Exercice 1 - Analyse dimensionnelle

1. Nombre de Reynolds : $Re = \dfrac{\rho L v}{\eta}$
où v :vitesse, L :longueur, ρ :masse volumique, Re sans dimension.

1.1. Donner les dimensions de v, L, ρ.

1.2. Quelle est l'unité de η ?

2. Frottements : formule de Stokes : $F = 6\pi\eta r v$
où v :vitesse, r :longueur, F :force.

2.1. Donner les dimensions de v, r, F.

2.2. Quelle est l'unité de η ?

3. Viscosité dynamique η défini par $F = \eta S v / L$
où v :vitesse, L :longueur, F :force, S :section.

3.1. Donner les dimensions de v, L, F, S.

3.2. Quelle est l'unité de η ?

4. Viscosités : $\nu = \dfrac{\eta}{\rho}$
où ρ :masse volumique, ν est en $m.s^{-2}$.

4.1. Donner la dimension de ρ.

4.2. Quelle est l'unité de η ?

Exercice 2 - Saut à skis

Les deux questions sont plus ou moins indépendantes. ***Ne pas hésiter à faire des petites applications numériques en vous référant à l'article.***

`Extraits de l'article Wikipedia "saut à skis"`

`Le skieur s'élance du haut d'un tremplin enneigé (ou revêtu de matière synthétique), et atteint une vitesse dépassant les 90 km/h au bout de la rampe.`

`Lors de la première compétition en 1879, le record était de 23 mètres. Il faudra attendre 1936 pour voir un saut à plus de 100 mètres et 1957 pour les 150 mètres. En 1994, Toni Nieminen devint le premier sauteur à sauter au delà des mythiques 200 mètres. Le record actuel date du 20 mars 2005 lorsque Bjorn Einar Romøren sauta à 239 mètres sur le tremplin de Planica en Slovénie.`

Pour simplifier, on prend une piste qui a l'allure suivante :

1. **Entre A et B** : $v_A = 0$. Calculer v_B et v_D en faisant l'hypothèse que les frottements sont négligeables (pourquoi ?). Quel est l'intérêt de la partie entre B et D ?

2. **Mouvement ultérieur** : Après D, à quel problème est-on ramenés ? Déterminer l'équation horaire du mouvement, et en déduire la distance parcourue. Comparer aux records du monde et justifier l'intérêt de la technique du V.

Exercice 3 - Boule de neige

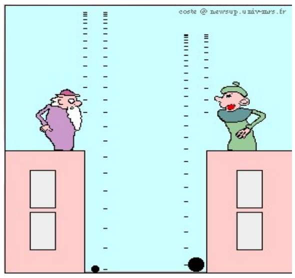
Les deux questions sont plus ou moins indépendantes.

Soit une boule de neige au sommet d'un igloo. Un courant d'air la fait partir de sa position d'équilibre instable sans vitesse initiale.

1. Quelle est la valeur de la réaction de l'igloo sur la boule de neige en fonction de la position de la boule à la surface de l'igloo (qu'on pourra repérer par l'angle θ) ? En déduire l'angle au bout duquel la boule de neige va quitter l'igloo.

2. Quel est son mouvement ultérieur ? A quelle distance horizontale du bord de l'igloo va-t-elle atterrir ?

Exercice 4 - Chute(s) libre(s) (?)



Ces deux personnages lancent chacun un projectile vers le haut. La distance parcourue vers le haut par ces 2 projectiles pendant le même intervalle de temps est la même : leur vitesse initiale est donc la même.
Il se trouve tout à fait par hasard que ces 2 projectiles retombent sur le sol au même moment.
Au fait :

1. est-ce vraiment par hasard ?
2. comment peut-il se faire que les 2 projectiles ne vont pas à la même hauteur ?
3. comment se fait-il que leurs mouvements ne soit pas exactement identiques ?
4. est-ce que c'est parce que les masses des 2 projectiles sont défférentes ?

<u>Exercice 5</u> - Parachutiste et frottements

Un parachutiste saute d'un avion sans vitesse initiale.

1. Chute libre sans frottement :

Exprimer et tracer l'allure de $v(t)$. Existe-t-il une vitesse limite ?

2. Frottements faibles (vitesse faible) :

Pour tenir compte des frottements, on rajoute une force en $-\lambda v$. Qualitativement, de quoi dépend λ ?
Donner l'équation différentielle vérifiée par v.
Vérifier que $v(t) = v_1 + v_2 \exp(\alpha t)$ est solution de cette équation et déterminer v_1, v_2 et α.
Tracer l'allure de $v(t)$ et commenter.

3. Frottements forts (vitesse élevée) :

On rajoute désormais une force en $-\gamma v$. Qualitativement, de quoi dépend γ ?
Donner l'équation différentielle vérifiée par v.
Vérifier que $v(t) = \dfrac{v_3}{1+\beta t} + v_4$ est solution de cette équation et déterminer v_3, v_4 et β.
Tracer l'allure de $v(t)$ et commenter.

Exercice 6 - Feu d'artifice

On modélise une explosion de feu d'artifice par un choc :

1 grosse particule $\overrightarrow{V} = \overrightarrow{0}$ $\longrightarrow$ N petites particules de même masse m, vitesses $\overrightarrow{v_i}$ $(i = 1...N)$.

1. Écrire la conservation de la quantité de mouvement.

2. 2 particules :
Relation entre $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$? Faire un dessin. Que dire de la symétrie dans ce problème ?

3. 3 particules :
Que peut-on dire ? Faire des dessins.

Dans la suite, on prend N quelconque et on suppose de plus $||\overrightarrow{v_i}|| = v \ \ \forall i$.

4. Calculer $\sum_{i<j} \cos\left(\widehat{\overrightarrow{v_i}, \overrightarrow{v_j}}\right)$ en fonction de N. On pourra utilement calculer $\left(\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{v_i}\right)^2$.

On se place dans le référentiel du centre de masse, ce qui sous une certaine hypothèse revient à faire $g = 0$.

5. Quelle est cette hypothèse ? Quelle est alors la forme du "nuage" au cours du temps ?

Exercice 7 - Problème du tir

Ce problème a lieu dans un plan xOz. Soit un point matériel de masse m, de vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ dont la norme est fixée, mais dont on peut choisir l'angle θ avec l'horizontale (axe Ox).

1. Lancer de poids :

Intuitivement, quel est l'angle θ optimal si on veut réaliser le meilleur lancer ?

2. Basket :

On cherche à atteindre un point donné $A(x, z = 0)$. Avec quels angles θ_1 et θ_2 peut-on envoyer le ballon pour réussir ce lancer ? Au basket, existe-t-il vraiment deux angles ?

3. Parabole de sûreté :

Dans quelle région de l'espace est-on sûrs de ne pas être atteints par un projectile de vitesse donnée ?

Exercice 8 - Refroidissement d'atomes par laser

En 1997, Claude Cohen-Tannoudji, Steven Chu et William D. Phillips obtinrent le prix Nobel de physique pour "le développement de méthodes pour refroidir et piéger des atomes grâce à la lumière laser". Ce problème se propose d'étudier la première idée conduisant au refroidissement d'atomes par laser.

Pour simplifier, on considère l'absorption d'un photon par un atome de Rubidium (un alcalin comme le lithium, le sodium, le potassium, le césium). Le photon a une quantité de mouvement $p = \dfrac{h}{\lambda}$ où $h = 6.62\ 10^{-34}$ unités SI est la constante de Planck et $\lambda = 780$ nm est la longueur d'onde du laser utilisé.
On considèrera que l'atome a une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ opposée au sens de propagation du photon avec $v_0 =$ m.s^{-1}, et une masse $m_{Rb} = 142.10^{-27}$ kg.

1. Questions préliminaires

1.1. Par analyse dimensionnelle, trouver l'unité de la constante de Planck h.

1.2. À quelle couleur correspond une longueur d'onde de 780 nm ?

2. Collision entre un photon et un atome

On supposera la collision frontale et le choc parfaitement mou.

2.1. Rappeler la définition d'un choc parfaitement mou.

2.2. Calculer la vitesse acquise par l'atome au cours du choc, notée v_{rec} comme vitesse de recul. Donner d'abord une formule littérale, puis faire l'application numérique.

Notons $\Gamma/2$ le nombre d'absorptions par seconde. On donne $1/\Gamma = 6$ MHz.

2.3. Quelle est "l'accélération moyenne" (variation de la vitesse par unité de temps) subie par l'atome ? Comparer à l'accélération de la pesanteur g et commenter.

2.4. Calculer le temps T_s au bout duquel on peut ainsi "arrêter" l'atome.

2.5. Que se passe-t-il pour t> T_s ?

3. Lien avec la température

3.1. Sachant que le produit $k_B T$ est homogène à une énergie, déterminer la dimension de la constante de Boltzmann k_B.

3.2. Par analyse dimensionnelle, trouver la relation entre vitesse et température d'un gaz, que l'on mettra sous la forme $T = \alpha f(v)$ où α est une constante sans dimension. Dans la suite, on prendra $\alpha = \sqrt{}$.

3.3. Calculer la diminution de température associée à la diminution de vitesse v_{rec}. On donne $k_B = 1.38\ 10^{-23}$ SI.
