

# Moteurs et génératrices électriques

Jean Hare

Janvier 2005

## Table des matières

<b>0</b>	<b>Préliminaires</b>	<b>1</b>
0.1	Force de Laplace . . . . .	1
0.2	Travail de la force de Laplace . . . . .	1
0.3	Actions mécanique sur un dipôle . . . . .	2
0.4	Courant alternatif <i>triphase</i> . . . . .	2
<b>1</b>	<b>Machines à champ magnétique tournant</b>	<b>3</b>
1.1	Création d'un champ tournant . . . . .	3
1.2	Machine synchrone . . . . .	4
1.2.1	Couple du moteur synchrone . . . . .	4
1.2.2	Force électromotrice synchrone . . . . .	5
1.2.3	Tension et courant dans la machine synchrone . . . . .	6
1.2.4	Bilan de puissance . . . . .	7
1.2.5	Structures plus réalistes . . . . .	7
1.2.6	Applications des moteurs synchrones . . . . .	8
1.3	Moteur asynchrone . . . . .	9
1.3.1	Étude électrique du rotor . . . . .	9
1.3.2	Effets mécaniques . . . . .	9
1.3.3	Rotor rotor à symétrie ternaire . . . . .	10
1.3.4	Bilan de puissance . . . . .	11
1.3.5	Aspects pratiques . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Moteurs à courant continu</b>	<b>13</b>
2.1	Principe général : rotor à une spire . . . . .	13
2.2	Moteur à $N$ spires . . . . .	14
2.2.1	Principe de base . . . . .	14
2.2.2	Mode de bobinage . . . . .	15
2.3	Caractéristiques de fonctionnement (en régime de moteur) . . . . .	16
2.4	Modes d'excitation . . . . .	16
2.4.1	Excitation série . . . . .	16
2.4.2	Excitation parallèle . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Autres moteurs</b>	<b>17</b>
3.1	Le moteur universel . . . . .	17
3.2	Le moteur pas à pas . . . . .	17

## Références bibliographiques

- R. Mérat *et al.*, « Génie électrotechnique », Collection Étapes-Références, Nathan.
- J.M. Brébec *et al.*, « Électronique II », PSI-PSI\*, H-Prépa, Hachette (édition de 1997).
- J. Niard, « Machines électriques », Terminale F3, Collection Nathan Technique.
- J. Chatelain, « Machines électriques », Traité d'Électricité, Dunod, 1984



## 0 Préliminaires

### 0.1 Force de Laplace

La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique des moteurs électriques repose sur la force de Laplace <sup>1</sup>, subie par un conducteur parcouru par un courant, lorsqu'il est placé dans un champ magnétique. La densité de force correspondante s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{f}_L}{d\tau} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad \text{où } d\mathbf{F}_L = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

pour des distributions de courant volumiques ou filaires, respectivement.

La force de Laplace prend son origine dans la force de Lorentz subie par les porteurs de charges. Elle est transmise au solide où ils se déplacent par l'entremise de la même interaction qui permet l'établissement du courant ohmique  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ . On peut ainsi écrire :

$$d\mathbf{f} = \sum_{d\tau} q_i \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) = \left( \sum_{d\tau} q_i \mathbf{v}_i \right) \times \langle \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) \rangle \quad (2)$$

qui fait apparaître la densité de courant  $\mathbf{j} = (\sum_{d\tau} q_i \mathbf{v}_i) / d\tau$  et le champ macroscopique  $\langle \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) \rangle$ .

### 0.2 Travail de la force de Laplace

Il est bien connu que la force de Lorentz « ne travaille pas ». On pourrait donc s'étonner de ce que la force de Laplace soit, elle, le moyen d'une conversion d'énergie. Le paradoxe apparent peut être levé en notant que la puissance résultant de la force de Lorentz d'écrit  $P = (q\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = 0$ , alors que celle de la force de Laplace est  $dP_L = (\mathbf{j} d\tau) \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{v}$ , où la vitesse  $\mathbf{v}$  n'est plus celle des porteurs de charge, mais celle du conducteur, qui n'a pas de raison d'être colinéaire au courant lui-même.

**Puissance** Plus précisément, en adoptant la modélisation filaire des courants, on peut écrire la puissance mécanique *fournie* par le système électrique :

$$dP_L = d\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{v} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = -I(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = -I de, \quad (3)$$

où l'on a fait apparaître le champ électromoteur  $\mathbf{E}_m \equiv \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , et la force électromotrice d'induction  $de = \mathbf{E}_m \cdot d\mathbf{l}$ . Cette puissance est bien positive dans le cas schématisé sur la figure ci-contre car  $\mathbf{E}_m$  est alors de sens opposé au courant (loi de Lentz).

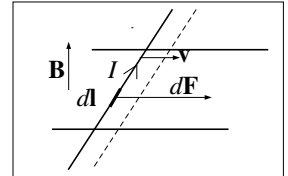


FIG. 1 –

**Travail** Pour évaluer le travail élémentaire  $d\mathcal{T}$ , on introduit  $d\mathbf{x} \equiv \mathbf{v} dt$  et il vient :

$$d\mathcal{T} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{x} = I(d\mathbf{x} \times d\mathbf{l}) \cdot \mathbf{B} = I d\Phi_c \quad (4)$$

où l'on a reconnu le « flux coupé »  $d\Phi_c$ .

Dans le cas où le circuit est indéformable et le courant constant, on peut exprimer ce travail comme la variation d'une fonction d'état en sommant sur tout un circuit fermé, comme suggéré sur la figure ci-contre, en écrivant :

$$\Delta\mathcal{T} = I \int_1^2 d\mathbf{x} \cdot \oint d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I \Delta\Phi_c, \quad (5)$$

où le flux coupé total  $\Delta\Phi_c$  est le flux total à travers la surface  $\Sigma$  balayée par le circuit et orientée de façon consistante avec (i) le courant  $I$  et (ii) le sens de déplacement. En utilisant la conservation du flux magnétique, on a  $\Phi_\Sigma + \Phi_{S_1} + (-\Phi_{S_2}) = 0$ , et donc :

$$\Delta\mathcal{T} = I(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (6)$$

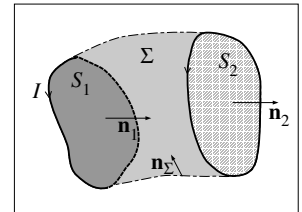


FIG. 2 – Surfaces  $S_1$ ,  $S_2$  et  $\Sigma$  définies par le circuit

<sup>1</sup>dans les génératrices, le processus inverse repose sur l'induction électromagnétique

### 0.3 Actions mécanique sur un dipôle

Un cas particulier d'une grande importance est celui où le champ magnétique est assez uniforme pour que le circuit électrique puisse être représenté par son moment magnétique  $\mathcal{M}$ . Son énergie d'interaction avec le champ  $U = -I\Phi$  déduite de (6) se met alors sous la forme  $U = -\mathcal{M} \cdot \mathbf{B}$ . On en tire :

$$dU = -\mathcal{M} \cdot d\mathbf{B} - d\mathcal{M} \cdot \mathbf{B} = -\mathcal{M} \cdot (d\mathbf{r} \cdot \nabla)\mathbf{B} - (d\boldsymbol{\theta} \times \mathcal{M}) \cdot \mathbf{B}, \quad (7)$$

où on a introduit le déplacement infinitésimal  $d\mathbf{r}$  occasionnant la variation de  $\mathbf{B}$ , et la rotation infinitésimale  $d\boldsymbol{\theta}$  occasionnant la variation de  $\mathcal{M}$ . L'analyse vectorielle permet d'écrire  $\mathcal{M} \cdot (d\mathbf{r} \cdot \nabla)\mathbf{B} - d\mathbf{r} \cdot (\mathcal{M} \cdot \nabla)\mathbf{B} = (d\mathbf{r} \times \mathcal{M}) \cdot \text{rot } \mathbf{B} = \mathbf{0}$ <sup>footnote</sup>On peut aussi utiliser  $\mathbf{F} = \text{grad}(\mathcal{M} \cdot \mathbf{B})$  et recourir à la formule d'analyse vectorielle correspondante. On en tire :

$$dU = -\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} - \boldsymbol{\Gamma} \cdot d\boldsymbol{\theta}, \quad \text{où } \mathbf{F} = (\mathcal{M} \cdot \nabla)\mathbf{B} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\Gamma} = \mathcal{M} \times \mathbf{B}. \quad (8)$$

On retrouve ainsi la force  $\mathbf{F}$  subie par le dipôle dans un champ non homogène, et le couple  $\boldsymbol{\Gamma}$  qui tend à orienter le moment dipolaire  $\mathcal{M}$  dans le sens du champ<sup>2</sup>.

C'est d'une certaine façon ce couple qui est à la base des moteurs électriques, et qui permet d'en appréhender la subtilité : en effet ce couple tend à faire tourner le moment, mais une fois celui-ci convenablement orienté, le couple s'annule et le mouvement cesse ! Il existe alors deux solutions :

- faire tourner le champ magnétique en même temps que le dipôle, ce qui est le principe des moteurs à courant alternatif,
- utiliser la rotation pour modifier la distribution de courants de sorte que l'angle entre le dipôle et le champ ne soit pas modifié, ce qui est le principe des moteurs continus.

### 0.4 Courant alternatif triphasé

La réalisation du champ tournant repose sur l'utilisation d'une alimentation « triphasée », qui est la forme industrielle moderne d'alimentation électrique (compter le nombre de fils sur les pylônes électriques HT ou THT !). Elle consiste en un ensemble de 4 fils, dont l'un est appelé « neutre » et les trois autres appelés « phases » et portés, par rapport au neutre, à des tensions alternatives de même amplitude, et de phases respectives  $\beta_1 = 0$ ,  $\beta_2 = 2\pi/3$ ,  $\beta_3 = 4\pi/3$  :

$$v_p = V_0 \cos(\omega t - \beta_p),$$

Où  $V_{\text{eff}} = V_0/\sqrt{2}$  est la tension efficace du secteur (220 V dans l'utilisation usuelle).

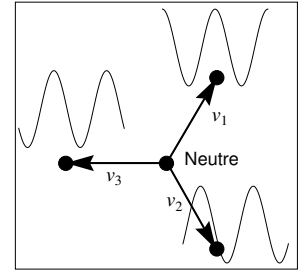


FIG. 3 – Tensions triphasées

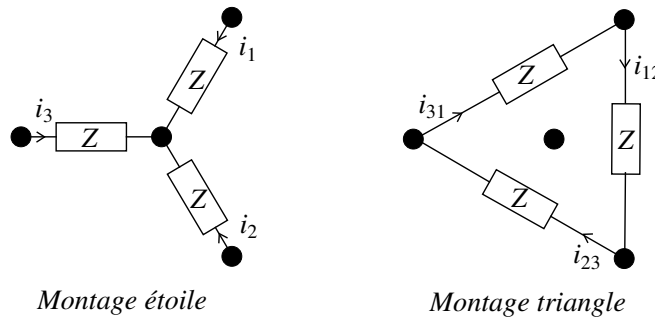


FIG. 4 – Les deux types de connexions au réseau triphasé

Dans un montage « équilibré », c'est à dire lorsque l'on branche trois dipôles de même impédance  $Z$  (d'argument  $\phi$ ) entre les phases et le neutre (montage étoile) ou bien entre les phases deux à deux (montage triangle)<sup>3</sup>, on obtient un système de trois courants triphasés, de même intensité efficace  $I_0 = I_S/\sqrt{2}$  :

$$i_p = I_S \cos(\omega t - \beta_p - \phi), \quad \text{où } I_S = V_0/|Z| \text{ (triangle)} \quad \text{ou bien } I_S = \sqrt{3}V_0/|Z| \text{ (étoile)} \quad (9)$$

<sup>2</sup>On peut aussi obtenir ces résultats par sommation directe des forces élémentaires  $\mathbf{j} d\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{B}$  et des couples élémentaires  $\mathbf{r} \times (\mathbf{j} d\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{B})$ , et exprimer le résultat en fonction du moment dipolaire  $\mathcal{M} = \int d\boldsymbol{\tau} \mathbf{r} \times \mathbf{j}/2$ , mais le calcul, plus général mais plus difficile, nécessite le recours à l'algèbre tensorielle

<sup>3</sup>On note que  $\sqrt{3} \approx 1.73$ , et la tension efficace entre les phases est donc de 380 V environ.

Il est important de noter que le courant total dans le neutre est nul, car la somme de trois grandeurs triphasées est toujours nulle. Ceci présente l'intérêt de réduire d'un facteur 2 les pertes dues à la résistance des lignes de transport de l'énergie électrique, en supprimant le courant « de retour » pour chacune des phases.

De la même façon, on montrerait que, si la puissance instantanée sur chacune des phases est sinusoïdale, la puissance totale des trois phases est constante (les composantes sinusoïdales à  $2\omega$  se compensent) :

$$\mathcal{P}_{\text{tot.}} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3 = 3\langle \mathcal{P}_p \rangle = 3V_0 I_0 \cos \phi , \quad (10)$$

pour les deux types de branchement.

## 1 Machines à champ magnétique tournant

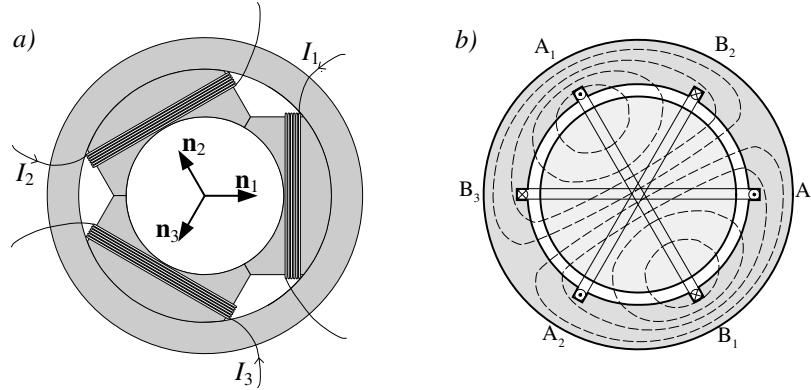


FIG. 5 – Stator d'une machine à champ tournant ; a) : structure de principe à la base du calcul ; b) : structure plus réaliste, où les centres des trois enroulements sont sur l'axe de symétrie.

### 1.1 Création d'un champ tournant

On se donne, selon le schéma de principe de la figure 5-a), trois bobines à noyau de fer identiques, d'axes coplanaires et répartis à  $120^\circ$  l'un de l'autre. Ces bobines sont alimentées par des tensions triphasées, et donc parcourues par des courants décrits par l'équation (9). **Dans tout ce qui suit, on choisit comme référence de phase le courant traversant la première bobine, et comme origine des angles polaires la direction de la normale à cette bobine.** Le champ magnétique résultant au centre des trois bobines peut alors s'écrire :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3 = B_0 (\cos(\omega t)\mathbf{n}_1 + \cos(\omega t - \beta_2)\mathbf{n}_2 + \cos(\omega t - \beta_3)\mathbf{n}_3) . \quad (11)$$

Plutôt que d'utiliser des coordonnées cartésiennes pour calculer ce champ, nous allons utiliser une *représentation complexe des vecteurs* du plan<sup>4</sup>, dans laquelle le vecteur  $\mathbf{u}_x$  est représenté par 1, et  $\mathbf{u}_y$  par  $i$ . Les vecteurs  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$  et  $\mathbf{n}_3$  s'écrivent alors respectivement 1,  $j$  et  $j^2$  où  $j = e^{i2\pi/3}$  (ce sont les trois racines cubiques de l'unité, vérifiant  $1 + j + j^2 = 0$ ). Il vient alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= B_0 \left( \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} 1 + \frac{e^{i\omega t - i\beta_2} + e^{-i\omega t + i\beta_2}}{2} j + \frac{e^{i\omega t - i\beta_3} + e^{-i\omega t + i\beta_3}}{2} j^2 \right) \\ &= B_0 \left( e^{i\omega t}(1 + 1 + 1) + e^{-i\omega t}(1 + j + j^2) \right) = \frac{3}{2} B_0 e^{i\omega t} , \end{aligned} \quad (12)$$

qui représente effectivement un champ tournant, dans le sens trigonométrique, et avec la fréquence angulaire  $\omega$ .

Ce résultant s'interprète aisément en constatant que la décomposition du cosinus comme la somme de deux exponentielles complexes conjuguées revient à écrire le champ alternatif dû à l'une des bobines comme la somme de deux champs d'amplitude  $B_0/2$  et tournant en sens contraire ; on observe alors que pour les composantes tournant dans le sens direct les déphasages temporels  $\beta_p$  et les déphasages « géométriques » se compensent, ce qui permet aux trois champs de s'ajouter en phase, alors que, pour le sens indirect, les déphasages s'ajoutent de telle façon que les trois champs sont « spatialement triphasés », donnant une somme nulle<sup>5</sup>.

<sup>4</sup>Bien sûr, on ne doit pas utiliser en même temps la représentation complexe des grandeurs sinusoïdales.

<sup>5</sup>On prévoit ainsi que si l'on échange deux des trois phases, on inverse le sens de rotation. En outre, si les trois champs individuels

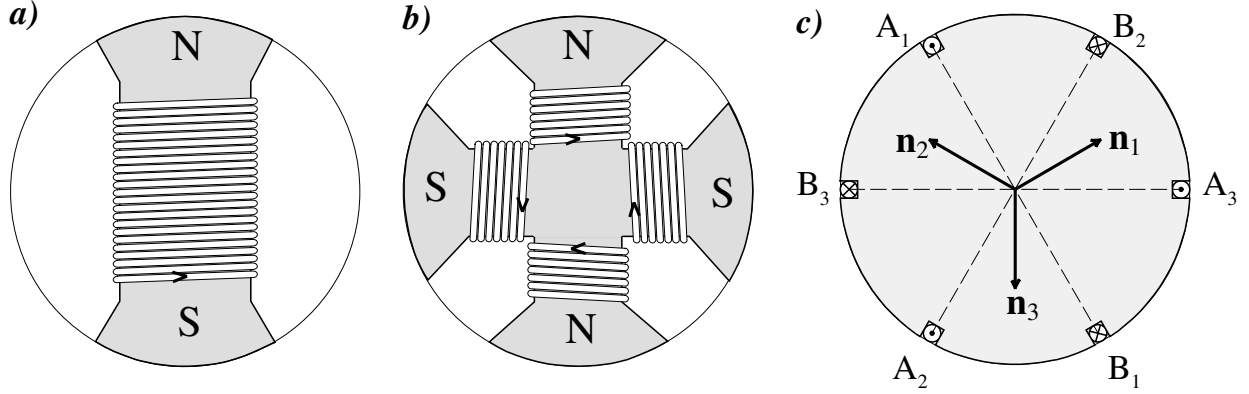


FIG. 6 – Schémas de principe du rotor des machines à champ tournant ; les flèches indiquent le sens de circulation du courant.

## 1.2 Machine synchrone

On peut maintenant utiliser la « stratégie » esquissée au § 0.3 : si le rotor est un moment magnétique permanent (aimant ou bobine, avec ou sans noyau de fer), on peut réaliser ce que l'on appelle un « moteur synchrone ». Les rotors utilisés ont la forme schématisée sur la figure 6. Les rotors *a)* et *b)* sont dits « rotors à pôles saillants » et le rotor *c)* « à pôles lisses » ; le rotor *a)* est un rotor bipolaire, tandis que les rotors *b)* et *c)* sont des rotors « multipolaires », sur lesquels nous reviendrons plus bas (cf. § 1.2.5). Dans ce qui suit, nous raisonnerons essentiellement sur le cas le plus simple, c'est à dire le rotor *a)*, dont l'enroulement est parcouru par un courant<sup>6</sup> constant  $I$ , et qui peut être caractérisé par son moment magnétique  $\mathcal{M}$ .

### 1.2.1 Couple du moteur synchrone

On suppose que le rotor tourne à la vitesse angulaire  $\omega_R$  (on notera dans tout ce qui suit  $\omega_S$  la vitesse angulaire du champ statorique, et  $\theta_S = \omega_S t$  l'angle polaire correspondant), en sorte que l'angle polaire de  $\mathcal{M}$  soit  $\theta_R = \omega_R t - \alpha$ . L'angle  $\alpha$ , qui représente le retard de phase de  $\mathcal{M}$  par rapport à  $\mathbf{B}$  est un angle géométrique, est appelé « angle interne », par opposition aux déphasages électriques qui interviennent par ailleurs. La valeur instantanée du couple autour de l'axe de rotation  $Oz$  s'écrit alors :

$$\Gamma_z = \frac{3B_0\mathcal{M}}{2}(\mathbf{u}(\theta_R), \mathbf{u}(\theta_S), \mathbf{u}_z) = \frac{3B_0\mathcal{M}}{2} \sin((\omega_S - \omega_R)t + \alpha)$$

On constate que ce moment n'a de valeur moyenne non-nulle que si  $\omega_R = \omega_S$ , d'où le nom de « moteur synchrone ». Le couple est alors constant :

$$\Gamma_z = \frac{3}{2}B_0\mathcal{M} \sin(\alpha), \quad (13)$$

qui sera bien un couple moteur (i.e. positif, puisque  $\omega_R > 0$ ) si  $\alpha$  est positif, i.e. si le moment  $\mathcal{M}$  est *en retard* sur le champ.

Ce couple prend sa valeur maximale  $\Gamma_M = \frac{3}{2}B_0\mathcal{M}$  lorsque  $\alpha = \pi/2$ , i.e. si le champ et le moment sont en quadrature. Si le moteur est soumis à un couple résistant  $-\Gamma_R$ , avec  $0 < \Gamma_R < \Gamma_M$ , on constate que le retard  $\alpha$  est *imposé* par la charge mécanique.

L'équilibre est a priori possible pour les deux angles  $\alpha_0 = \arcsin(\Gamma_R/\Gamma_M) < \pi/2$  et  $\alpha_1 = \pi - \alpha_0$ . Dans le premier cas, si

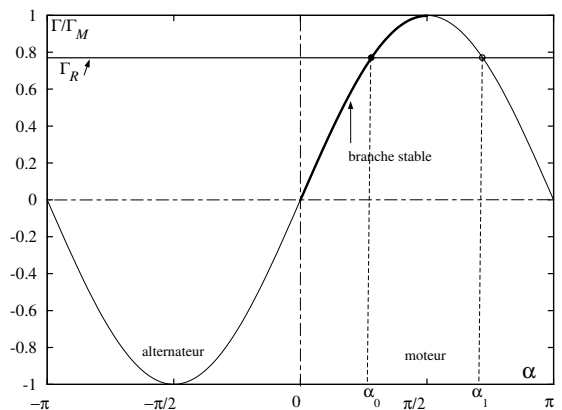


FIG. 7 – Caractéristique  $\Gamma(\alpha)$  de la machine synchrone

ont des intensités (pas trop) différentes, on voit que l'essentiel du résultat sera conservé, c'est à dire que l'obtiendra un champ tournant dans le sens direct, plus une petite composante tournant dans le sens indirect.

<sup>6</sup>Ce courant est amené de l'extérieur à l'aide de bagues cylindriques solidaires du rotor, connectées aux extrémités de l'enroulement, et sur lesquelles frottent des balais solidaires du stator

$\Gamma_R$  fluctue un peu, une augmentation de  $\Gamma_R$  induit un léger ralentissement du moteur et donc une augmentation du retard  $\alpha$ , qui entraîne une augmentation du couple moteur, permettant le retour vers l'équilibre. Dans le second cas, l'augmentation du retard  $\alpha$  entraînerait une diminution du couple moteur et donc un ralentissement de plus en plus grand : cette position est donc instable.

Sur la branche stable, le mécanisme de rappel permet une oscillation de  $\alpha$  autour de sa valeur d'équilibre  $\alpha_0$ , à la fréquence angulaire  $\Omega = \sqrt{\Gamma_M \cos \alpha_0 / J}$ , où  $J$  est le moment d'inertie de l'équipage lié au rotor. On parle alors de « pompage » du moteur synchrone. Ces oscillations, excitées par toute fluctuation du couple résistant  $\Gamma_R$ , sont évidemment nuisibles, et des enroulements spécifiques sont généralement prévus pour les amortir.

Enfin, si le couple résistant excède la valeur  $\Gamma_M$ , le décalage  $\theta_S - \theta_R$  ne peut que croître, le synchronisme est perdu et le moteur finit par s'arrêter : on dit que le moteur « décroche », et  $\Gamma_M$  est appelé « couple de décrochage ».

La principale difficulté du moteur synchrone tient donc à ce qu'il doit être « démarré » à l'aide d'un moteur auxiliaire, de façon à atteindre la vitesse de synchronisme. Cela est généralement réalisé à l'aide d'un moteur asynchrone couplé, ou même intégré, au moteur principal. L'étendue  $\Delta\omega$  de la « plage d'accrochage » est assez délicate à évaluer, mais un ordre de grandeur optimiste s'obtient en imposant que  $\omega_R$  rattrape  $\omega_S$  en un temps  $T$  inférieur au temps de déphasage  $1/\Delta\omega$ , ce qui s'écrit :

$$J \frac{\Delta\omega}{T} \sim \Gamma_M \text{ soit encore } \Delta\omega \sim \sqrt{\frac{\Gamma_M}{J}},$$

qui est donc du même ordre de grandeur que la fréquence d'oscillation  $\Omega$  ci-dessus.

Il est utile pour la suite de relier le couple  $\Gamma_z$  au flux magnétique mis en jeu dans le moteur. Soit donc  $\Phi$  le flux magnétique du champ tournant dans l'enroulement rotorique ; on a :

$$\Phi = \left( \frac{3}{2} B_0 \mathbf{u}(\theta_S) \right) \cdot (S_R \mathbf{u}(\theta_R)) = \frac{3}{2} B_0 S_R \cos \alpha = \frac{3}{2} \frac{B_0 S_R}{I_S} I_S \cos \alpha = \frac{3}{2} M I_S \cos \alpha \quad (14)$$

où l'on a fait apparaître l'inductance mutuelle  $M = B_0 S_R / I_S$ , qui existe entre l'une des bobines du stator et la bobine rotorique lorsqu'elles sont alignées<sup>7</sup>. On peut alors écrire le couple magnétique en fonction du flux maximal  $\Phi_{\max} = \frac{3}{2} M I_S$  :

$$\Gamma_z = \frac{3}{2} B_0 (S_R I_R) \sin \alpha = \Phi_{\max} I_R \sin \alpha = \frac{3}{2} M I_S I_R \sin \alpha \quad (15)$$

### 1.2.2 Force électromotrice synchrone

Le moment magnétique du rotor est la source d'un champ magnétique, dont le flux dans les enroulements du stator est alternatif à cause de la rotation. La force électromotrice ainsi induite, appelée « f.e.m. synchrone », joue un rôle important dans ce qui suit.

Pour obtenir la force électromotrice synchrone, on doit considérer le flux  $\varphi_p^{(R \rightarrow S)}$  envoyé par le rotor dans la  $p$ -ième bobine du stator. En utilisant la symétrie de l'inductance mutuelle  $M$ , on peut écrire :

$$\varphi_p^{(R \rightarrow S)} = M I_R \mathbf{u}(\theta_R) \cdot \mathbf{u}(\beta_p) = M I_R \cos(\theta_R - \beta_p)$$

Le flux et la force électromotrice dans la bobine reliée à la phase  $p$  ( $p = 1, 2, 3$ ) s'écrivent alors :

$$\varphi_p = M I_R \cos(\omega_S t - \alpha - \beta_p) \quad \text{donc} \quad e_p^S = -\frac{d\varphi_p}{dt} = M I_R \omega_R \sin(\theta_R - \beta_p), \quad (16)$$

On obtient donc un ensemble *triphase* de forces électromotrices à la fréquence de rotation du rotor. Dans un moteur, cette force électromotrice est directement associée au transfert de puissance du générateur électrique vers la charge mécanique, comme indiqué au § 0.2 ci-dessus.

Cette force électromotrice induite peut aussi être utilisée pour produire un courant alternatif dans le circuit statorique : on dit que la machine fonctionne en « alternateur » ; le rotor est alors appelé « inducteur », et le stator « induit ». Ce mécanisme est effectivement utilisé pour la production d'énergie électrique à partir d'énergie mécanique, le rotor étant mis en mouvement par des turbines à vapeur dans les centrales électriques thermiques (nucléaires ou à combustible fossile), ou par un moteur à explosion dans les « groupes électrogènes » portatifs.

<sup>7</sup>Dépendant seulement de la géométrie des bobines et noyaux, et des propriétés magnétiques de ces derniers, elle caractérise complètement les propriétés électromécaniques du moteur

### 1.2.3 Tension et courant dans la machine synchrone

Cette f.e.m. synchrone nous permet d'écrire le lien entre le courant statorique et la tension imposée par le secteur. En modélisant les bobines du stator par leur résistance  $r$ , souvent négligeable, responsable des « pertes cuivre », et leur inductance  $L^8$ , on peut écrire, pour chaque bobine, décrite en convention récepteur :

$$v_p = r i_p + L \frac{d i_p}{dt} + \frac{d \varphi_p}{dt} ,$$

En utilisant les notations complexes pour les tensions et courants à la fréquence  $\omega_R = \omega_S$ , et en ne considérant que la première bobine<sup>9</sup>, on a pour la f.e.m. synchrone :

$$E_S = -i M \omega_S I_R e^{-i\alpha} \quad (17)$$

et en utilisant le fait que pour une bobine bien conçue,  $r \ll L \omega_S$ , on peut écrire :

$$V_S \equiv |V_S| e^{i\phi} = i L \omega_S I_S - E_S \simeq i L \omega_S I_S + i M \omega_S I_R e^{-i\alpha} . \quad (18)$$

Pour un courant d'excitation  $I_R$  donné, cette identité est illustrée par la figure 8 ci-contre ; les cercles pointillés matérialisent la contrainte  $|V_S| = V_0 = cste.$  imposée par le réseau et  $I_R = cste.$  ; l'angle  $\alpha$  est imposé par la charge, et la f.e.m. de réaction d'induit est en retard de  $\pi/2$  par rapport au courant d'induit  $I_S$ .

On en déduit en particulier le facteur de puissance du moteur :

$$\cos \phi = \frac{|E_S| \cos(\alpha - \pi/2)}{|V_S|} = \frac{M \omega_R I_R \sin \alpha}{V_0} , \quad (19)$$

qui est imposé par l'angle interne  $\alpha$ , et donc par la charge mécanique ; il peut toutefois être rendu assez proche de l'unité en choisissant un courant d'excitation rotorique  $I_R$  assez grand, afin de minimiser le courant statorique  $I_S$ .

**Alternateur en charge** La description électrique de la machine synchrone fonctionnant en alternateur est assez différente en particulier dans le cas où elle est connectée sur une charge et non pas sur le réseau. Tant que le stator est en circuit ouvert, la force électromotrice synchrone ne travaille pas, et il n'y a pas non plus de champ magnétique statorique ( $I_S = 0$ , donc  $\Gamma_z = 0$ ). Par contre, pour l'alternateur en charge (charge supposée équilibrée), il apparaît un ensemble de courants triphasés, qui sont source d'un champ magnétique tournant. Ce champ magnétique va avoir deux effets :

- (i) il interagit avec les courants rotoriques pour donner lieu à un *couple* électromagnétique  $\Gamma_z$ , s'opposant au mouvement ;
- (ii) il induit une nouvelle force électromagnétique dans le stator, appelée « réaction magnétique d'induit ».

Cela conduit à écrire, pour la tension  $v_S$  et le courant  $i_S$  statoriques<sup>10</sup>, dans la première bobine :

$$v_S = r i_S - e_i - e_S = r i_S + L \frac{d i_S}{dt} - e_S .$$

On peut raisonner, comme pour le moteur, en terme des amplitudes complexes (notées par des capitales) ; on peut alors introduire l'impédance complexe  $Z_c$  de la charge, telle que :

$$V_S = -Z_c I_S = -|Z_c| e^{i\phi_c} I_S . \quad (20)$$

On peut alors écrire, en négligeant à nouveau la résistance interne de l'enroulement statorique :

$$E_S = (Z_c + i L \omega_R) I_S \quad \text{et} \quad V_S = -\frac{Z_c}{Z_c + i L \omega_R} E_S , \quad (21)$$

où  $E_S$  est toujours donné par (17).

Le décalage  $-\alpha$  entre le rotor et le champ tournant reste à déterminer, sachant que la relation de phase entre le courant et la tension est entièrement *imposée par la charge électrique*, via la relation (20). Si l'on prend comme précédemment le courant comme référence de phase, et que l'on introduit l'argument  $\phi$  de  $-E_S$ , on peut écrire :

$$-\alpha = \phi - \frac{\pi}{2} \quad \text{et donc} \quad |V_S| \cos \phi_c = |E_S| \cos \phi = |E_S| \sin \alpha . \quad (22)$$

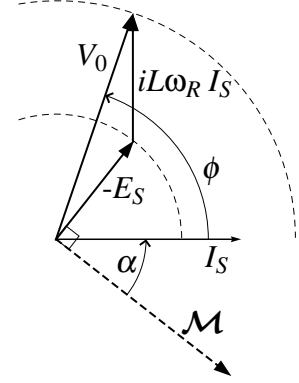


FIG. 8 – Diagramme de Fresnel pour le moteur synchrone.

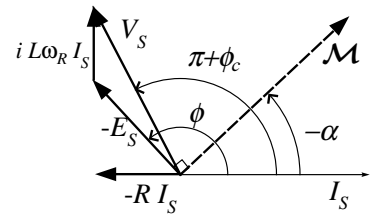


FIG. 9 – Représentation de Fresnel des courants et tensions dans l'alternateur en charge.

<sup>8</sup> L'auto-inductance effective  $L$  résulte en réalité non seulement de la self  $l$  de la bobine, mais aussi de la mutuelle  $m$  la couplant aux deux autres bobines (on a  $L = l - 2m$ )

<sup>9</sup> Les deux autres bobines donnent la même chose à un facteur global  $e^{-i\beta_p}$  près.

<sup>10</sup> On conserve ici, par souci de cohérence avec l'étude du moteur, la convention récepteur.



Ceci montre que c'est bien la charge qui impose le déphasage  $\alpha$  et donc le couple *résistif* :

$$\Gamma_z = \frac{3}{2} M I_S I_R \sin \alpha = \frac{3}{2} M I_S I_R \cos \phi < 0 . \quad (23)$$

La machine synchrone fonctionnant en alternateur est donc caractérisée par un angle  $\alpha$  négatif, correspondant à un moment magnétique *en avance* sur le champ magnétique tournant, et dont la valeur est imposée par la valeur de la charge. Du point de vue pratique, la chute de tension observée pour l'alternateur en charge (cf. équation (21)) pourra rester minimale tant que l'impédance de charge  $Z_c$  restera grande devant l'impédance de sortie du générateur  $r + iL\omega_R \approx iL\omega_R$ , appelée « impédance synchrone ».

### 1.2.4 Bilan de puissance

On peut maintenant esquisser le bilan de puissance électrique et mécanique, tant pour le moteur que pour l'alternateur. Il convient tout d'abord de noter que, en régime stationnaire, le rotor voit un champ magnétique constant, et n'est donc le siège d'aucune f.e.m. induite, il n'y a pas de « pertes fer » dans le rotor, et le générateur lié au rotor fournit uniquement la puissance dissipée par effet joule. Par contre, le stator voit pour sa part un champ rotorique variable, et devra donc être feuilleté pour minimiser ses pertes.

La puissance *mécanique*, cédée par le moteur (ou par l'alternateur) , s'écrit :

$$\mathcal{P}_{\text{méc.}} = \Gamma_z \omega_R = \frac{3}{2} M I_R I_S \omega_R \sin(\alpha) . \quad (24)$$

La puissance *électrique* reçue par le moteur (ou par l'alternateur) s'écrit alors, pour chaque enroulement<sup>11</sup> :

$$\mathcal{P}_{\text{el.}} = \langle v_S i_S \rangle = \frac{1}{2} \Re (V_S I_S^*) . \quad (25)$$

On obtient d'après l'équation (19) ci-dessus :

$$\mathcal{P}_{\text{el.}} = \frac{1}{2} I_S V_S \cos \phi = \frac{1}{2} M \omega_R I_R I_S \sin \alpha , \quad (26)$$

qui, en sommant trois contributions identiques pour chacun des trois enroulements, coïncide bien avec la puissance mécanique fournie.

Ce résultat, conduisant à un rendement unité, vient de ce que l'on a négligé à la fois les pertes fer (minimisées par l'utilisation de structures feuilletées) et les pertes cuivre dans le stator, ainsi que les pertes cuivre dans le rotor. Ces pertes se traduisent par une puissance électrique reçue supérieure à celle de l'équation (26).

### 1.2.5 Structures plus réalistes

On a jusqu'ici raisonné en supposant que le champ magnétique créé par le stator était uniforme, au moins sur l'étendue des courants rotoriques. Cette hypothèse n'est ni nécessaire, ni vraisemblable, si l'on considère un stator plus réaliste comme celui de la figure 5-b) ; les lignes de champ magnétique tracées en pointillés sur cette figure sont à cet égard très explicites. Toutefois, la structure du champ n'a de réelle importance que dans la région où sont localisés les courants, soit dans l'entrefer séparant le stator et le rotor. La propriété essentielle est alors la dépendance *sinusoïdale* de la composante radiale<sup>12</sup> du champ statorique :

$$B_r = B_0 \cos(\theta - \omega_S t) . \quad (27)$$

En outre, on utilise souvent des machines dans lesquelles le stator et le rotor possèdent un nombre  $p > 1$  de paires de pôles magnétiques. C'est le cas par exemple pour le rotor b) de la figure 6, qui est tétrapolaire ; le rotor c) de la même figure, est hexapolaire, mais devient bipolaire si l'on inverse le sens du courant dans l'une quelconque des trois spires  $A_i - B_i$ .

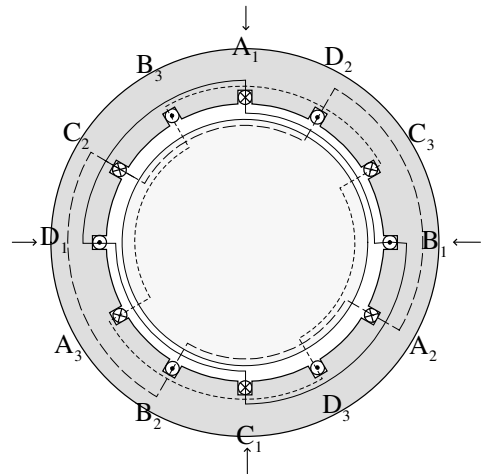


FIG. 10 – Stator tétrapolaire triphasé : les 3 enroulements  $A_i - B_i - C_i - D_i$  comportent chacun  $2p = 4$  conducteurs, que l'on peut grouper en 2 bobines, par exemple  $A_i - B_i$  et  $C_i - D_i$

<sup>11</sup>Grâce à l'usage des conventions générateur et récepteur, respectivement.

<sup>12</sup>La composante ortho-radiale donne une force radiale qui ne contribue pas au moment ; de même, les portions de conducteur perpendiculaires à l'axe donnent lieu des forces axiales.

Un stator  $2p$ -polaire triphasé est constitué de trois enroulements identiques, angulairement décalés  $2\pi/3$ , et alimentés chacun par une phase. Chaque enroulements comporte  $2p$  conducteurs (ou groupes de conducteurs) angulairement séparés de  $2\pi/2p$  (« pas polaire ») et parcourus par des courants alternés. Dans le cas le plus commun, chaque enroulement est constitués de  $p$  bobines alimentées en série, correspondant à  $3p$  bobines au total. La figure 10 donne le schéma de principe d'un stator tétrapolaire triphasé.

Le champ tournant dans ces machines est alors décrit par l'équation plus générale :

$$B_r = B_0 \cos(p\theta - \omega_S t) . \quad (28)$$

Dans un tel stator, des conducteurs (parallèles à l'axe) placés dans l'entrefer sont soumis à des forces de Laplace ortho-radiales. Leurs moments s'ajoutent en phase à tout instant si la distribution des courants les traversant est décrite par une loi de la même forme que le champ magnétique. Une machine multipolaire sera donc généralement composée d'un rotor et d'un stator possédant le même nombre de pôles.

Dans une telle machine, la vitesse de synchronisme n'est plus la fréquence angulaire des courants statoriques  $\omega_S$  mais celle à laquelle défile le profil de champ magnétique  $\omega_R = \omega'_S = \omega_S/p$ . La vitesse de rotation du moteur ou de l'alternateur ainsi constitué se trouve donc réduite du même facteur. C'est ainsi que l'on trouve souvent des moteurs synchrones fonctionnant sur le réseau à 50 Hz, dont la vitesse de rotation est de 1500 tours par minute seulement. Inversement, un courant à 50 Hz pourra dans bien des cas être fourni par des alternateurs multipolaires dont la vitesse de rotation est bien inférieure ; en effet, la réduction de la vitesse de rotation est intéressante d'un point de vue technique car elle diminue fortement les exigences mécanique sur le rotor (force centrifuge en en  $\omega_R^2$ ).

### 1.2.6 Applications des moteurs synchrones

La principale application des machines synchrones est, de loin, celle des alternateurs qui équipent toutes les centrales électriques. Un exemple en est donné sur la figure 11 ci-contre, où l'on voit un alternateur de centrale électrique nucléaire, dont le rotor est visiblement octupolaire, à pôles saillants.



FIG. 11 – Alternateur de puissance

Pour les moteurs, et compte tenu de leurs avantages (rendement élevé, simplicité de construction) et de leurs inconvénients (problème du démarrage, vitesse constante) les moteurs synchrones sont généralement réservés aux installations industrielles de puissance (1 à 10 MW), fonctionnant essentiellement en continu, comme des pompes, concasseurs, convoyeurs, laminoirs, etc... La deuxième génération de TGV (rames du « TGV atlantique ») a aussi utilisé pour ses motrices des moteurs dits « autosynchrones », qui sont des moteurs synchrones alimentés par des onduleurs de fréquence variable, automatiquement accordés sur la fréquence de rotation des moteurs.

On utilise encore de tous petits moteurs synchrones dans des servo-mécanismes, car ils permettent de réaliser des déplacements à vitesse constante, en utilisant simplement la grande stabilité de la fréquence du secteur. C'est le cas en particulier des moteurs qui entraînent le chariot des Michelson ou le balayage des monochromateurs à réseau, dont une vue éclatée du stator est donnée sur la figure ci-contre. On observe sur la photographie que les bobines du stator ont leur axe confondu avec l'axe de rotation, et on devine que le champ radial (multipolaire) alternatif est produit dans les cinq entrefers ménagés entre les dents imbriquées des deux pièces polaires. Le rotor de ce moteur est un petit aimant permanent dodécapolaire ( $2p = 12$ ).



FIG. 12 – Micro-moteur synchrone

Dans le cas de certaines machines de moyenne puissance, on utilise souvent des moteurs synchrones alimentés en *monophasé*. Cela n'est pas contradictoire avec les idées physique développées dans ce qui précède. On utilise en général un condensateur pour déphaser le courant envoyé dans un enroulement statorique secondaire, ce qui permet de créer un déséquilibre substantiel entre les deux composantes du champ magnétique tournant en sens contraires. Ceci suffit à favoriser un sens de rotation, et une fois la machine lancée, la composante rétrograde du champ magnétique exerce sur le moteur un couple dont la moyenne est nulle.

### 1.3 Moteur asynchrone

Le moteur asynchrone est un moteur à champ tournant, possédant un certain nombre de similitudes avec le moteur synchrone, mais dans lequel le rotor a une fréquence légèrement inférieure à celle du champ tournant. Le rotor, constitué d'une bobine en **court-circuit**, est alors parcouru par un courant **induit**, sur lequel agit le champ tournant statorique.

On se place dans le même cadre simplifié que pour l'étude du moteurs synchrone (§ 1.2.1), avec un rotor constitué d'une simple bobine ayant la forme d'une spire, caractérisée par sa surface  $\mathbf{S} = S_R \mathbf{u}(\theta_R)$ , où  $\mathbf{u}(\theta_R)$  est le vecteur unitaire repéré par l'angle  $\theta_R = \omega_R t$  (on aurait pu introduire une valeur non nulle de  $\theta_R$  en  $t = 0$ , mais celle-ci n'a pas de sens physique).

#### 1.3.1 Étude électrique du rotor

On peut écrire le flux magnétique traversant la bobine rotorique sous la forme :

$$\varphi(t) = \frac{3B_0}{2} \mathbf{u}(\theta_S) \cdot S_R \mathbf{u}(\theta_R) = \Phi_0 \cos(\omega_g t)$$

où on a introduit le flux maximal  $\Phi_0 = 3B_0 S_R / 2$  et la « vitesse de glissement »  $\omega_g = \omega_S - \omega_R$ .

La force électromotrice induite  $e_R(t)$  dans le rotor est donc une fonction sinusoïdale du temps, de pulsation  $\omega_g$  :

$$e_R(t) = -\frac{d\varphi}{dt} = \omega_g \Phi_0 \sin(\omega_g t) \quad (29)$$

Le courant induit aura donc lui même une telle dépendance en temps, et on peut écrire entre les amplitudes complexes la relation :

$$E_R = (R + iL\omega_g)I_R \quad \text{soit} \quad I_R = \frac{-i\omega_g \Phi_0}{Z_R},$$

où l'on a introduit la résistance  $R$  et l'inductance  $L$  de la bobine rotorique, avec comme toujours  $R \ll L\omega_S$  pour une bobine bien conçue. Par contre, l'impédance complexe doit être écrite à la fréquence de glissement, soit  $Z_R(\omega_g) = R + iL\omega_g = |Z| e^{i\gamma}$  où :

$$Z_R = R + iL\omega_g = |Z| e^{i\gamma} \quad \text{d'où} \quad |Z| = \sqrt{R^2 + L^2\omega_g^2} \quad \text{et} \quad \text{tg}\gamma = \frac{L\omega_g}{R}. \quad (30)$$

En revenant aux notations réelles, ce qui est indispensable pour la suite, on obtient donc :

$$i_R(t) = \frac{\omega_g \Phi_0}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma). \quad (31)$$

Grâce à ce courant le rotor acquiert un moment magnétique :

$$\mathcal{M} = \frac{\omega_g \Phi_0}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma) S_R \mathbf{u}(\theta_R), \quad (32)$$

qui varie dans le temps à la fois à cause de la rotation à  $\omega_R$ , et de la modulation de  $i_R$  à  $\omega_g$ .

#### 1.3.2 Effets mécaniques

Ce moment magnétique est soumis à un couple mécanique dont le moment par rapport à l'axe s'écrit, en utilisant le produit mixte  $(\mathbf{u}(\theta_R), \mathbf{u}(\theta_S), \mathbf{u}_z) = \sin(\omega_g t)$  :

$$\Gamma_z = (\mathcal{M} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u}_z = \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma) \sin(\omega_g t),$$

soit en valeur moyenne :

$$\langle \Gamma_z \rangle = \frac{\Phi_0^2 \omega_g \cos \gamma}{|Z|} \frac{1}{2} = \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{|Z|} \frac{R}{2|Z|},$$

et donc :

$$\langle \Gamma_z \rangle = \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R\omega_g}{R^2 + L^2\omega_g^2}. \quad (33)$$

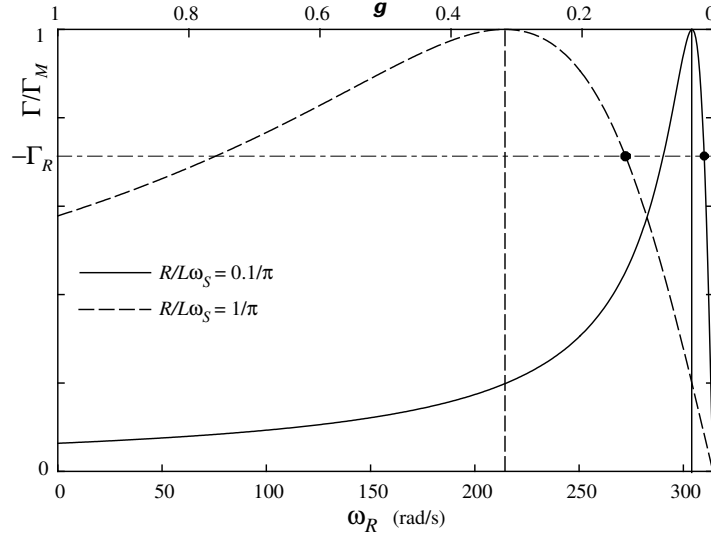


FIG. 13 – Graphe du couple mécanique en fonction de la vitesse angulaire ou du glissement (échelle du haut). Les points de fonctionnement stables sont marqués par un cercle.

Ce couple est donc donné par une « fonction de dispersion » en  $\omega_g$ , qui s'annule bien sûr au synchronisme. On constate qu'elle possède un maximum caractérisé par :

$$\Gamma_M = \frac{\Phi_0^2}{4L} \quad \text{et} \quad g_M \equiv \frac{\omega_g}{\omega_S} = \frac{R}{L\omega_S} \ll 1 .$$

Ceci montre que le couple maximum est indépendant de la résistance  $R$  mais que la fréquence de rotation pour laquelle il est obtenu est d'autant plus proche de  $\omega_S$  que  $R$  est faible. Dans la pratique, le glissement  $g$  donnant ce couple maximum est de l'ordre de quelques %. Comme on le voit sur la figure 13, la courbe  $\Gamma(\omega_R)$  est alors très piquée autour de la valeur donnant le couple maximum, elle-même très proche de la fréquence secteur.

Un autre point important de cette courbe est la valeur obtenue pour le couple de démarrage qui peut s'écrire (avec  $\omega_g = \omega_S$ ) :

$$\Gamma_0 \simeq \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R}{L\omega_S} = 2\Gamma_M g_M ,$$

qui est donc très faible ; nous verrons plus loin comment ce problème peut être résolu.

On voit encore sur la courbe que, si on impose un couple résistant  $-\Gamma_R$  inférieur à  $\Gamma_M$ , on a *a priori* deux valeurs d'équilibre pour  $\omega_R$ . La première est inférieure à  $\omega_M$ , et est *instable* : une diminution de  $\omega_R$  induit une diminution du couple, donc une nouvelle diminution de  $\omega_R$  et le moteur s'arrête ; au contraire une infime augmentation de  $\omega_R$  va conduire le moteur à accélérer et dépasser  $\omega_M$ . Par contre, celle obtenue pour  $g_M < g < 1$  est stable, puisque une fluctuation de  $\omega_R$  donne lieu à une variation de  $\Gamma$  de signe opposé, qui ramène le moteur vers son point d'équilibre.

### 1.3.3 Rotor rotor à symétrie ternaire

Le couple du moteur synchrone, dont nous venons d'étudier la valeur moyenne, est – dans le modèle utilisé – une fonction *oscillante* du temps, en raison de la double dépendance temporelle de  $\mathcal{M}$  que nous avons soulignée ci-dessus. En plus des problèmes techniques que cela peut poser (pompage, etc), ce modèle de rotor avec une seule spire ne respecte pas la symétrie du stator ; il est donc assez naturel d'utiliser un rotor composé de trois spires (ou bobines) identiques situées à  $120^\circ$  l'une de l'autre, comme le rotor *c*) de la figure 6. Un tel rotor correspond la configuration la plus simple respectant la symétrie.

Chacune des trois spires est alors caractérisée par son vecteur surface  $\mathbf{S}_p = S_R \mathbf{u}(\theta_R + \beta_p)$ , où comme précédemment  $\beta_p = 0, 2\pi/3, 4\pi/3$  pour  $p = 1, 2, 3$ . Ces trois bobines voient des flux décalés de  $120^\circ$  l'un par rapport à l'autre, et sont donc le siège de trois courants induits triphasés. Ces trois courants donnent lieu à trois composantes du moment magnétique analogues à celui du § 1.3.2.

Si on évalue leur somme dans le référentiel lié au rotor, on a :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3 = \frac{\Phi_0 \omega_g S_R}{|Z|} \sum_p \sin(\omega_g t - \gamma - \beta_p) \mathbf{u}_{\beta_p},$$

que l'on peut évaluer exactement de la même façon que le champ tournant au § 1.1, et il vient :

$$\mathcal{M} = \frac{\Phi_0 \omega_g S_R}{|Z|} \times \frac{3}{2} \mathbf{u}_{\theta_M} \quad \text{où } \theta_M = \omega_g t - \gamma - \pi/2, \quad (34)$$

qui est un vecteur tournant à la fréquence  $\omega_g$ .

En revenant dans le référentiel du stator, on constate donc que le moment magnétique est un vecteur de norme  $3\Phi_0 \omega_g S_R / 2|Z|$ , pointant dans la direction repérée par l'angle  $(\omega_g + \omega_R)t - \gamma - \pi/2$ , donc tournant à la fréquence  $\omega_S$ , comme dans le cas du moteur synchrone ! Le couple magnétique résultant est alors *constant*— ce qui est évidemment plus approprié pour les applications — et égal à 3 fois le couple moyen obtenu précédemment. L'angle interne  $\alpha$  (retard du moment sur le champ) est donc égal à  $\gamma + \pi/2$ , et se situe sur la branche qui était instable pour le moteur synchrone.

### 1.3.4 Bilan de puissance

Ce résultat que nous venons d'établir permet bien sûr d'économiser les calculs détaillés de la puissance, puisque les principaux résultats établis pour le moteur synchrone pourront être simplement transposés. Le point essentiel est que le moment magnétique (induit) dans le rotor, est source d'un champ magnétique tournant, qui crée, dans les enroulements statoriques, une *force contre-électromotrice*. Cette *f.c.e.m.* n'est autre que la « force électromagnétique synchrone » que nous avons étudiée au § 1.2.2, et elle est responsable de la puissance électrique fournie par le générateur.

La puissance mécanique s'écrit de façon évidente :

$$\mathcal{P}_M = \Gamma_z \omega_R = 3 \times \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R \omega_g \omega_R}{R^2 + L^2 \omega_g^2} = 3 \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{2|Z|} \omega_R \cos \gamma, \quad (35)$$

La courbe représentant  $\Gamma$  en fonction de  $\omega$  est tracée sur la figure 13 pour des valeurs typiques  $L = 1$  H, et  $R = 10 \Omega$  (—) ou  $R = 100 \Omega$  (- -).

La puissance électrique  $\mathcal{P}_E$  cédée au rotor peut être déduite de l'équation (26), en utilisant l'égalité  $\cos \phi = \sin \alpha = \cos \gamma$  :

$$\mathcal{P}_E = 3 \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{2|Z|} \omega_R \cos \gamma. \quad (36)$$

Ces deux puissances ne coïncident pas, contrairement au cas du le moteur synchrone, mais leur différence s'écrit :

$$\mathcal{P}_E - \mathcal{P}_M = g \mathcal{P}_E = \frac{3}{2} R \left( \frac{\Phi_0 \omega_g}{|Z|} \right)^2 = 3 \times R \frac{|I_R|^2}{2},$$

où  $I_R$  est l'amplitude complexe du courant  $i_R$  (cf. éq. 29). Cette puissance « perdue » est donc exactement la puissance dissipée par effet Joule dans le rotor. On peut en particulier en déduire que le rendement d'un moteur synchrone sera toujours inférieur à  $1 - g$ .

**Remarque** L'étude précédente, fondée sur les résultats du moteur synchrone du § 1.2.4, économise des calculs mais peut laisser planer un certain doute sur la nature précises des quantités mises en jeu : quel est l'effet du champ magnétique rotorique ? à quel champ magnétique le flux  $\Phi_0$  est-il associé ?

Ceci conduit aux réflexions suivantes :

- Le champ magnétique rotorique  $\mathbf{B}_1$ , tournant à  $\omega_S$ , est en *phase* avec le moment magnétique  $\mathcal{M}$  ; il est donc dépourvu d'action mécanique ( $\mathcal{M} \times \mathbf{B}_1 = 0$ ), comme c'était déjà le cas pour le moteur synchrone.
- La force électromotrice associée à  $\mathbf{B}_1$  dans le rotor est en *quadrature* avec les courants, et ne travaille donc pas ; son effet sur les courants rotoriques est déjà pris en compte dans l'auto-inductance effective<sup>13</sup>  $L$  des spires rotoriques (cf. équations (29-30)).
- Le flux  $\Phi_0$ , qui figure au carré dans (33) et les diverses expressions de la puissance, y est une fois pour les courants induits dans le rotor, et une fois pour l'action du champ statorique sur ces derniers ; les observations précédentes confirment qu'il s'agit bien du *flux du champ statorique* uniquement, dans *l'une des spires* du rotor.

<sup>13</sup>Elle résulte de la self proprement dite, et des mutuelles avec les autres spires cf. note 8.

– Ce flux est bien sûr proportionnel au courant statorique  $i_s(t)$ , et il est donc indispensable de connaître l'évolution de celui-ci en fonction des différents paramètres, et donc décrire l'équation électrique du stator. Sans développer le calcul qui est un peu lourd, nous pouvons en énoncer le résultat : à tension d'alimentation fixée, la variation de  $I_S$  et de  $E_S$  reflète la variation de la puissance transmise  $\mathcal{P}_E$ , et les courbes de variation de  $\Gamma$  en fonction de  $\omega_R$  de la figure 13 sont donc des courbes à tension constante, correspondant aux conditions d'utilisation les plus fréquentes.

### 1.3.5 Aspects pratiques

**Démarrage** Comme il apparaît nettement sur les courbes de la figure 13, le couple de démarrage (*i.e.* à  $\omega_R = 0$ ) du moteur asynchrone n'est pas nul, mais est généralement très faible pour un rotor bien optimisé (résistance interne faible), correspondant à un faible glissement optimal (dans la pratique, 0.5 à 5%). Ce faible couple rend *a priori* impossible le démarrage « en charge », et peut même être inférieur au couple résistant des frottements.

La méthode généralement utilisée pour remédier à ce problème consiste à insérer dans le circuit rotorique une résistance additionnelle, qui permet d'obtenir un couple de démarrage nettement plus important. Cela dégrade fortement le rendement énergétique du moteur, et on doit donc retirer cette résistance une fois le moteur démarré. Cela peut être réalisé manuellement en utilisant un rhéostat extérieur, mais on trouve souvent sur les moteurs de moyenne puissance un système rhéostatique intégré au rotor et commandé par la force centrifuge. D'autres moteurs utilisent la variation au cours du démarrage de la fréquence des courants rotoriques pour obtenir une résistance variable en raison de l'effet de peau.

En outre, le démarrage d'un moteur synchrone de faible résistance rotorique est exactement analogue à la mise en service d'un transformateur dont le secondaire est en court-circuit : le courant statorique  $I_S$  appelé est extrêmement élevé. Le système rhéostatique évoqué plus haut permet donc un démarrage moins brutal et un pic de courant réduit. Il est de plus usuel de réduire la tension d'alimentation lors du démarrage, soit à l'aide d'un gradateur, soit en utilisant temporairement un couplage *en étoile* pour le démarrage.

**Architecture** Les stators des moteurs asynchrones sont exactement les mêmes que pour les moteurs synchrones, et peuvent de même être multipolaires. En particulier, le moteur asynchrone que l'on étudie en TP tourne à une vitesse légèrement inférieure à 1500 tours/min, soit 25 Hz, et possède donc un stator tétrapolaire.

Les petits moteurs asynchrones ont souvent un rotor formé de barres métalliques conductrices (alliage de cuivre ou d'aluminium) reliées par des couronnes conductrices, formant un « cage d'écureuil ». L'ensemble est généralement inclus dans un empilement de tôles afin de diminuer la réluctance du circuit magnétique. Un tel rotor est en court-circuit permanent mais présente l'avantage d'une construction plus simple, et sans entretien.

Les moteurs asynchrones de forte puissance utilisent généralement des rotors bobinés, dont le circuit se réfère à l'extérieur sur un jeu de résistances variables : les courants rotoriques sont alors transmis à l'extérieur à l'aide d'un système de trois bagues et balais.

**Applications** Les moteurs asynchrones sont les moteurs les plus largement utilisés, grâce à leur rapport coût/puissance le plus faible. On les trouve en particulier dans toutes les applications industrielles et domestiques de moyenne puissance : machines outils, congélateurs, machines à laver, pompes diverses, etc...

## 2 Moteurs à courant continu

Comme évoqué dans l'introduction, les moteurs continus sont fondés sur une autre stratégie. Elle consiste, dans un champ statorique  $\mathbf{B}$  constant, à utiliser la rotation pour commuter les courants dans les conducteurs rotoriques, de telle sorte que le moment magnétique associé reste à peu près orthogonal au champ magnétique.

D'une façon générale, la structure d'une machine à courant continu est celle de la figure ci-contre, où le stator peut être un aimant permanent ou un électro-aimant (inducteur), créant un champ magnétique constant ; le rotor (ou « induit ») comporte un ensemble de conducteurs parallèles à l'axe du moteur, insérés dans les encoches d'un noyau de fer<sup>14</sup>. Les sens des courants donnés sur la figure sont ceux donnant à un couple moteur dans le sens trigonométrique, et les connections de ces conducteurs seront précisés ultérieurement.

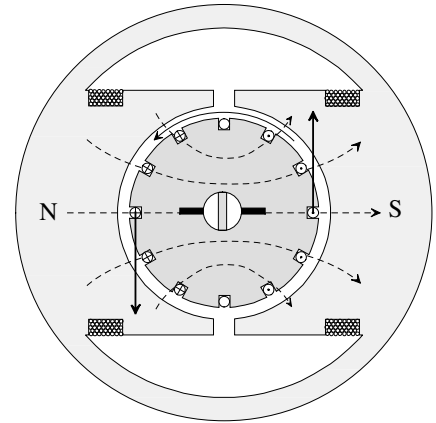


FIG. 14 – Schéma de principe d'un moteur à courant continu.

### 2.1 Principe général : rotor à une spire

Nous commençons par étudier le cas (purement de principe) où le rotor comporte une seule spire, formée de deux conducteurs diamétralement opposés. Si ces deux conducteurs sont parcourus par un même courant  $I_R$  en sens contraire, les forces de Laplace qu'ils subissent forment un couple, proportionnel au courant et à la composante radiale du champ magnétique, dont la variation avec l'angle est approximativement sinusoïdale (cf. fig. 15). Au cours de la rotation, celle-ci change de signe, et le couple avec elle.

C'est là qu'intervient le système collecteur-balais (le collecteur est ici une simple bague divisée en deux électrodes) : lors du passage des conducteurs par la « ligne neutre » – i.e. l'annulation du champ magnétique – le courant  $I_R$  est interrompu, et rétabli dans l'autre sens. Comme on le voit sur la figure, cela permet de garder à tout instant un couple de même signe, bien que variant fortement dans le temps. Si  $a$  est le rayon du rotor,  $h$  sa longueur, en assimilant la variation de  $B_r$  à une sinusoïde d'amplitude  $B_0$ , et en utilisant le facteur de forme  $2/\pi$  du sinus redressé, on obtient :

$$\langle \Gamma \rangle = 2 \times \frac{2}{\pi} (B_0 I_R h) a \approx \frac{2}{\pi} \Phi_0 I_R, \quad (37)$$

où  $\Phi_0$  est le flux sortant du pôle nord et entrant dans le pôle sud du stator, et coupé par les conducteurs (aire de la spire  $2a \times h$ ). Cette expression serait valable même sans les approximations précitées, à condition de remplacer le facteur de forme  $2/\pi$  par une constante sans dimension  $K$  convenable, et du même ordre de grandeur.

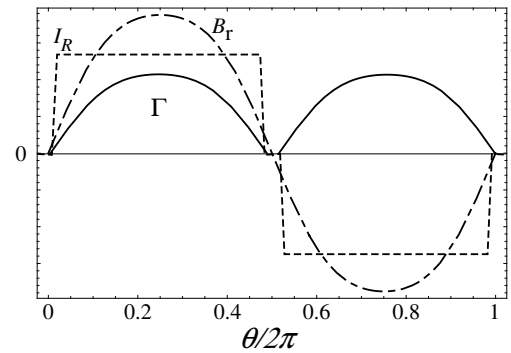


FIG. 15 – Champ radial, courant, et couple, en fonction de l'angle pour un moteur à une spire

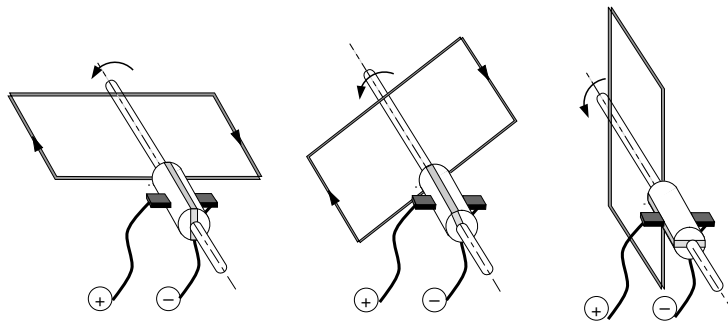


FIG. 16 – Schéma de principe pour le collecteur à deux lames discuté dans le texte. Les trois états se succèdent au cours d'un quart de période, le troisième correspondant à l'instant de commutation

<sup>14</sup>Seuls contribuent au couple et à la f.e.m. les conducteurs dits « actifs », i.e. parallèles à l'axe du moteur

*Force électromotrice* : Les deux conducteurs de la spire sont évidemment le siège d'une force électromotrice induite  $e = 2 \times ((a\omega_R) B_r) h$ , variant selon une loi temporelle analogue à celle du champ magnétique. Le système collecteur-balais permet alors de *redresser* cette force électromotrice, conduisant à une valeur moyenne non nulle :

$$E \equiv \langle e \rangle = \frac{2}{\pi} \Phi_0 \omega_R . \quad (38)$$

Cette f.e.m est de façon logique opposée au courant  $I_R$  parcourant la spire et responsable du couple moteur. La puissance électrique reçue du générateur est donc (en négligeant les pertes résistives ou d'hystérésis)

$$\mathcal{P}_E = E I_R = \Phi_0 I_R \omega_R, \text{ laquelle coïncide bien sûr avec la puissance mécanique fournie } \mathcal{P}_M = \Gamma \omega_R = \Phi_0 I_R \omega_R.$$

*Dynamo génératrice* : Cette force électromotrice induite est à la base de la dynamo (génératrice de courant continu). Le rotor n'est alors pas connecté à un générateur, mais à une charge ; la force électromotrice engendre alors un courant circulant dans le sens de  $E$ , qui se traduit alors par un couple *résistant*. Il y a donc transfert de puissance mécanique vers la dynamo, et transfert de puissance électrique vers la charge électrique. De façon schématique, on peut dire que la force électromotrice est fixée par la fréquence de rotation, puis le courant par la charge, puis le couple par le courant, le point de fonctionnement étant enfin imposé par la relation  $\Gamma \leftrightarrow \omega_R$  de la source de puissance mécanique, comme indiqué sur la figure 17.

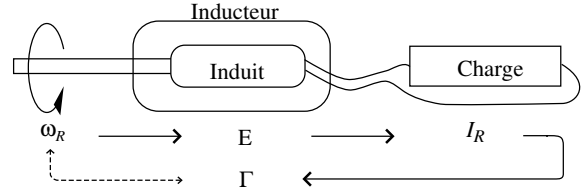


FIG. 17 – Vue schématique du transfert de puissance dans une dynamo génératrice

## 2.2 Moteur à $N$ spires

Dans la pratique, la forte modulation du couple et de la f.e.m. induite ne sont pas tolérables. Il est donc souhaitable d'utiliser un plus grand nombre de conducteurs rotoriques, distribués de façon à réduire l'importance des ondulations. Un premier pas consiste à ajouter une deuxième spire à  $90^\circ$  de la première, de telle sorte que les annulations de  $\Gamma(t)$  pour une paire de conducteurs coïncident avec les maxima pour la seconde. C'est à peu près le cas pour un rotor bipolaire bobiné (cf. figure 6-a)), comme dans le « modèle » disponible en TP.

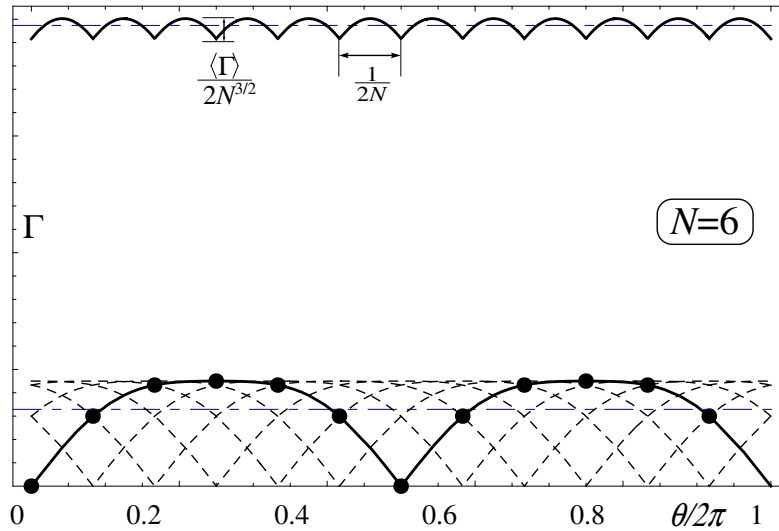


FIG. 18 – Couples par spire et couple total pour un ensemble de  $2N = 12$  conducteurs, soit 6 spires. Les droites en tirets alternés représentent les valeurs moyennes, pour 1 spire et pour  $N$  spires.

### 2.2.1 Principe de base

Plus généralement, la configuration convenable est celle où  $2N$  conducteurs (soit  $N$  spires) sont équi-répartis sur la circonférence (comme suggéré sur la figure 14, pour  $N = 6$ ). On peut constater alors que les couples  $\Gamma_p(t)$  et  $e_p(t)$  successifs se déduisent par un simple déphasage de  $\phi = 2\pi/N$ , soit  $\tau = F/N$ , comme le montre la



figure 18, pour  $N = 6$ . La courbe continue inférieure représente  $\Gamma_1(t)$ , et les courbes tiretées les  $\Gamma_p(t)$  suivants ; la courbe supérieure est la somme des courbes inférieures et représente le couple total résultant. Les points sur la courbe de  $\Gamma_1(t)$  montrent les contributions de chacun des  $2N = 12$  conducteurs, à l'instant de commutation du conducteur 1. On observe que si on augmente suffisamment le nombre de conducteurs actifs, la somme de leurs contributions a toutes les propriétés d'une somme de Riemann, ce qui justifie l'introduction un peu « cavalière » de  $\Phi_0$  (aire sous la courbe  $B(\theta)$ ) dans les équations (37-38).

### 2.2.2 Mode de bobinage

Nous allons ici étudié comment les conducteurs de la figure 14 peuvent être reliés entre eux pour former une ou plusieurs bobines.

Notons que tout ce qui a été dit plus haut suppose que tous les conducteurs actifs sont traversés par le même courant  $I_R$ . Cela suppose de mettre tous ces conducteurs en série, ou au moins de regrouper ceux-ci en différentes sections alimentées en parallèle, et présentant la même f.e.m. L'idéal serait bien sûr de pouvoir mettre en série tous les conducteurs de la partie droite d'un coté, et ceux de la partie gauche d'un autre ; toutefois cela exigerait autant de conducteurs de « rebouclage », conduisant à une annulation à peu près exacte du couple !

La solution la plus simple à ce problème consiste à observer que, le nombre de conducteurs actifs étant supposé pair, à chaque conducteur de gauche correspond un conducteur de droite, diamétralement opposé, caractérisé par une même contribution au couple, et une f.e.m. identique au signe près. C'est donc ce « dual » qu'il faut utiliser, car la connexion correspondante peut être faite avec exclusivement des conducteurs perpendiculaires à l'axe. Une arithmétique élémentaire montre qu'il faut connecter le conducteur n°  $p$  au conducteur n°  $p + N - 1 \pmod{2N}$ , (alternativement dessus et dessous le rotor) ce qui donne pour  $N = 6$  la séquence 1-6-11-4-9-2-7-12-5-10-3-8-1-6... Pour la position représentée sur la figure 19, on observe qu'il y a une discontinuité entre 1 et 6 ainsi qu'entre

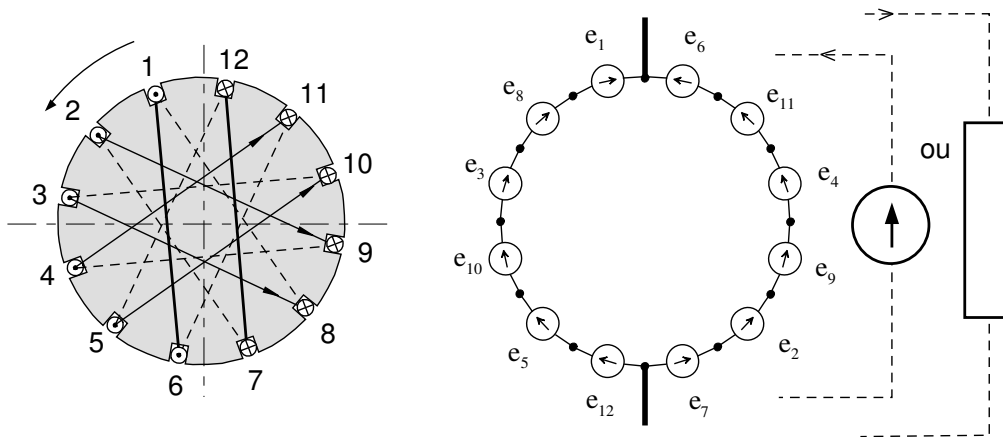


FIG. 19 – A gauche : schéma de connexion des conducteurs actifs dans un rotor à 12 conducteurs ; à droite : circuit électrique équivalent, avec alimentation ou charge, selon le mode de fonctionnement. Les gros points de jonction figurent les lames du collecteur.

7 et 12, qui sont les limites de la ligne de commutation : dans les deux cas, la f.e.m. change de signe. En plaçant des connexions (les balais !) sur le conducteur reliant 1 à 6 d'une part, et 7 à 12 d'autre part, on scinde le circuit fermé de f.e.m. totale nulle en deux circuits de  $N$  conducteurs et de même f.e.m. (cf. figure 19- droite), qui sont susceptibles d'être alimentés en parallèle par une source unique ( ou, dans une dynamo, de débiter en parallèle dans la même charge). Au cours du mouvement de rotation (dans le sens trigonométrique) les conducteurs 6 et 12 vont franchir la ligne neutre, et les f.e.m. dont ils sont le siège changent de signe ; les discontinuités sont alors en 6-11 et en 12-5, points qui coïncident alors avec la position – inchangée – des balais.

On constate alors que le collecteur simpliste de la figure 16 doit être remplacé par un autre plus élaboré : dans un moteur réel à  $2N$  conducteurs actifs, le collecteur est formé d'un ensemble de  $2N$  lames de cuivres, isolées les unes des autres et disposées selon un cylindre, en bout de rotor. Chacune de ces lames est reliée à deux conducteurs actifs successifs dans l'enroulement précédemment décrit. Les balais sont des bâtonnets de graphite qui frottent sur le collecteur, de façon à relier le circuit extérieur deux lames diamétralement opposées.

Le principe de bobinage que nous avons décrit – dit « en étoile » – est le plus simple que l'on puisse imaginer, mais n'est bien sûr pas le seul. Il suppose que le nombre  $2N$  de conducteurs soit multiple<sup>15</sup> de 4, et comporte deux « voies d'enroulement » constituées par les deux branches reliant deux lames diamétralement opposées du collecteur. On construit néanmoins de nombreuses variantes à ce système, possédant davantage de voies d'enroulement. Il existe aussi des enroulements multipolaires, comme pour les moteurs alternatifs.

En définitive, pour un moteur possédant  $2N$  conducteurs actifs,  $2a$  voies d'enroulement, et  $2p$  pôles, les équations (37-38) sont généralisées en :

$$E = K \frac{p}{a} \Phi \Omega \quad \text{et} \quad \Gamma = K \frac{p}{a} \Phi I_R, \quad (39)$$

où  $K$  est une constante du moteur, proche de  $N/\pi$ ,  $\Omega$  la vitesse de rotation du moteur,  $\Phi_0$  le flux sous l'un des pôles du stator, et  $I_R$  le courant total traversant le rotor<sup>16</sup>.

### 2.3 Caractéristiques de fonctionnement (en régime de moteur)

Pour alléger les expressions, nous nous plaçons ici dans le cas générique  $a = p = 1$ . Nous supposons aussi que la réaction d'induit (effet du champ magnétique rotorique) est parfaitement compensée (en particulier par un positionnement adéquat des balais).

La résistance  $R$  de l'induit est généralement très faible, afin de réduire les pertes. Elle n'est cependant pas nulle, et affecte les propriétés mécaniques de la façon suivante : avec  $U = RI_R + E$  (nous avons toujours considéré la valeur absolue de  $E$ , qui est opposée à  $I_R$ ), et  $\Omega = E/K\Phi$ , on obtient la loi :

$$\Omega = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI_R}{K\Phi} = \Omega_0 - \frac{RI_R}{K\Phi}, \quad (40)$$

la pente de cette loi linéaire est généralement faible, et la vitesse du moteur continu est donc essentiellement imposée par sa tension d'alimentation. Toutefois le courant  $I_R$  est, lui, directement proportionnel au couple par la loi :

$$I_R = \frac{\Gamma}{K\Phi}, \quad (41)$$

et on en déduit la caractéristique  $\Gamma(\Omega)$ , représentée pour différentes tensions sur la figure ci-contre ( $U_1 < U_2 < U_3$ ),  $\Gamma_M$  étant fixé par l'intensité rotorique maximale, et  $\Omega_M$  par la tension maximale. Notons que la pente négative de cette caractéristique assure la stabilité de tous les points de fonctionnement.

Ces caractéristiques, très différentes de celles obtenues précédemment, permettent un contrôle indépendant de la vitesse et du couple, et font tout l'intérêt des moteurs continus, pour les machines-outils, le levage (pour  $U_1$  : couple important à vitesse nulle), etc ...

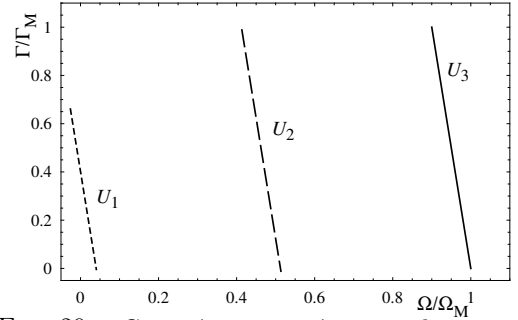


FIG. 20 – Caractéristique mécanique du moteur continu

### 2.4 Modes d'excitation

Les moteurs considérés jusqu'ici sont des moteurs à excitation séparée : un générateur auxiliaire impose le courant et donc le flux dans les enroulements statoriques. Comme nous l'avons vu, c'est un mode de fonctionnement particulièrement flexible ; toutefois, on utilise aussi beaucoup les modes d'excitation « série » et « parallèle » (« moteur shunt »), que nous allons décrire succinctement.

#### 2.4.1 Excitation série

Dans ce mode, un même générateur alimente le stator et le rotor connectés en série. Le flux  $\Phi$  est alors lui-même proportionnel au courant  $I_R$ . On en déduit aisément les lois :  $E = K'\Omega I_R$  et  $\Gamma = K'I_R^2$ . Si, comme c'est généralement le cas, on peut négliger la chute de tension résistive  $(R_S + R)I_R$  devant la f.e.m., on a  $U \approx E$ . On en déduit alors la loi approchée :

$$\Gamma = \frac{U^2}{K'} \frac{1}{\Omega^2}, \quad (42)$$

<sup>15</sup>Condition nécessaire et suffisante pour que  $2N$  et  $N - 1$  soient premiers entre eux, ce qui assure que le circuit se referme en une seule bobine contenant tous les conducteurs actifs

<sup>16</sup>La constante  $N/\pi$  peut surprendre car elle semble inconsistante avec les équations (37-38), mais il n'en est rien, dans la mesure où le modèle considéré a bien 2 pôles, mais une seule voie d'enroulement.

qui sera valable quand la vitesse, et donc la f.e.m., n'est pas trop petite. Notons qu'il est en outre indispensable d'utiliser un rhéostat de démarrage pour limiter le courant, car la f.e.m. étant initialement nulle, le courant appelé pourrait être destructeur.

Ce mode de fonctionnement, assurant un couple maximal à vitesse réduite, est donc particulièrement adapté à des équipements de puissance requérant cette propriété : laminoirs, démarreur automobile, traction électrique... Inversement, une telle machine ne peut fonctionner à vide, car la vitesse dépasserait la limite admissible : il est alors indispensable de réduire fortement la tension.

### 2.4.2 Excitation parallèle

Lorsque le rotor et le stator sont alimentés en parallèle par la même source de tension  $U$ , le stator appelle toujours le même courant  $I_S = U/R_S$ , et le flux  $\Phi$  est donc proportionnel à  $U$  (on néglige la réaction d'induit). Comme par ailleurs, on a  $U \approx E = K' I_R \Omega$ , cela impose la vitesse de rotation. Le couple moteur vaut alors

$$\Gamma = \frac{K' U^2}{R_S} \frac{1}{\Omega}, \quad (43)$$

qui à  $\Omega$  faible, peut prendre des valeurs élevées, quoique moindres que dans le cas du moteur-série. L'intérêt de ce montage consiste dans un réglage de vitesse indépendant de la charge, et qui peut être réglée en jouant simplement sur un rhéostat inclus dans le circuit statorique. De ce fait, à tension constante, la vitesse ne dépend pas de la charge, ce qui est très utile dans les machines outils, au moment où l'on « attaque » la pièce à usiner. Hormis ce point, en utilisant deux rhéostats indépendants, dans chacun des deux circuits, on se rapproche beaucoup du mode d'excitation indépendante.

## 3 Autres moteurs

### 3.1 Le moteur universel

est un moteur continu à excitation série, utilisé en alternatif. En effet, les courants d'induit et d'inducteur changeant de signe simultanément, le couple reste de signe constant. Il suffit alors de feuilleter les composants du circuit magnétique pour limiter les pertes par courants de Foucault. Son grand couple à faible vitesse, pour une puissance moyenne restant limitée, en fait un composant d'usage très répandu : tout les appareils électroménagers et d'outillage de faible puissance sont fondés sur de tels moteurs.

### 3.2 Le moteur pas à pas

peut quant à lui être vu comme un moteur alternatif fonctionnant en continu. Son rotor est généralement un aimant permanent, le stator étant un stator multipolaire dont les différents pôles sont alimentés de façon indépendante : le champ tournant est alors réalisé en commutant convenablement les courants continus qui les alimentent. Pour chaque état de ces courants, le rotor s'immobilise dans la direction définie par le champ magnétique, ce qui permet un repérage exact de l'angle de rotation.