

Interro TD 0 - TD 1 - Corrigé

Exercice 1 - Développement limités

$$1. \cos x \simeq 1 - x^2/2 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

$$2. \sin x \simeq x - x^3/6 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$3. \tan x \simeq x + x^3/3$$

$$4. (1+x)^\alpha \simeq 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n$$

5. Quel est le sens du terme d'ordre 0 ? L'ordonnée à l'origine $f(0)$

6. Quel est le sens du coefficient devant le x du terme d'ordre 1 ? La pente à l'origine $f'(0)$

Exercice 2 - Dérivées

$f_0(x) = cte$	0
$f_1(x) = x^n$	nx^{n-1}
$f_2(x) = 1/x$	$-1/x^2$
$f_3(x) = 1/x^2$	$-2/x^3$
$f_4(x) = \ln x$	$1/x$
$f_5(x) = \exp(x)$	$\exp(x)$
$f_6(x) = \exp(x^2)$	$2x \exp(x^2)$
$f_6(x) = \exp(x^3)$	$3x^2 \exp(x^3)$
$f_7(x) = \cos(x)$	$-\sin(x)$
$f_8(x) = \sin(x)$	$\cos(x)$
$f_9(x) = \tan(x)$	$1/\cos^2(x) = 1 + \tan^2(x)$
$f_{10}(x) = u[v(x)] = [u \circ v](x)$	$u'[v(x)] \cdot v'(x) = \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$
$f_{11}(x) = u(x) \cdot v(x)$	$u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Exercice 3 - Primitives

Donner une primitive des fonctions suivantes :

$g_0(x) = 1$	$x + cte$
$g_1(x) = x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + cte$
$g_2(x) = 1/x$	$\ln x + cte$
$g_3(x) = 1/x^2$	$-1/x$
$g_4(x) = \exp(x)$	$\exp x$
$g_5(x) = \cos(x)$	$\sin(x)$
$g_6(x) = \sin(x)$	$-\cos(x)$
$g_7(x) = \tan(x)$	$-\ln(\cos(x))$
$g_8(x) = 1/\tan(x)$	$\ln(\sin(x))$

Exercice 4 - Trigonométrie

1. Donner la relation entre θ_{rad} et $\theta_{\text{degré}}$: $\theta_{\text{rad}} = \theta_{\text{degré}} \cdot \frac{\pi}{180}$
 2. $\cos(a+b)$, etc. : voir dernière page du poly sur les vecteurs.
 3. Angles remarquables : voir TD 0.
-

Exercice 5 - Vecteurs

1. Donner l'expression de $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ en fonction de V_1 , V_2 et $\alpha = (\widehat{\vec{V}_1, \vec{V}_2})$:
 $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = V_1 V_2 \cos(\alpha)$
 2. $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{V}_1$ et \vec{V}_2 sont perpendiculaires.
-

Exercice 6 - Analyse dimensionnelle

1. Quelle est la dimension de g ? g est une accélération en $L.T^{-2}$ ou $m.s^{-2}$.
(cf $mg = ma$).
 2. Dites si la formule suivante a une chance d'être vraie. Justifiez! Sinon, proposez une correction possible.
 - $f = \sqrt{g}/l$ où f est une fréquence, g l'accélération de la pesanteur et l une distance.
La réponse est non, et $f = \sqrt{g/l}$.
 - $f = \sqrt{k}/m$ où f est une fréquence, k une constante de raideur de ressort et m une masse.
La réponse est non (à justifier), et $f = \sqrt{k/m}$.
(Force=k.longueur).
 3. On a $PV = nRT$ où P est la pression d'un gaz parfait, V son volume, n une quantité de matière (en mol), T la température, et R la "constante des gaz parfaits". Quelle est la dimension du produit PV ? Quelle est l'unité de R ?
$$P = \frac{Force}{Surface} = \frac{Force.Longueur}{Surface.Longueur} = \frac{Energie}{Volume} \text{ d'où } [PV] = \text{énergie} = \text{Joule} = M.L^2.T^{-2}.$$

et d'où $R = PV/nT$ est en $kg.m^2.s^{-2}.mol^{-1}.K^{-1}$ (attention, la mol est une dimension!).
-