / 2 & \\
\mu_B (B_x^2 + B_z^2)^{1/2} & \\
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\text{Position} & \\
m_F = 2 & \\
m_F = 1 & \\
m_F = 0 & \\
\end{align*}
\]

*Fig. 4.5:* Illustration des niveaux énergétiques et de la spectroscopie radio-fréquence. Si la fréquence appliquée est trop élevée ou trop faible (flèches pointillées grises), aucun atome n’est évaporé. Dans le cas intermédiaire (flèches pleines vertes), certains atomes sont évaporés.

Chaque point de la figure 4.6 correspond à un choix de fréquence différent dans la séquence 4.4. La fréquence initiale du premier segment est fixée à 25 MHz, car au-dessus de cette fréquence, aucun atome n’est évaporé. La fréquence finale du premier segment est fixée à 15 MHz, car pour cette fréquence, le nombre d’atomes restants est environ la moitié du nombre initial. Ce choix est un peu arbitraire, mais comme on optimise la durée de rampe par la suite, il n’est pas déterminant. La flèche dans la zone grise représentante la première rampe linéaire que nous allons appliquer dans la suite aux atomes dans le *tight trap*. Il reste à déterminer la durée de cette rampe.
Chapitre 4. Condensation de Bose-Einstein

Fig. 4.6: Spectroscopie radio-fréquence du tight trap avant le premier tronçon d’évaporation. La fréquence finale du premier segment est fixée à 15 MHz. La zone grisée illustre le choix des fréquences initiale et finale du premier tronçon.

- Deuxième étape : différentes durées de rampe

Nous réalisons ensuite le premier tronçon d’évaporation dès la fin de la compression adiabatique du piège magnétique qui mène au tight trap (voir figure 4.7). La durée de cette rampe est variable. Comme précédemment, le piège est ensuite décomprimé et on prend une image par absorption de face après un temps de vol allant de 10 à 17 ms. On estime alors la densité dans l’espace des phases $\rho$ en la reliant au nombre d’atomes $N$ et à la température $T$ du nuage par la loi d’échelle suivante, valable dans un piège magnétique harmonique :

$$\rho \propto \frac{N}{T^3} \propto \frac{A}{\Delta z^6} ,$$

où $A$ est l’aire de l’ajustement gaussien de l’image d’absorption, et $\Delta z$ la largeur quadratique moyenne dans la direction $z$. Le temps de vol est suffisamment long pour que la taille de l’ajustement gaussien du profil obtenu reflète directement la température du nuage.

La figure 4.8 a montre l’évolution de la densité dans l’espace des phases en fonction de la durée du premier tronçon. Nous avons choisi de limiter la durée de cette étape à 600 ms, c’est-à-dire avant que l’augmentation de densité dans l’espace des phases ne ralentisse trop.

La figure 4.9 a montre l’évolution de la densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes restants dans le piège après le premier tronçon, pour différentes durées de cette première rampe. Cette figure, en échelle log-log, est une autre façon de justifier le choix de 600 ms : pour des durées plus grandes, le nombre d’atomes diminue beaucoup alors que la densité dans l’espace des phases stagne. Cette représentation est détaillée sur la figure 4.9 b : suivant que le régime d’emballlement de l’évaporation (runaway regime) est atteint ou non, l’allure de la densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes est très différente. Nous voyons sur la figure
4.2 Optimisation de l’évaporation

4.9 La durée de 600 ms permet de passer au deuxième segment d’évaporation avant que la densité dans l’espace des phases ne commence à stagner.

Enfin, une autre quantité intéressante est le taux de collisions élastiques, proportionnel à $N/T$ dans un potentiel harmonique. On estime le taux de collisions comme précédemment, grâce à l’aire $A$ et la largeur $\Delta z$ de la gaussienne ajustée sur les images d’absorptions :

$$\gamma_{col} \propto \frac{N}{T} \propto \frac{A}{\Delta z^2}$$

La figure 4.10 montre le taux de collisions élastiques en fonction de la durée du premier segment de la rampe d’évaporation. On voit clairement un palier pour des rampes de durée supérieure à 600 ms.
Chapitre 4. Condensation de Bose-Einstein

Fig. 4.8: Optimisation de la durée du premier tronçon d’évaporation radio-fréquence. Variation de la densité dans l’espace des phases (obtenue par la loi d’échelle $N/T^3$) en fonction de la durée de la rampe.

Fig. 4.9: (a) Évolution de la densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes restants dans le piège après la rampe radio-fréquence, en échelle log-log. La différence de durée entre deux point successifs est 100 ms. (b) Courbe issue du cours de C. Cohen-Tannoudji (figure 3 page 99 de [109]). Les paramètres $A$, $B$ et $r$ sont définis dans la référence. Cette représentation fournit un critère visuel de régime d’emballement : la densité dans l’espace des phases (notée $D$ sur la figure) sature si ce régime n’est pas atteint, et croit de façon monotone au cours d’une trajectoire d’évaporation quand le nombre d’atomes $N$ décroit si le régime est atteint.
4.2 Optimisation de l’évaporation

![Graphique](image)

**Fig. 4.10:** Rapport $N/T$, proportionnel au taux de collisions élastiques, en fonction de la durée du premier tronçon d’évaporation. Si la rampe dure trop longtemps, le taux de collisions élastiques, grandeur qui permet d’évaluer la cinétique de l’évaporation, atteint un palier.

### 4.2.2 Séquence finale

Finalement, le premier tronçon consiste en une rampe linéaire de la radio-fréquence, de 25 MHz à 15 MHz, en 600 ms.

Il suffit ensuite de réitérer la procédure présentée précédemment afin d’augmenter pas à pas la densité dans l’espace des phases. Pour la $n^{\text{ème}}$ étape, on commence par réaliser une spectroscopie du nuage atomique juste après les $n - 1$ premiers tronçons. On peut ainsi choisir la fréquence finale de la $n^{\text{ème}}$ partie de la rampe. Une illustration de la séquence de spectroscopie réalisée pour la détermination de la fréquence finale du deuxième tronçon est donnée sur la figure 4.11.

On applique ensuite les $n - 1$ premiers tronçons optimisés, puis on fait varier la durée du $n^{\text{ème}}$ tronçon. La colonne de gauche de la figure 4.12 illustre l’évolution de la densité dans l’espace des phases en fonction de la durée du $n^{\text{ème}}$ tronçon, ainsi que les durées finalement choisies. La colonne de droite de cette même figure présente l’évolution de la densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes restants dans le piège, en échelle log-log. L’écart entre deux points successifs sur ces courbes est 100 ms. Les durées choisies sont également reportées sur ces graphes.

La séquence complète d’évaporation forcée radio-fréquence est présentée sur la figure 4.13. La fréquence évolue suivant 7 tronçons linéaires, de 25 MHz à une fréquence que l’on choisit entre typiquement 9,881 MHz pour être juste au-dessus de la température critique, et 9,811 MHz pour avoir un condensat quasi-pur. Sur le même graphe est tracée l’évolution du rapport $N/T^3$, normalisé à 1 pour le dernier point de la figure. La densité dans l’espace des phases dans le piège magnétique augmente donc d’environ 7 ordres de grandeurs durant l’évaporation. Ces résultats sont très similaires à ceux d’autres groupes [96, 115], à une différence près : comme nous l’avons
Fig. 4.11: Séquence de spectroscopie réalisée pour la détermination de la fréquence finale du deuxième tronçon : après le premier tronçon, on applique pendant 10 ms une fréquence constante, et on mesure le nombre d’atomes restants après décompression dans le loose trap.

Vu à la fin du chapitre 3, la présence de bruit radio-fréquence dans notre dispositif expérimental nous oblige à remonter le fond du potentiel de piégeage à une fréquence d’environ 9,8 MHz, et remonte d’autant les fréquences finale et initiale de la rampe.

Le tableau 4.1 récapitule les différentes fréquences et durées des tronçons linéaires qui constituent la rampe totale.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Tronçon n°</th>
<th>Fréquence initiale</th>
<th>Fréquence finale</th>
<th>Durée</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>25 MHz</td>
<td>15 MHz</td>
<td>600 ms</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>15 MHz</td>
<td>12 MHz</td>
<td>950 ms</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>12 MHz</td>
<td>11 MHz</td>
<td>1750 ms</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>11 MHz</td>
<td>10,2 MHz</td>
<td>1250 ms</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>10,2 MHz</td>
<td>9,9 MHz</td>
<td>450 ms</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>9,9 MHz</td>
<td>9,85 MHz</td>
<td>650 ms</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>9,85 MHz</td>
<td>9,83 MHz</td>
<td>200 ms</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tab. 4.1: Durée, fréquences initiale et finale de chaque tronçon d’évaporation.
4.2. Optimisation de l’évaporation

Fig. 4.12: Optimisation de la durée des tronçons 2 à 7 pour l’évaporation radiofréquence. **Gauche** : Variation de la densité dans l’espace des phases (obtenue par la loi d’échelle \(N/T^3\)) en fonction de la durée de la rampe. **Droite** : Évolution de la densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes restants dans le piège après la rampe radiofréquence, en échelle logarithmique. La différence de durée entre deux points successifs est 100 ms.
4.3 Caractérisation du condensat de Bose-Einstein

Nous allons maintenant nous intéresser à la caractérisation du condensat de Bose-Einstein. Deux des signatures de la condensation sont l’apparition d’une structure bimodale dans le profil de densité optique du nuage après temps de vol (sous-section 4.3.1), et l’inversion d’ellipticité du nuage lors du temps de vol (sous-section 4.3.3). Nous allons également étudier la proportion d’atomes dans le condensat en fonction de la température (sous-section 4.3.2).

4.3.1 Profil de Thomas-Fermi

- Profil de densité dans le piège magnétique

Dans le piège magnétique, la fonction d’onde $\phi(\vec{r})$ du condensat vérifie l’équation de Gross-Pitaevskii stationnaire dans l’approximation du champ moyen :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\vec{r}) + N_0 g|\phi(\vec{r})|^2 - \mu \right] \phi(\vec{r}) = 0,$$

avec $U(\vec{r})$ le potentiel de piégeage harmonique, $a$ la longueur de diffusion du $^{87}\text{Rb}$, $N_0$ le nombre moyen d’atomes dans le condensat et $\mu$ son potentiel chimique. $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ est la constante de couplage caractéristique de l’intensité des interactions inter-atomiques.

Dans l’approximation de Thomas-Fermi, valable lorsque la taille spatiale du condensat $R$ est très grande devant l’extension spatiale du niveau fondamental de l’oscillateur harmonique :
4.3. Caractérisation du condensat de Bose-Einstein

\[ R \gg \left( \frac{\hbar}{m \omega R} \right)^2, \]

l’énergie cinétique du condensat est négligeable devant l’énergie harmonique de piégeage :

\[ \frac{E_{\text{cinétique}}}{E_{\text{piège}}} = \frac{\hbar^2 / (m R^2)}{m \omega^2 R^2} = \left( \frac{\hbar}{m \omega R^2} \right)^2 \ll 1. \]

L’équilibre mécanique du condensat dans le piège magnétique est donc principalement déterminé par la compétition entre l’effet répulsif des interactions et l’effet confinant du piège. On peut ainsi négliger le terme d’énergie cinétique dans l’équation de Gross-Pitaevskii. On obtient :

\[ \mu \phi(\vec{r}) \simeq U(\vec{r}) \phi(\vec{r}) + N_0 g |\phi(\vec{r})|^2 \phi(\vec{r}). \]

En prenant \( \phi(\vec{r}) \) réel, on trouve la fonction d’onde de Thomas-Fermi :

\[ \phi(\vec{r}) = \left( \frac{\mu - U(\vec{r})}{N_0 g} \right)^{1/2}, \]

et enfin la densité atomique dans le piège :

\[ n(\vec{r}) = \phi(\vec{r})^2 = \frac{\mu - U(\vec{r})}{N_0 g}. \] (4.2)

Dans le potentiel magnétique harmonique, le nuage a donc un profil de parabole inversée, très différent des profils gaussiens, caractéristiques des distributions thermiques, que nous avons observés jusqu’à maintenant.

- **Profil de densité mesuré par temps de vol**


- **Implémentation de l’ajustement bimodal**

Les résultats précédents sont valables pour un condensat quasi-pur. En réalité, on observe la superposition d’une gaussienne thermique (indice \( th \)) et d’une parabole de Thomas-Fermi (indice \( TF \)). Les images par absorption nous donnent accès à la densité atomique après intégration selon l’axe de la sonde. On réalise donc un ajustement des images d’absorption par une fonction du type :

\[ a_0 + \frac{N_{th}}{2\pi \Delta x,th \Delta z,th} e^{-\frac{(x-x_{th}^c)^2}{2\Delta x,th} - \frac{(z-z_{th}^c)^2}{2\Delta z,th}} + \frac{N_{bec}}{r_{x,TF} r_{z,TF}} \frac{5}{2\pi} \left( 1 - \frac{(x - x_{TF}^c)^2}{r_{x,TF}^2} - \frac{(z - z_{TF}^c)^2}{r_{z,TF}^2} \right)^{3/2}. \] (4.3)

Les deux premiers termes sont identiques à ce que nous avions au-dessus de la température critique. Le troisième terme représente la partie condensée. La puissance \( 3/2 \) est obtenue en intégrant le profil (4.2) par rapport à la direction de propagation \( y \) du faisceau sonde, et les facteurs de normalisation sont choisis de sorte que \( N_{th} \) et \( N_{bec} \) représentent le nombre d’atomes dans la partie thermique et dans la partie condensée (voir [114]).
Chapitre 4. Condensation de Bose-Einstein

Il y a 11 paramètres ajustables : les aires $a_0$, $N_{th}$, $N_{bec}$, les centres de la partie thermique ($x_{th}^0$ et $z_{th}^0$) et condensée ($x_{TF}^0$ et $z_{TF}^0$), les largeurs quadratiques moyennes $\Delta_{x,th}^2$ et $\Delta_{z,th}^2$ des gaussiennes thermiques, et enfin les rayons de Thomas-Fermi du condensat $r_x,TF$ et $r_z,TF$.

- Résultats

Deux profils de densité optique sont montrés sur la figure 4.14. À gauche, la fréquence finale de la rampe d’évaporation forcée est 9,871 MHz. L’ajustement par une gaussienne est très bon, et on peut en déduire que la température du nuage est supérieure à la température de condensation. À droite, la fréquence finale du dernier segment linéaire vaut 9,841 MHz. Le profil est très différent, et on voit clairement l’émergence de la fraction condensée. L’ajustement par le profil dicté par l’équation (4.3) permet de déterminer la nombre d’atomes dans la partie thermique et dans le condensat. Le condensat contient typiquement $1 \cdot 10^4$ atomes. On peut maintenant s’intéresser à la variation de la fraction condensée en fonction de la température.

Fig. 4.14: Coupes horizontales de l’image d’absorption de face après 17 ms de temps de vol. **a** : La fréquence finale de la rampe radio-fréquence est 9,871 MHz. **b** : La fréquence finale est maintenant 9,841 MHz. On remarque l’émergence de la fraction condensée, ajustée par le profil de l’équation (4.3). Le condensat contient environ $1 \cdot 10^4$ atomes.

4.3.2 Fraction condensée

- Rappels théoriques

On définit la fraction d’atomes condensés par $N_{bec}/(N_{bec} + N_{th}$, où $N_{bec}$ et $N_{th}$ sont respectivement le nombre d’atomes dans le condensat et dans le nuage thermique. Au voisinage de la température critique, en l’absence d’interactions entre atomes, la fraction condensée varie en fonction de la température selon la loi [117] :

$$
\frac{N_{bec}}{N_{bec} + N_{th}} \propto 1 - \left( \frac{T}{T_c^0} \right)^3 \quad \text{avec} \quad k_B T_c^0 = \hbar \omega \left( \frac{N}{1.202} \right)^{1/3}.
$$

(4.4)

$T_c^0$ est la température critique théorique du gaz parfait.

- Résultats

La figure 4.15 montre la fraction condensée en fonction de la température du nuage. Cette dernière est obtenue à partir des largeurs quadratiques moyennes des ajustements gaussiens de
la partie non condensée.

Pour les données correspondant aux températures les plus faibles, les incertitudes sur les largeurs des parties thermiques sont très importantes, car il ne reste que très peu d’atomes non condensés. Pour ces points, nous avons obtenu la température de la façon suivante : nous avons tracé la température mesurée au-dessus de la température critique en fonction de la fréquence finale imposée lors de la rampe d’évaporation. Nous avons ainsi obtenu une courbe de calibration très proche d’une droite. Nous avons alors simplement prolongé artificiellement cette droite de calibration afin d’obtenir une estimation de la température pour les points les plus froids à partir de la fréquence finale.

Les lignes en traits pleins sont les prédictions théoriques en l’absence d’interaction entre atomes (équation (4.4)), pour différentes températures critiques : $T_c = 70$ (bleu), 100 (rouge), et 130 nK (bleu). Ces mesures ont été prises à une époque où le dispositif expérimental était assez instable, d’où la grande incertitude sur la température critique mesurée :

$$T_{c}^{\text{exp}} = 100 \pm 30 \text{nK}$$

D’après la formule 4.4, le calcul de la température critique théorique du gaz parfait repose sur la connaissance des fréquences de piégeage. Comme nous l’avons vu précédemment, ces dernières sont assez mal connues, et valent dans le loose trap : $2\pi \times (30 \pm 10, 450 \pm 100, 450 \pm 100)$ Hz. On en déduit donc l’estimation suivante de la température critique théorique :

$$T_{c}^{0} = 175 \pm 75 \text{nK}$$

La grande incertitude sur les fréquences de piégeage, discutée en détail en annexe B, nous empêche pour l’instant d’avoir une meilleure détermination de la température critique théorique. L’accord entre expérience et théorie ne peut être considéré ici que qualitatif.

### 4.3.3 Inversion d’ellipticité

- **Rappels théoriques**

Nous avons déjà utilisé l’analyse par changement d’échelle de l’équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps [116] pour déterminer le profil du condensat à chaque instant du temps de vol. Juste avant la coupure du piège, le nuage a une forme paraboloïdale de révolution. L’axe long de symétrie correspond à la direction $x$, c’est-à-dire à la plus petite fréquence de piégeage $\omega_\parallel$. La raideur plus importante des axes transverses est responsable de la forme de cigare du condensat piégé.

Au cours du temps de vol, l’ellipticité $e = \Delta z/\Delta x$ varie selon la loi [116] :

$$e = \varepsilon \frac{\sqrt{1 + \hat{t}^2}}{1 + \varepsilon^2(\hat{t}\arctan\hat{t} - \ln \sqrt{1 + \hat{t}^2})},$$

où le temps $\hat{t} = \omega_\perp t$ est normalisé à la fréquence de piégeage transverse, et $\varepsilon = \omega_\parallel/\omega_\perp$ est le rapport entre les fréquences longitudinale et transverse. Aux incertitudes sur les fréquences de piégeage près, il n’y a donc aucun paramètre ajustable.

- **Résultats**

La figure 4.16 est composée d’une succession d’images de temps de vol du condensat de Bose-Einstein, prise par absorption de face. Le délai entre deux images successives est 1 ms. Le nuage tombe sous l’effet de la gravité. Comme précédemment, la partie thermique subit une expansion isotope (halo vert). En revanche, on observe maintenant la présence du condensat très fin au
Fig. 4.15: Fraction condensée en fonction de la température. La température est choisie en ajustant la fréquence finale de la rampe d’évaporation. Les lignes en traits pleins sont les prédictions théoriques en l’absence d’interaction entre atomes (équation (4.4)) pour différentes températures critiques : $T_c=70, 100, \text{ et } 130 \text{nK}$. Les flèches (a) et (b) se réfèrent aux profils de la figure 4.14.


Fig. 4.16: Temps de vol du condensat de Bose-Einstein. La première image est obtenue $2 \text{ms}$ après avoir relâché le loose trap, puis l’écart entre chaque image est $1 \text{ms}$. Toutes ces images sont obtenues par absorption de face.
La figure 4.17 montre l’ellipticité de la fraction condensée en fonction du temps de vol. Le rapport d’aspect s’inverse quand l’ellipticité devient supérieure à 1. La ligne en trait plein est l’ajustement théorique de l’équation (4.5), sans paramètre ajustable, en prenant pour fréquences de piégeage les fréquences moyennes dans le *loose trap* : $2\pi \times (30,450,450)$ Hz.

Les deux lignes en pointillés tiennent compte de l’incertitude sur les fréquences de piégeage : la ligne du haut correspond aux fréquences suivantes : $2\pi \times (30,550,550)$ Hz, et la ligne du bas aux fréquences de piégeage : $2\pi \times (20,350,350)$ Hz.

Là encore, l’accord qualitatif entre les mesures et les prédictions théoriques est bon, mais des mesures plus précises restent à faire en vue d’une étude plus quantitative du condensat de Bose-Einstein.

**Fig. 4.17:** Inversion d’ellipticité du condensat au cours du temps de vol. Les encarts montrent deux images du nuage au début et à la fin de l’expansion. Les franges qui apparaissent sur l’image prise à long temps de vol résultent d’effet d’interférences entre les hublots successifs. La ligne en trait plein est l’ajustement théorique de l’équation (4.5) sans paramètre ajustable. Les deux lignes en pointillé tiennent compte de l’incertitude sur les fréquences de piégeage.
Conclusion du chapitre 4

Dans ce chapitre, nous avons décrit l’obtention et la caractérisation du premier condensat de Bose-Einstein sur puce à atomes supraconductrices. Environ $1 \cdot 10^4$ atomes sont condensés, et la température critique mesurée dans le loose trap vaut environ 100 nK. La température critique correspondante dans le tight trap est 700 nK (voir (3.5) page 99). Ces résultats sont en bon accord avec d’autres expériences de puces à atomes [19, 118].

Ces résultats sont très encourageants et démontrent la faisabilité de la condensation de Bose-Einstein à quelques dizaines de microns d’une surface froide. Néanmoins, les mesures que nous avons effectuées peuvent être encore beaucoup améliorées. Les courbes de ce manuscrit ont en effet été tracées à une époque où le dispositif expérimental était très instable. Dans la dernière partie de ma thèse, les efforts expérimentaux ont été grandement dirigés vers une plus grande reproductibilité des séquences, notamment par la modification du dispositif optique et par la réduction du bruit technique, aléatoire d’une réalisation de la séquence expérimentale à la suivante. Andreas Emmert décira en détail dans sa thèse les modifications du dispositif expérimental qui permettront à court terme d’augmenter la stabilité de l’expérience.
Conclusion

Résumé

La première partie du manuscrit consiste en un calcul théorique du temps de vie du nuage piégé au voisinage de la surface supraconductrice. L’impédance de surface en présence de vortex (matériau de type-II) est calculée dans la théorie développée par B. Plaçais et al. [60]. Cette impédance est traduite en terme de conductivité locale équivalente puis injectée dans le formalisme développé par P.K. Rekdal et al. [3]. Nous avons ainsi montré que la dissipation liée à la réponse dynamique du réseau de vortex dans le matériau supraconducteur ne peut pas être négligée. Les temps de vie que nous avons calculés sont toutefois très élevés et garantissent un bon potentiel aux puces à atomes supraconductrices.

Au cours de ma thèse, nous avons obtenu le premier condensat de Bose-Einstein au voisinage d’une puce à atomes supraconductrice. Environ $5 \cdot 10^7$ atomes de $^{87}$Rb, issus d’un piège magnéto-optique bidimensionnel, sont chargés en $5$ s dans un piège magnéto-optique miroir à la distance de $2,3$ mm de la puce supraconductrice. Le potentiel de piégeage quadrupolaire est généré par des bobines supraconductrices de dimensions centimétriques. Le nuage est ensuite transféré dans un piège magnéto-optique sur puce, en $20$ ms. Puis, ce piège magnéto-optique en $U$ est comprimé et les atomes, rapprochés de la surface, sont refroidis lors d’une étape de mélasse optique et pompés optiquement dans le niveau $|F = 2, m_F = 2\rangle$ chercheur de champ faible. Le piège magnétique en $Z$ est alors allumé, et environ $3.5 \pm 0.5 \cdot 10^6$ atomes sont capturés. L’échantillon est alors comprimé de façon adiabatique, et les atomes sont maintenus dans un piège magnétique que l’on appelle le tight trap ($I_Z = 1,4$ A et $\vec{B}_{\text{biais}} = (-13, 0, 26)$ G). Le fort taux de collisions élastiques dans ce piège ($\gamma_{\text{col}} = 4$ kHz) est un prérequis nécessaire à l’obtention d’un condensat de Bose-Einstein. Un refroidissement supplémentaire par évaporation radio-fréquence forcée permet enfin d’obtenir un condensat quasi-pur, constitué d’environ $1 \cdot 10^4$ atomes. Après l’étape d’évaporation, le nuage est décomprimé dans un loose trap ($I_Z = 1,4$ A et $\vec{B}_{\text{biais}} = (-13, 0, 8.4)$ G). Ce piège est coupé et le temps de vol des atomes est observé par absorption. La température critique mesurée après avoir relâché le loose trap vaut $100$ nK, ce qui correspond à une température critique dans le tight trap de $700$ nK.

Perspectives

À court terme, les efforts expérimentaux sont tournés vers l’obtention d’une meilleure reproductibilité des séquences expérimentales. Ceci est obtenu par une refonte totale de la table optique (utilisation d’un système {diode laser-MOPA} commercial, d’un cluster de fibres optiques et de coupleurs de fibres de meilleure qualité que précédemment), ainsi que par une gestion méticuleuse de la compatibilité électromagnétique de l’expérience. En particulier, toutes les alimentations ont été remplacées par des alimentations FUG très stables, faites sur mesure pour nos fils supraconducteurs. Nous prévoyons de rendre le cryostat complètement flottant du point de vue électrique, ce qui garantira un bon effet de cage de Faraday. Toutes ces modifications ont été réalisées pendant ma dernière année de doctorat, ou vont l’être très bientôt, par Andreas Emmert, Adrian Lupascu et Gilles Nogues.
À moyen terme, le but de l’expérience est l’excitation d’un atome de Rydberg unique [119] à partir du condensat, obtenu grâce à ce phénomène de blocage dipolaire [120, 121, 122, 123].

Cet atome unique peut ensuite être manipulé dans un piège électrodynamique, équivalent au piège de Paul pour les ions. Notre groupe a fait une proposition théorique d’un tel piège dans les articles suivants : [124, 125]. Le très grand dipôle électrique dans les niveaux de Rydberg circulaires pourra permettre un couplage fort avec des cavités supraconductrices linéaires. Un tel couplage a déjà été proposé dans la référence [56], mais dans le cas de molécules polaires. Le dipôle électrique des états de Rydberg est beaucoup plus grand et permettra donc d’obtenir des couplages beaucoup plus importants.
## Liste des Annexes

<table>
<thead>
<tr>
<th>Annexe</th>
<th>Titre</th>
<th>Page</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>A</td>
<td>Table optique</td>
<td>127</td>
</tr>
<tr>
<td>B</td>
<td>Mesure des fréquences de piégeage</td>
<td>129</td>
</tr>
<tr>
<td>C</td>
<td>Article : <em>Realization of a superconducting atom chip</em></td>
<td>132</td>
</tr>
<tr>
<td>D</td>
<td>Article : <em>BEC on a superconducting atom chip</em></td>
<td>138</td>
</tr>
<tr>
<td>E</td>
<td>Séquence expérimentale complète avec guide des sections</td>
<td>145</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Annexe A

Table optique

Fig. A.1: Préparation du laser maître et du repompeur. Sauf spécification contraire, les lentilles sont toutes sphériques.
Annexe B

Fréquences de piégeage

Il existe au moins deux méthodes de mesure des fréquences d’un piège magnétique :
- on peut moduler l’un des courants à une certaine fréquence, et observer la température du nuage. Des résonances paramétriques ont lieu à des fréquences discrètes données par
  \[ f_n = 2f_{\text{piège}} / n \]
  pour \( n \) entier supérieur ou égal à 1. Nous avons uniquement fait une démonstration de principe de cette méthode, car la programmation analogique d’une oscillation de champ magnétique était assez fastidieuse à mettre en œuvre dans le logiciel de gestion de la séquence expérimentale. L'excitation paramétrique de la figure A.2 est obtenue à l'aide d'une modulation triangulaire de l'amplitude du courant dans le fil \( Z \), de 20 mA autour de la valeur 1.3 A.
- on peut également changer brutalement l’un des paramètres du piège, par exemple un champ de biais. La transformation non-adiabatique du piège s'accompagne de l'excitation du mode d'oscillations du centre de masse du nuage dans le nouveau piège. On peut alors prendre des images au bout d’un temps de vol variable pour observer cette oscillation dans l’espace des phases.

La figure A.3 montre deux mesures de la fréquence transverse du piège, pour deux températures différentes, ainsi que la séquence temporelle associée. La température de l’échantillon est réglée à l'aide d’une étape d’évaporation radio-fréquence dans le tight trap (voir chapitre 4). On trace la position suivant l’axe \( z \) du centre de l’image d’absorption de côté en fonction du temps de vol. Quand la température du nuage est élevée, le taux de collisions élastiques est plus élevé et la taille verticale atteint plus rapidement une valeur quasi-stationnaire. Quand on réalise la même expérience avec un échantillon plus froid, les oscillations mettent plus de temps à disparaître, et l’ajustement par une sinusoïde amortie est plus précis.

Nous avons donc mesuré la fréquence transverse d’oscillation dans un piège magnétique créé par un courant \( I_Z = 1.4 \, \text{A} \) dans le fil \( Z \) et un champ de biais \( \vec{B}_{\text{biais}} = (0, 0, 9.4) \, \text{G} \) : \( \omega_\perp = 2\pi \times 720 \pm 20 \, \text{Hz} \).

Nous n’avons pas pu mesurer correctement la fréquence longitudinale de piégeage à cause du mauvais rapport signal sur bruit de l’imagerie de face. Il était donc crucial de développer un logiciel de calcul des paramètres des différents pièges magnétiques. Celui ci a été programmé par Gilles Nogues en langage C. Le fil \( Z \), d’épaisseur 40 \( \mu \text{m} \), est modélisé par une succession de 40 fils infiniment fins, espacés d’1 \( \mu \text{m} \). On peut calculer le champ magnétique en tout point de l’espace à partir de la formule de Biot et Savart. Une procédure numérique permet ensuite de déterminer la position du centre du piège ainsi que les fréquences de piégeage dans les trois directions.

Le résultat du calcul et des mesures ne concordent que si l’on rajoute un angle d’un degré entre les bobines \( Z \) et la direction \( z \). Une incertitude d’un degré sur cet angle se répercute en une imprécision d’environ 10% sur les fréquences de piégeage. Toutes les fréquences calculées seront donc données à 10% près. Une étude systématique des pièges que nous employons (tight trap, loose trap) devra être effectuée afin de mieux connaître les fréquences de piégeage. Pour l’instant, nous n’avons pas encore réalisé cette étude, car le dispositif expérimental était très instable. Les efforts expérimentaux ont été dédiés, pendant la dernière année de ma thèse, à l’obtention d’un système plus stable et à la réduction du bruit technique.
Annexe B - Fréquences de piégeage

Fig. A.2: Principe de la mesure de la fréquence transverse du piège magnétique par chauffage paramétrique. Le chauffage est effectué en modulant le courant dans le fil Z.
FIG. A.3: Mesure de la fréquence transverse du piège magnétique. On observe les oscillations du centre de masse du nuage après excitation par une modification brutale du champ de biais suivant la direction $x$. Plus la température de l’échantillon est faible, plus l’amortissement du mode collectif est lent. Sur la partie inférieure de la figure, on observe l’évolution de la taille verticale du nuage après temps de vol en fonction du temps de piégeage après la modification brutale de $B_x$. La thermalisation est plus rapide lorsque la température initiale est plus élevée, c’est-à-dire lorsque le taux de collisions est grand.
Realization of a Superconducting Atom Chip

T. Nirrengarten,1 A. Qarry,1 C. Roux,1 A. Emmert,1 G. Nogues,1 M. Brune,1 J.-M. Raimond,1 and S. Haroche1,2
1Département de Physique de l’École Normale Supérieure, Laboratoire Kastler Brossel, 24 rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France
2Collège de France, 11 place Marcelin Berthelot, F-75231 Paris Cedex 05, France
(Received 6 September 2006; published 17 November 2006)

We have trapped rubidium atoms in the magnetic field produced by a superconducting atom chip operated at liquid helium temperatures. Up to $8 \times 10^5$ atoms are held in a Ioffe-Pritchard trap at a distance of 440 $\mu$m from the chip surface, with a temperature of 40 $\mu$K. The trap lifetime reaches 115 s at low atomic densities. These results open the way to the exploration of atom-surface interactions and coherent atomic transport in a superconducting environment, whose properties are radically different from normal metals at room temperature.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.200405
PACS numbers: 03.75.Be, 32.80.Pj, 39.25.+k, 74.78.Na

In atom-chip experiments, cold atoms are trapped in the magnetic field gradients created by micron-sized current carrying wires [1] or ferromagnetic structures [2]. The design of the magnetic potential is thus very flexible, allowing for a precise manipulation of the external degrees of freedom of the atomic sample. In this context, the operation of a conveyor belt [3] or of an atomic beam splitter [4] have been demonstrated. These devices are particularly interesting for preparing degenerate bosonic or fermionic quantum gases [5,6].

Atom chips have a wealth of potential applications. They lead to the realization of compact atomic clocks [7], which are a key element for communication and positioning. Integrated atom interferometers [8] could be used as compact inertial sensors. More generally, atom chips open the possibility to bring well-controlled atomic samples close to “conventional” micro- or opto-electronic systems, an important step for quantum information processing and communication.

These objectives require the preservation of atomic coherence in the vicinity of the chip surface. At room temperature, as is the case in all atom chips experiments so far, various noise sources can jeopardize coherent atomic manipulations. Fluctuating currents of thermal origin (Nyquist noise) in a metallic substrate lead to fluctuating magnetic fields at the trap center. These field fluctuations can induce spurious transitions towards untrapped atomic states and are thus a potentially harmful source of atomic losses [9].

The field noise spectrum in the vicinity of a superconductor is expected to be drastically different from that of a normal metal at room temperature. Accordingly, the trap lifetime should increase significantly [10], with interesting potentialities for coherent atomic manipulations. Moreover, one benefits from an extremely good vacuum because of cryogenic pumping, as it has already been demonstrated for magnetic traps with centimeter-size coils [11].

We report here the operation of a superconducting atom chip. This experiment opens the way to studies of the interactions of cold atoms with superconducting surfaces and currents. In the longer term, we plan to use such a device to prepare cold Rydberg atoms and hold them for long times in a coherence-preserving electric trap [12]. These atoms, shielded from room-temperature blackbody radiation, could be employed for quantum information and fundamental studies on atom-surface and atom-atom interactions in dense Rydberg gases [13].

The atoms are cooled and trapped in a sequential process, taking place in the setup sketched in Fig. 1. Rubidium atoms ($^{87}\text{Rb}$) from a room-temperature vapor are trapped and cooled in a 2D-magneto-optical trap (MOT) producing an intense slow atomic beam which propagates upwards towards the experimental chamber in the cryostat. The beam is recaptured in front of the chip in a mirror-MOT using centimeter-sized superconducting coils [14]. The

FIG. 1 (color online). Scheme of the experiment. Laser beams along the $x$ direction are not represented.
atomic sample is then transferred into a tighter mirror-MOT whose field is produced by on-chip wires and, finally, brought into a Ioffe-Pritchard magnetic trap.

The 2D-MOT UHV chamber at room temperature is made up of two separate parts (Rb cell and drift chamber) connected together by a 10 mm tunnel with a small 0.8 mm diameter allowing for differential pumping. The pressure in the cell is limited by the Rb background pressure to \( \sim 10^{-8} \) mbar whereas the drift chamber is evacuated to a few \( 10^{-10} \) mbar. Atoms are trapped in the Rb cell along the horizontal \( x \) and \( y \) directions by counterpropagating laser beams (30 mW per beam, waist 40 mm along \( z \), and 20 mm along \( x \) and \( y \), detuned by \(-2.7 \) from the closed \( 5S_{1/2} \), \( F = 2 \) to \( 5P_{3/2}, F = 3 \) transition). A repumping laser, tuned to the \( F = 1 \) to \( F = 2 \) transition, is superimposed with the trapping beams. The 2D quadrupolar magnetic field gradient in the \( xy \) plane is 10 G/cm. A vertical laser beam along \( z \) (intensity 6 mW/cm\(^2\)) extracts the atoms from the 2D-MOT and pushes them towards the cryostat. When they get out of the horizontal repumping beams, a few cm above the 2D-MOT, they are pumped into the \( F = 1 \) dark state and are no longer pushed. The total atomic flux in the drift chamber is \( 1.5 \times 10^7 \) atoms/s. The velocity distribution spreads between 10 and 20 m/s and can be tuned by adjusting the power of the pushing beam. The atomic beam divergence (6 mrad) is determined by the diameter of the tunnel connecting the two chambers which is 18 cm above the 2D-MOT. The resulting beam diameter in front of the chip (60 cm above the 2D-MOT) is 3.5 mm, smaller than the distance to the chip surface (5 mm). A direct contamination of the chip by the atomic beam is thus avoided.

The beam from the 2D-MOT enters a \(^4\)He cryostat through a 10 mm diameter tube made of nylon and stainless steel bellows with low thermal conductivity. The tube couples into an inner experimental cell cooled down to 4.2 K which has nearly no connection with the insulation vacuum of the cryostat \( (8 \times 10^{-3}) \) mbar), in order to benefit from the extremely efficient cryogenic pumping by its cold surfaces. The optical view ports have a diameter of 60 mm and are carefully mounted in order to reduce the stress due to pressure and thermal contractions. Moreover, the cold windows are made of SF57 glass, which has a particularly low stress-induced birefringence [15]. The total measured phase shift between orthogonal polarizations for a laser beam crossing the whole setup is below 0.3 rad (95% of the power remains in the desired polarization).

In the inner experimental cell, an ensemble of centimeter-sized superconducting coils mounted around the chip creates a uniform bias field along any direction. Atoms from the low velocity beam are recaptured in a mirror-MOT in front of the chip reflecting surface [14]. Two counterpropagating laser beams are forming a 45 deg angle with the chip surface in the \( yz \) plane and two others are propagating in opposite directions along the \( x \) axis (see Fig. 1). All beams, brought to the experiment by polarization-maintaining fibers, have a 5 mm waist and a power of 8.5 mW. A fiber-coupled repumping beam (600 \( \mu \)W) is also sent along the \( x \) direction. The quadrupole magnetic field is obtained by an elongated 10 mm \( \times \) 28 mm rectangular superconducting coil placed 1.5 mm behind the chip (19 turns of Niomax Nb-Ti wire). It produces near its bottom end the same field as a \( U \)-shaped current distribution (see Fig. 2). Combined with a nearly uniform bias field \( B_z \), it creates a quadrupole field over a spatial extension of a few mm [14], well adapted for an efficient capture of the atoms from the slow beam. The current in the rectangular “quadrupole” coil, \( I_Q \), is 1.77 A and the bias field, \( B_z \), is 3.1 G.

Observations of the trapped cloud are carried out either by imaging the atomic fluorescence in the MOT beams or by measuring the absorption of a resonant probe beam. In both cases, the image is formed on a cooled CCD camera by lenses located outside the cryostat. The observation direction is either normal to the chip surface (“front” observation, along \( y \) or along an axis making an angle of 11 deg with respect to \( x \) (“side” observation). In the latter case, we observe both the direct image of the cloud and its reflection on the chip. We can thus determine precisely the distance of the cloud from the surface. In a 5 s time interval, we load \( 5 \times 10^7 \) atoms into the mirror-MOT at 2.1 mm from the surface. The cloud has a diameter of 2 mm and its temperature, measured by time of flight, is about 300 \( \mu \)K.

![FIG. 2 (color online). Layout of the atom chip. Black lines correspond to Nb wires. The dashed lines show the relative position of the quadrupole coil placed 1.5 mm behind the chip surface.](image-url)
Our atom chip (see Fig. 2) is made on a 65 mm \times 30 mm silicon wafer (thickness 360 \mu m) with a 500 nm insulating oxidized layer. It is coated by a 900 nm thick layer of Nb by cathodic plasma sputtering. A “U wire” (width 280 \mu m) is used for the on-chip mirror-MOT, and a “Z wire” (width 40 \mu m) for the magnetic Ioffe-Pritchard trap. The wires and contact pads are produced by standard optical lithography with a soft laser-printed mask followed by reactive ion etching. The resulting wire edge precision is about 5 \mu m. It will be considerably improved in the future using e-beam lithography for critical areas. Niobium and silicon being bad optical reflectors, the central part of the chip is coated by a 200 nm thick layer of gold (obtained by evaporation) on a 1.5 \mu m planarization and insulating layer of BCB (Dow chemicals, Ref. XU35133). The wafer is glued with silver lacquer and mechanically clamped on a copper plate (thickness 1 mm), in thermal contact with the 4.2 K bath. This plate is cut in many places in order to reduce the effect of eddy currents and hence allow for a fast switching of the magnetic fields. The current is fed in the chip structures through Nb-Ti Niomax wires soldered by a superconducting alloy [16] on the contact pads. The critical current for the U wire circuit is above 5 A. For the Z wire, the transition to normal state occurs at 1.94(1) A without laser light. In the presence of the trapping beams, this critical current is reduced to 1.71(1) A by the local heating due to losses in the gold mirror.

The complete timing for a trapping sequence is shown on Fig. 3. The mirror-MOT loading lasts 5 s. The 2D-MOT lasers are switched off 100 ms before the end of the loading, allowing the slowest atoms to reach the mirror-MOT. The trapped atoms are then transferred in 20 ms into the on-chip mirror-MOT, whose magnetic field is produced by the U wire and the uniform bias (the laser parameters are left unchanged). We decrease the current in the U wire current \(I_U\) linearly from 1.77 A down to 0 A, increase simultaneously the U wire current \(I_U\) up to 3 A, and reduce the bias field \(B_z\) down to 0.52 G. These parameters optimize the “mode matching” between the two mirror-MOTs. We obtain a transfer efficiency of \(\sim 85\%\) and the atomic cloud is finally at 1.8 mm from the chip surface.

In the next step, lasting also 20 ms, we bring the sample at a distance of 460 \mu m from the chip surface, corresponding to final values of \(B_z\) and \(I_U\) of 6.26 G and 1.8 A, respectively. As a result, the quadrupole magnetic field gradient increases from 5.8 G/cm to 500 G/cm and the atomic cloud is compressed. In order to reduce atom losses during the compression and to cool down the sample, the redshift of the trapping beams is increased from 2.7 \Gamma to 10.2 \Gamma and their power \(P\) is reduced from 8.5 to 6 mW. At the end of the process, the sample contains \(1.2 \times 10^7\) atoms at a temperature of 80 \uK. Its dimensions are 380 \mu m along the \(y\) and \(z\) directions and 1200 \mu m along \(x\). We note that this compression stage brings the atoms closer to the chip than typical atom-chip experiments at room temperature. This is because of the limited critical current in the Z wire which prevents us from performing an efficient transfer from the mirror-MOT to the magnetic trap at atom-chip distances larger than 500 \mu m.

The transfer to the Ioffe-Pritchard trap is finally realized by switching off rapidly all the laser beams in \(-1 \mu s\). At the same time, we cut \(I_U\) in \(-100 \mu s\) and set \(I_z\) at a value of 1.5 A (100 \mu s rise time). The bias field \(B_z\) remains constant during this operation. We can additionally switch on a homogeneous bias field along the \(+x\) direction. It allows us to control both the value of the magnetic field as well as its gradient in the vicinity of the trap center, two important parameters determining Majorana losses. The magnetic trap is activated for a minimum time of 50 ms in order to let the hottest untrapped atoms escape. All the magnetic fields are then switched off and an absorption image is taken. Figure 4(a) and 4(b) presents front and side absorption images for \(B_x = 0\) G. The total atom number is \(8.2 \times 10^5\), with a distance to the chip surface of 440 \mu m and a cloud temperature of 40 \uK. The transfer efficiency from the compressed on-chip mirror-MOT is thus 7\%. It could be noticeably increased by adding a molasses cooling and optical pumping stage before the final transfer in the magnetic trap. This requires, however, a fast switching of the bias field \(B_z\) which is impossible for the moment because of the large inductance of the bias coils. High-voltage fast-switching power supplies will make it possible.

Figure 4(c) shows the number of atoms in the trap as a function of time with \(B_z = 2.75\) G. It displays a double exponential decay. At the beginning, atom losses are fast [lifetime \(\tau_1 = 5.7(9)\) s]. We interpret this as an evaporation process, in which the hottest atoms of the sample escape the trap and stick to the chip surface [17]. As a confirmation, successive time of flight measurements during the first 10 s show an exponential decrease of the cloud temperature from 40 \uK down to 20 \uK with a characteristic time of 3.2 \pm 1.3 s. At long times, above 20 s, about
25% of the atoms are still trapped. The losses then become dramatically small [lifetime $\tau_2 = 115(35)$ s]. This long lifetime corresponds to an extremely good vacuum in the experimental chamber resulting from the efficient cryogenic pumping by the cold surfaces. By assuming that the vacuum is limited by He residual pressure with a Rb-He scattering cross section of 100 $\text{Å}^2$ [18] we infer a pressure of about $3 \times 10^{-11}$ mbar. This lifetime is large enough to perform evaporative cooling for the production of a BEC [5]. We also observe that a smaller $B_x$ bias results in a larger initial number of atoms (deeper trap) but reduces the value of $\tau_2$, probably because of Majorana losses. For $B_x = 0$ G we obtained $\tau_2 = 5(2)$ s.

In conclusion, our results demonstrate the feasibility of superconducting atom-chip traps. We have obtained very long trapping time, in the minute range. The number of trapped atoms is sufficient for reaching Bose-Einstein condensation, a short-term objective of this experiment. A significant increase of the atom number is expected after straightforward improvements. This will allow us to study coherent atomic manipulations in the vicinity of a superconducting environment. In particular, we plan to move the cloud away from the initial trapping region towards another part of the chip where the atomic sample will be held in front of a type I or type II superconducting surface. The trapping lifetime or the coherent transport of a BEC sample over these surfaces will be of particular interest.

Laboratoire Kastler Brossel is a laboratory of Université Pierre et Marie Curie and ENS, associated to CNRS (No. UMR 8552). We acknowledge support of the European Union (CONQUEST and SCALA projects), of the Japan Science and Technology corporation (International Cooperative Research Project: “Quantum Entanglement”), and of the Région Ile de France (IFRAF consortium). We had very helpful discussions with J. Reichel and D. Guéry-Odelin (LKB, ENS). We thank D. Esteve and D. Vion (Quantronics group, CEA/SPEC, Saclay) for their extremely valuable help for the chip, for the loan of equipment, and for letting us use their clean room facility. M. Rosticher (ENS) greatly helped us for the chip realization.

---

Annexe C - Realization of a superconducting atom chip
Annexe D

Bose-Einstein condensation on a superconducting atom chip

Cette annexe est une reproduction de l’article suivant :

Cet article détaille la séquence expérimentale en présence des étapes de mélasse et de pompage optiques, jusqu’à l’obtention et la caractérisation du condensat de Bose-Einstein. Environ $1 \cdot 10^4$ atomes sont condensés à une distance de $50 \mu m$ de la surface.
Bose-Einstein condensation on a superconducting atom chip

C. Roux¹, A. Emmert¹, A. Lupascu¹, T. Nirrengarten¹, G. Nogues¹(a), M. Brune¹, J.-M. Raimond¹ and S. Haroche¹,²

¹ Laboratoire Kastler Brossel, ENS, UPMC, CNRS - 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France
² Collège de France - 11 place Marcelin Berthelot, 75005 Paris, France

received 4 December 2007; accepted in final form 18 January 2008
published online 19 February 2008

PACS 67.85.-d – Ultracold gases, trapped gases
PACS 37.10.Gh – Atom traps and guides
PACS 03.75.Gg – Entanglement and decoherence in Bose-Einstein condensates

Abstract – We have produced a Bose-Einstein condensate (BEC) on an atom chip using only superconducting wires in a cryogenic environment. We observe the onset of condensation for \(1 \times 10^4\) atoms at a temperature of 100 nK. This result opens the way for studies of atom losses and decoherence in a BEC interacting with a superconducting surface. Studies of dipole-blockade with long-lived Rydberg atoms in a small and dense atomic sample are underway.

Copyright © EPLA, 2008

Atom chips allow to trap ultracold atoms in the vicinity of micron-sized current-carrying wires [1] or permanent magnetic structures [2]. Microfabrication techniques offer the opportunity to engineer a wide range of magnetic potentials [3,4]. Moreover, atom chips provide compact traps which could have important applications in metrology experiments based on atom interferometers [5–8].

Atomic samples prepared in a degenerate bosonic [9,10] or fermionic [11] collective quantum state have in this context a particular interest. An essential requirement is however to obtain, in close vicinity of the chip, a long enough lifetime for the condensed atomic sample. The lifetime over normal metal chips at room temperature is significantly affected by thermal current fluctuations (Nyquist noise) in the conducting surfaces. The resulting random magnetic field induces transitions towards untrapped magnetic states [12]. A possible solution to this problem is to produce the Bose-Einstein condensate (BEC) over permanent non-conducting structures [13] or dielectric surfaces [14]. Another promising possibility is to operate at low temperatures in the vicinity of superconductors. The near-field magnetic noise spectrum above a superconducting slab is expected to be significantly different from that of a metal at room temperature [15,16].

In addition, superconducting atom chips pave the way to the coupling of atomic samples to mesoscopic superconducting devices. A superposition of flux states in a SQUID could affect the BEC trapping potential, leading to macroscopic entanglement [17]. One can achieve even stronger coupling if the sample is excited towards Rydberg states [18] and electrically coupled to the field of a strip line cavity [19].

These perspectives have triggered efforts to develop cryogenic atom chips made of superconducting materials [20,21]. Very promising trapping lifetimes have already been observed [20]. We report here on the first observation of a BEC on a superconducting niobium atom chip. Bose-Einstein condensates with \(1 \times 10^4\) atoms and temperatures below 100 nK are produced at a distance of 85 \(\mu\)m from the chip surface. They can be compressed and brought as close as 50 \(\mu\)m from the chip. The cloud is then contained in a volume of a few \(\mu\)m³. This opens the way to systematic studies of the cloud lifetime in the vicinity of a type-II superconductor. Moreover, the achieved atomic densities are compatible with the observation of strong dipole-blockade if the cloud is excited towards Rydberg states [22–25].

Experimental setup and loading of the atom-chip trap. – Our experimental chamber is shown in fig. 1(a). Its basic operation is described more precisely in ref. [20]. Superconducting coils (not shown in the figure) can create a homogeneous bias field \((B_x, B_y, B_z)\) in the vicinity of the chip. A low-velocity intense beam of \(^{87}\)Rb atoms is produced in an external UHV chamber at room temperature. The atomic flux is 1.5 \(\cdot\) 10⁷ atoms/s with a velocity distribution between 10 and 20 m/s. The atomic beam propagates upwards towards the cryogenic experimental cell, and is trapped in front of the chip in a mirror-magneto optical trap (MOT). The magnetic

(a) E-mail: nogues@lkб.ens.fr
C. Roux et al.

Fig. 1: (Color online) (a) Scheme of the experiment. Detailed explanations are given in the text. Laser beams along the y and z directions and 1200 μm along the x-direction.

In order to increase the initial phase space density in the magnetic trap before evaporation, two additional steps are implemented with respect to the sequence described in ref. [20]. Before switching on the magnetic Ioffe-Pritchard trap, we first perform an optical molasses stage, followed by an optical pumping in the low-field–seeking state |F = 2, m_F = 2⟩, which will be used for the trapping. During the optical molasses stage (duration: 2 ms), the magnetic quadrupolar field of the mirror-MOT is switched off while the laser beams stay on. At the same time, the trapping beam intensity decreases to 65 μW/cm², and the red-shift of each beam is set to 10.2 Γ.

In the beginning of the molasses stage, the current in the U wire is set to 0 A in less than 100 μs. Due to the finite inductance of the coils, the bias field decreases more slowly. After 1 ms, its magnitude is found to be below 40 mG. We have checked this low value by using the atoms as a local probe for Hanle effect. After the extinction of the field, the molasses cooling is kept active during an extra period of 1 ms. At the end of this procedure, the cloud contains 1.1 · 10⁷ atoms at 20 μK. This temperature is about ten times smaller than the calculated depth of the magnetic trap in which the atoms will be transferred.

Next, we proceed to optical pumping into the |F = 2, m_F = 2⟩ state. We first pump all the atoms in the hyperfine level F = 2. The trapping beams on the F = 2 → F' = 3 transition are turned off at the end of the molasses stage, while the repumping laser on the F = 1 → F' = 2 transition remains on (intensity: 30 μW/cm²). We then pump the atoms in the m_F = 2 magnetic Zeeman sublevel. A 500 μs laser pulse is sent in presence of a (0, 2, 0) G bias field. The optical pumping laser is frequency stabilized on the |F = 2, m_F = 0⟩ → |F' = 2, m_F = 0⟩ transition and σ⁺ polarized. Its intensity is 250 μW/cm². The laser is sent along the y-axis, and retroreflected on the chip gold mirror. No significant heating of the sample is observed. The optical pumping stage increases by a factor of 3 the population in |F = 2, m_F = 2⟩.

The atomic sample is then transferred into the on-chip Ioffe-Pritchard trap. We first switch off all the lasers. The current in the Z wire is set to 1.4 A, and the bias field is changed from (0, 2, 0) to (0, 0, 4.4) G in approximately 200 μs. This fast switching time is obtained, in spite of the large inductance of the coils, with the help of a previously loaded capacitor. Once the desired value of the field is reached, the current is controlled by an external power supply, with a slower response time. During the transfer to the Ioffe-Pritchard trap, the quantization axis, determined by the total magnetic field at the cloud position, rotates from y to −z. The atomic spins adiabatically follow this rotating field.
Combining this fast switching procedure with the molasses cooling and optical pumping, we transfer up to \(3.5(5) \cdot 10^6\) atoms in the magnetic trap (transfer efficiency from the U-MOT: 32\%). After a 50 ms trapping time, the temperature of the atomic sample is 20 \(\mu\)K.

**Bose-Einstein condensation.** – The last step towards condensation is performed by forced evaporative radiofrequency cooling [27]. In order to speed up the evaporation process, we first increase the elastic collision rate by an adiabatic compression of the cloud. The bias field is raised to \((-13, 0, 26)\) G in 100 ms. After the compression, the Zeeman transition frequency towards untrapped states at the bottom of the trap potential is approximately 9 MHz. This value minimizes the influence of technical noise, present at lower frequencies, at the expense of a reduced confinement of the cloud. With these settings, the atoms are held in a “tight trap”, located 85 \(\mu\)m away from the surface. Calculations of the magnetic field give axial and longitudinal trapping frequencies equal to \(2\pi \times 6\) kHz and \(2\pi \times 100\) Hz, respectively.

We observe the atoms by absorption imaging after releasing the trap. The image is formed onto cooled-CCD cameras. The observation direction is either normal to the chip surface (“front” observation along \(y\), magnification 7.5 \(\mu\)m/pixels) or along an horizontal axis at an angle of 11 deg with respect to \(x\) (“side” observation, magnification 9.2 \(\mu\)m/pixels). In the latter case, we observe both the direct image of the cloud and its reflection on the chip. The distance between the cloud and the surface can thus be precisely determined. The optical resolution for both directions is of the order of 1 pixel. For large time of flight and thermal atomic ensembles, the final size of the Gaussian density profile directly reveals the atomic temperature. In order to avoid collisions of the cloud with the chip surface during its expansion, we first decompress adiabatically the trap in 100 ms to the final value of the bias field \((0, 0, 8.4)\) G before switching off all the magnetic fields. The cloud center is then located 380 \(\mu\)m away from the surface. The transversal and longitudinal frequencies in this “loose trap” are \(\omega_L = \omega_y = \omega_z = 2\pi \times 450(100)\) Hz and \(\omega_I = \omega_x = 2\pi \times 30(10)\) Hz, respectively. All the temperatures and number of atoms given in the following are measured in the loose trap.

Forced evaporative cooling of the sample is performed in the tight trap, in which the elastic collision rate is high. We ramp down a RF knife whose initial frequency corresponds to the energy of the hottest atoms in the trap. The RF knife is produced with the help of a current that is fed in an extra superconducting wire, located on the chip about 3.3 mm away from the atoms (cf fig. 1(b)). In these conditions, elastic collisions produce hot atoms which are expelled, while the mean temperature of the remaining sample decreases. The frequency of the knife is ramped down in order to match the temperature decrease, and thus force the process. Our RF ramp is made of seven linear parts, each of them being optimized as described in the following.

For the first linear part, three parameters have to be chosen: the total duration of the segment and its initial and final frequencies. The latter can be determined using Zeeman spectroscopy on the trapped cloud. Figure 2(a) shows the number of atoms still trapped after having been held for 100 ms in the tight trap. During that period, the RF knife current is sent at a fixed frequency in the setup. The resulting RF magnetic field induces Zeeman transitions for the resonant atoms. Before the first segment of the ramp, if the frequency is below 9 MHz or above 25 MHz, no atom is resonant with the field, and no atomic losses are observed. If the frequency lies between these two values, a significant part of the atoms is ejected from the trap. This measurement provides an estimation of the atomic energy distribution and allows us to choose the frequencies of the first step of the evaporative cooling. The frequency of the first segment is linearly decreased from 25 MHz, where no atoms are lost,
Fig. 3: (Color online) (a) Horizontal cross-section of the front absorption image after 17 ms of expansion, for a final evaporation ramp frequency \( f = 9.871 \) MHz. The solid line is a Gaussian fit. (b) Same as (a) with \( f = 9.841 \) MHz. It shows the emergence of a condensed fraction, fitted by a Thomas-Fermi distribution superimposed on a thermal background (solid line) (c) Condensed fraction of atoms as a function of temperature. The latter is varied by adjusting the final frequency of the evaporation ramp. The solid lines are theoretical fractions in the absence of interactions for the transition temperatures \( T_c = 70, 100 \) and 130 nK.

Our complete evaporation ramp finally ranges from 25 MHz down to an adjustable frequency between 9.811 MHz and 9.881 MHz. Figure 2(b) shows the evolution of the RF knife frequency during the process, as well as the \( N/T^3 \) ratio, which increases by more than 7 orders of magnitude. The latter has been normalized to 1 at the end of the ramp, where \( f = 9.841 \) MHz. The final frequency of the last segment is adjusted with a resolution of 5 kHz in order to have a good control of the temperature. Figures 3(a) and (b) show two cross-sections in the absorption image of the atomic cloud for the final frequencies \( f = 9.871 \) MHz and \( f = 9.841 \) MHz, respectively. Both images are taken along the front observation direction, 17 ms after releasing the cloud from the loose trap.

A sharp peak clearly appears on fig. 3(b) on top of a broader thermal Gaussian profile. The bimodal distribution is a strong evidence for the presence of a BEC. The condensed part of the sample can be fitted by a 2D Thomas-Fermi distribution, whose amplitude is used to determine the fraction of condensed atoms for fig. 3(c). The cloud temperature \( T \), in the abscissa of the graph, has been obtained by fitting the width of the thermal fraction with a Gaussian. However, the thermal fraction is too small to yield a precise fit in the case of the first four points of the graph (lowest temperatures). In those particular cases, \( T \) is extrapolated from a linear fit of its dependency as a function of the final frequency of the ramp. The solid lines in fig. 3(c) correspond to the fit of the condensed fraction in the absence of interaction between atoms for three different critical temperatures \( T_c = 70, 100 \) and 130 nK), which are qualitatively compatible with the experimental points. The corresponding critical temperature and number of atoms at the onset of BEC are \( T_c = 100(30) \) nK and \( N = 1.05 \cdot 10^4 \), respectively. For this number of atoms and the trapping frequencies obtained from numerical calculations, the expected theoretical critical temperature in the loose trap is 175(75) nK [28].

Further evidence for Bose-Einstein condensation is given by the inversion of ellipticity of the condensed part during a time-of-flight expansion. From the absorption images, we can extract the widths of the Thomas-Fermi profiles along the longitudinal \( (w_x) \) and transverse \( (w_z) \) directions. The ellipticity of the cloud is defined as the ratio \( w_x/w_z \). Figure 4 shows the ellipticity as a function of time for the three different critical temperatures.

Fig. 4: (Color online) Ellipticity of the atomic cloud during the time of flight. The insets show two images of the cloud at the beginning and the end of the expansion. In the latter case, the observed fringes are due to interference effects between successive cryogenic viewports. The solid line is the theoretical predictions with no adjusted parameter. The two dashed lines take into account the uncertainties on the trapping frequencies.
of the time of flight after releasing the atoms. It clearly displays an inversion between the $x$ and $z$ axes of the cloud. The solid line is provided by the scaling law of ref. [29] with no adjustable parameter. It qualitatively fits the experimental data. The two dashed lines account for the uncertainties on the trapping frequencies.

Conclusion and perspectives. – We have prepared the first BEC on a cryogenic superconducting atom-chip. The number of condensed atoms and the temperature are compatible with earlier results obtained in atom chips experiments. These results are a good starting point to lifetime measurements in the vicinity of superconductors. For this purpose, we will move the atoms away from the gold mirror, towards a region of the chip made only of superconducting material (fig. 1(b)). This could be achieved using a magnetic conveyor belt, as in ref. [3]. We also plan to excite the very dense atomic cloud towards Rydberg states. At the end of the evaporation ramp in the tight trap, the cloud is contained within a radius of a few μm. This situation is appropriate for strong dipole-blockade [22–25], possibly leading to the preparation of a single Rydberg atom [30] within the condensate. This Rydberg atom could be further manipulated in an electrodynamical on-chip trap [31,32].

***

Laboratoire Kastler Brossel is a laboratory of ENS and Université Pierre et Marie Curie, associated to CNRS (UMR 8552). We acknowledge support of the European Union (CONQUEST and SCALA projects, Marie Curie program), of the Japan Science and Technology corporation (International Cooperative Research Project: “Quantum Entanglement”), and of the Région Ile de France (IFRAF and C’nano IdF institutes). CR acknowledges support from DGA.

REFERENCES

Annexe D - Bose-Einstein condensation on a superconducting atom chip
Cette annexe présente la séquence expérimentale totale, du piège magnéto-optique quadru-polaire à l’imagerie du condensat de Bose-Einstein. Un guide avec le numéro de la section est également présenté sur cette figure.
Fig. A.4: Séquence expérimentale complète. L’encadré sur la page de droite précise les notations. Les sections du manuscrit où sont décrites chacune des étapes sont indiquées en rouge sur la partie supérieure de l’image.
Fig. A.5: Séquence expérimentale complète (suite). L’encadré sur la page de droite précise les notations. Les sections du manuscrit où sont décrites chacune des étapes sont indiquées en rouge sur la partie supérieure de l’image.
Bibliographie

Dans la version pdf, les numéros de page sont des liens qui renvoient à l’occurrence de la citation dans le texte.


149
Bibliographie


Bibliographie


[96] C. Aussibal, Réalisation d’un Condensat de Bose-Einstein sur une microstructure, Thèse de doctorat, Université Paris XI (2003). (Pages 64, 98 et 113.)
[99] J. Schwinger, Phys. Rev. 51, 648 (1937). (Pages 70 et 100.)


Résumé

Dans les expériences de puces à atomes, des gaz froids d’atomes alcalins peuvent être maintenus dans un piège magnétique à une distance de quelques microns d’une surface conductrice. La présence de la surface peut se révéler gênante pour le piégeage. En effet, les fluctuations du champ magnétique induites par le bruit de courant dans la puce engendrent des pertes et diminuent le temps de vie de l’échantillon dans le piège quand le nuage se rapproche de la surface. Ce bruit magnétique de champ proche est dû à la résistivité du conducteur métallique utilisé pour le piégeage. L’une des solutions à ce problème pourrait être l’utilisation de supraconducteurs.

Cette thèse présente la première expérience de puce à atomes supraconductrice. Nous avons en particulier obtenu le premier condensat de Bose-Einstein au voisinage d’un fil de niobium. Le condensat est composé de $10^4$ atomes à une température de 100 nK, à 50 µm de la surface de la puce. Les résultats obtenus au cours de ce travail montrent donc la faisabilité de la condensation de Bose-Einstein à quelques dizaines de microns d’une surface supraconductrice.

D’autre part, nous avons calculé l’effet du bruit de champ proche créé par la dynamique du réseau de vortex dans le supraconducteur sur les atomes piégés. L’effet des zones normales sur le nuage d’atomes froids n’est pas négligeable, mais le temps de vie calculé reste très au-dessus des temps de vie mesurés au voisinage de conducteurs normaux. Ces prévisions théoriques confèrent aux puces à atomes supraconductrices un réel potentiel en terme d’applications des micropièges magnétiques très confinants en environnement supraconducteur. Nous prévoyons par exemple de coupler le nuage atomique à des dispositifs supraconducteurs quantiques mesoscopiques.

Mots-clés: Atomes froids, condensat de Bose-Einstein, puce à atomes, supraconductivité, interactions atomes-surfaces.

Abstract

In atom chip experiments, cold alkali atoms can be trapped at distances as close as a few tens of micrometers from a conducting surface. The dissipation in the surface leads to a fluctuating magnetic field, which can induce Zeeman transitions towards untrapped states. The lifetime of the cloud then decreases when the cloud is brought closer from the surface. One promising solution to circumvent this problem would be to use a chip made of superconducting microwires instead of normal conductors.

In this thesis, we have obtained the first Bose-Einstein condensate on a superconducting atom chip. Approximately $10^4$ condensed atoms are trapped 50 µm away from the superconducting surface, at a temperature of 100 nK. These results show the feasibility of the achievement of the Bose-Einstein condensation at a distance of a few tens of microns from a superconducting slab.

Moreover, we have calculated the near field magnetic noise due to the dynamics of the vortex lattice, and its impact on the trapped cloud. If the dissipation due to the vortices cannot be neglected, the calculated lifetimes of the cloud still lies far beyond the values measured in the normal metal case. These theoretical predictions pave the way to applications such as coupling of the cold atoms to mesoscopic superconducting devices.

Keywords: Cold atoms, Bose-Einstein condensate, atom chip, superconductivity, atom-surface interactions.