Electrostatique

1

1.1 Potentiel de Yukawa

On considère un potentiel $V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-r/a}$, $q > 0$ et $a = cste > 0$.

1 / Trouver le champ $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r})$ et le flux $\phi(\overrightarrow{r})$ à travers Σ, sphère chargée de rayon r centrée sur O. Interpréter ($r \to 0$, $r \to \infty$).

2 / Trouver $\forall r \neq 0$ la densité volumique de charge $\rho(r)$, par 2 méthodes. On donne $\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{d}{dr})$.

3 / Quel est le potentiel au centre créé par la charge répartie ?

1.2 Champ sur l'axe et au voisinage

Un disque métallique de rayon R est chargé uniformément ; il porte une densité surfacique σ.

1 / Donner le champ électrique en un point M_0 de son axe. Cas particulier $z = 0$.

2 / On considère maintenant au voisinage de M_0 un point M à la même abscisse z, mais en dehors de l'axe tel que $M_0M = r$. Déterminer le champ radial $\overrightarrow{E}_r$ en M.

2

2.1 Charges au sommet d'un carré

Quatre charges sont placées au sommet d'un carré de diagonale $2k$. Donner a priori le développement limité du potentiel $V(M)$ en un point M au voisinage de l'origine et déterminer les constantes de cette expression. La position d'équilibre O pour un particule chargée est-elle stable ?

2.2 Le condensateur plan

On considère un condensateur plan. La surface de chaque armature est S, leur distance $e \ll \sqrt(S)$. Trouver la capacité C par la relation de définition, puis par l'énergie.

3

3.1 Charge "ponctuelle" unique

Peut-on calculer l'énergie électrostatique d'une charge q sans dimension par la méthode du champ propre ?
On suppose alors qu'un électron possède un rayon r_e et que sa charge $q = -e$ est uniformément répartie dans cette petite sphère. Donner une détermination numérique de r_e en assimilant l'énergie électrostatique à mc^2 (énergie de repos en relativité restreinte) ; cela semble-t-il plausible (que dire du proton par exemple) ?

3.2 Champ sur l'axe d'un polygone régulier

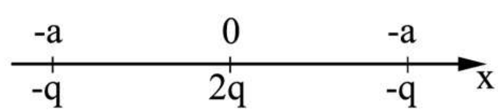
Soient n charges ponctuelles $q > 0$ placées au sommets A_i d'un polygone régulier de centre O de côtés de longueur a. Déterminer le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(z)$ en un point M de l'axe Oz du polygone (orthogonal en O à son plan).

4

4.1 Interaction dipôle-champ ; stabilité

Un cercle d'axe Ox possède une charge linéique uniforme $\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$. En M tel que $\overline{OM} = x$, on place un dipôle $\overrightarrow{p}$ d'axe Ox.
Positions d'équilibre et stabilité ?

4.2 Trois charges sur un axe



1 / Sans calcul, traver le graphe du potentiel $V(x)$ en un point quelconque de l'axe x.
2 / Donner le potentiel $V(r, \theta)$ en un point M quelconque éloigné ($OM = r \gg a$).

5 Sphère conductrice

Une sphère conductrice de rayon R, mise à la masse, est placée dans un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E}_0 = E_0 \overrightarrow{u}_z$.
On cherche, pour la fonction potentiel, une expression en coordonnées sphériques sous la forme $V(r,\theta) = f(r)\cos(\theta)$.

1 / Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $f(r)$ et chercher ses solutions sous la forme αr^p.

2 / Donner la solution explicite de $V(r,\theta)$, $\forall r$, avec les constantes E_0 et R. Interpréter physiquement chacun des 2 termes de $V(r,\theta)$.

3 / En déduire la charge surfacique $\sigma(\theta)$ portée par la sphère.

4 / La sphère est à présent portée à un potentiel $V \geq 0$, tout en restant placée dans $\overrightarrow{E}_0$ uniforme. Déterminer la nouvelle densité $\sigma\prime$.
A partir de quelle valeur de V y a-t-il disparition de la ligne neutre sur la sphère ?

Rappel : $\Delta = \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2\dfrac{\partial}{\partial r}\right) + \dfrac{1}{r^2\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\dfrac{\partial}{\partial\theta}\right) + \dfrac{1}{r^2\sin^2\theta}\dfrac{\partial^2}{\partial\phi^2}$