10 septembre 2002

Parcours scientifique

de

Jean–Loup GERVAIS
Laboratoire de Physique Théorique de l'École Normale Supérieure[1],
24 rue Lhomond, 75231 Paris CÉDEX 05, France.
Directeur de Recherche Classe E

1. UMR 8549: Unité Mixte du Centre National de la Recherche Scientifique, et de l'École Normale Supérieure.

Table des matières

1 Principales étapes de la carrière, affectations

1.1 Curriculum Vitae.

né le 10 septembre 1936 à Paris
marié, deux enfants

- 1958: Licence ès Sciences Physiques
- 1959: Licence ès Sciences Mathématiques
- 1960: **Stagiaire de Recherche**
- 1961: Thèse de 3^{eme} Cycle en Physique Théorique
- 1961: **Attaché de Recherche**
- 1965: Thèse de Doctorat d'État, Université d'Orsay
- 1965: **Chargé de Recherche**
- 1966-68: Research Associate à l'Université de New York.
- 1970: **Maître de Recherche (Directeur 2)**
- 1972: Professeur Invité au City College, New-York pour un mois
- 1973-85: Maître de Conférence mi-temps à l'École Polytechnique
- 1979-83: **Directeur du Laboratoire de Physique Théorique de l'École Normale Supérieure**.
- 1981: **Directeur de Recherche Classe 1**
- 1983-88: Membre de la Commission de Répartition des Bourses du Ministère de l'Industrie et de la Recherche
- 1983-84: Professeur Invité au City College, New-York pour un semestre
- 1984-87: Membre nommé du Conseil Supérieur des Universités
- 1985: Professeur Invité simultanément au City College et au Rockefeller Institute, New-York, pour deux mois
- 1986-89: Membre élu de la Commission de Spécialistes C.S.E. 27+30 de l'Université de Paris Sud
- 1990: Membre Invité de l'Institute for Theoretical Physics, Université de Californie à santa Barbara, pour trois mois
- 1991: Membre Invité du Mathematical Research Institute de Berkeley pour un mois

– 1993: Membre Invité du Département de Physique de l'Université de Tokyo pour un mois

– 1994: Titulaire d'une Bourse de Recherche de la Japan Society for the Promotion of Science pour un mois.

– 1995-98: **Directeur du Laboratoire de Physique Théorique de l'École Normale Supérieure.**

– 1997: Membre Invité de l' Institut Newton à Cambridge, Angleterre, pour un mois et demi.

– 1997. Récompensé par un des Grands Prix de l'Académie des Sciences: ≪ *Le Prix Créé Par l'État*≫.

– 1998: Professeur Invité à UCLA Los Angeles pour un mois.

– 1999 **Directeur de Recherche Classe E**

1.2 Direction de thèses.

– 1973: Thèse de 3^{eme} Cycle de José de Sa Borges Filho

– 1976: Ph. D. de Antal Jevicki, City College New York, direction partielle en collaboration avec B. Sakita

– 1977: Thèse de 3^{eme} Cycle de Marc-Thierry Jaekel

– 1978: Ph. D. de Spenta Wadia, City College New York, direction partielle en collaboration avec B. Sakita

– 1983: Thèse de 3^{eme} Cycle de Jean-François Arvis, direction partielle en collaboration avec A. Neveu

– 1988: Thèse de Doctorat de Adel Bilal

– 1988: Thèse de Doctorat de Bruno Rostand, direction partielle en collaboration avec Costas Kounnas

– 1994:Thèse de Doctorat de Jean-François Roussel

2 Principales contributions à la recherche.

Il ne m'a pas semblé utile de revenir sur les années soixante, lorsque commence mon activité, car les centres d'intérêts de l'époque (relations de dispersion, bootstrap, matrice S, pôles de Regge) n'ont pas finalement rempli les espoirs qu'ils suscitaient.

Les articles sont plus ou moins regroupés par décennies, car ceci donne une organisation naturelle. Pour chaque période, cependant, l'énumération n'est pas complètement chronologique de façon à mettre en évidence les points les plus importants. Dans une première lecture, on peut se limiter aux débuts de paragraphes qui sont en italique.

2.1 Contributions marquantes des années soixante-dix.

2.1.1 1970-71: Lagrangien supersymétrique

Référence:
" Field theory interpretation of supergauges in dual models", Nucl. Phys. B34 (1971) 832, reproduit dans le volume "Superstrings, the first fiveteen years" collecté par J. Schwarz.

En collaboration avec B. Sakita, j'ai démontré pour la première fois l'invariance d'un lagrangien par supersymétrie. Ce lagrangien est de la forme

$$\mathcal{L} = -2\partial_z X \partial_{\overline{z}} X + 2i[\bar{\psi}_2 \partial_z \psi_1 + \bar{\psi}_1 \partial_{\overline{z}} \psi_2],$$

où z et $\overline{z}$ sont des coordonnées bidimensionnelles, $X(z,\overline{z})$ est un champ bosonique et les $\psi_i(z,\overline{z})$ sont des champs de Dirac. Notre contribution a été d'écrire la première symétrie à paramètre anticommutant qui mélange les bosons et fermions. Wess et Zumino se sont inspirés de nos travaux pour introduire la supersymétrie à plus de deux dimensions.

Le lagrangien ci-dessus est invariant, à une derivée totale près, par la transformation

$$\delta\psi_1 = \chi\epsilon g_1(z)\partial_z X, \quad \delta\bar{\psi}_2 = \chi\epsilon g_2(\overline{z})\partial_{\overline{z}} X$$
$$\delta X = -\chi\frac{i\epsilon}{2}\left[g_2\psi_1 + g_1\bar{\psi}_2 + \bar{g}_2\bar{\psi}_1 + \bar{g}_1\psi_2\right].$$

La transformation est écrite au premier ordre en ϵ. Le paramètre χ est supposé anticommutant. Les fonctions g_1 et g_2 sont arbitraires mais ne dépendent que d'une seule variable.

Comme il est bien connu, la découverte de la supersymétrie[2] est venue des travaux de Neveu, Schwarz et Ramond sur la généralisation du modèle de Veneziano. En effet, ils ont introduit des algèbres graduées d'opérateurs, (qui sont fermées en partie par commutateurs et en partie par anticommutateurs) en vue d'éliminer les états fantômes de ce qui deviendrait par la suite les supercordes. On donnait à l'époque le nom de superjauges à ce mécanisme. Cependant leur traitement, n'avait encore aucune interprétation du point de vue de la théorie des champs bidimensionnels que Sakita et moi-même poursuivions à l'époque. Nous avons donc introduit le

2. au moins dans les pays de l'Ouest

lagrangien ci-dessus comme décrivant la dynamique des théories de Neveu-Schwarz-Ramond sur la surface d'univers balayée par la corde, et fait l'hypothèse que les superjauges mentionnées plus haut proviennent de la supersymétrie du lagrangien qui vient d'être rappelé. Ceci a été pleinement confirmé par la suite. En fait, le lagrangien ci-dessus peut être déduit de celui de la supergravité à deux dimensions en se plaçant dans la jauge superconforme.

2.1.2 1968-69: Brisure de symétrie en théorie locale des champs

Référence:
"Renormalization of the σ–model. II. Fermion fields and regulators", Nucl. Phys. 312 (1969) 627.

B. Lee, et moi-même avons étudié la renormalisation d'un lagrangien du type suivant, à quatre dimensions:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\left[i\gamma.\partial - g(\sigma + i\vec{\pi}.\vec{\tau}\gamma_5)\right]\psi + \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\sigma)^2 + (\partial_\mu\vec{\pi})^2\right]$$

$$-\frac{m^2}{2}\left[\sigma^2 + \vec{\pi}^2\right] - \frac{\lambda^2}{4}\left[\sigma^2 + \vec{\pi}^2\right]^2 + c\sigma + \textit{contretermes.}$$

Avec le recul, il semble que notre contribution principale ait été de montrer que la renormalisation doit se faire sans introduire de brisure supplémentaire de l'invariance chirale, même dans le cas de symétrie brisée, et en présence de l'anomalie triangulaire de Bell-Jackiw, Adler. Nous avons traité le cas à symétrie brisée ($m^2 < 0$) par continuation analytique à partir du cas symétrique $m^2 > 0$. Ainsi nous avons effectivement introduit le concept de transition de phase dans ce problème. G. 't Hooft, alors jeune étudiant, a suivi le cours de B. Lee à Cargèse l'été suivant, et nos travaux semblent avoir été importants dans le développement de ses idées sur la renormalisation de la théorie de Weinberg-Salam.

L'indice μ se réfère à l'espace-temps à quatre dimensions; $\vec{\tau}$ représente les matrices de Pauli. Les champs fermioniques $(1 \pm i\gamma_5)\psi/2$ forment un multiplet $(1/2, 1/2)$ de $SU_2 \otimes SU_2$. Les champs bosoniques σ et $\vec{\pi}$ se transforment comme un multiplet de type $(1, 1)$. À cette époque, les articles de Bell, Jackiw et Adler sur l'anomalie triangulaire venaient juste de paraître. Il régnait encore une grande confusion sur le traitement des symétries en théorie des champs. Le lien entre brisure spontanée ou induite et phénomènes critiques restait entièrement à établir. Le modéle σ considéré[3] nous a permis de faire un grand pas dans cette direction. À l'époque, il était considéré comme un modèle de l'interaction pion-nucléon, dans laquelle les hypothèses de l'algèbre des courants peuvent être déduites du théorème de Noether, et où le terme de brisure explicite $c\sigma$ fait que la divergence du courant axial ($\bar{\psi}\vec{\tau}\gamma^\mu\gamma_5\psi +$ termes bosoniques) est proportionelle au champ $\vec{\pi}$, c'est à dire, où P.C.A.C. est verifié explicitement. En fait cette théorie a été importante, pour $c = 0$, comme modèle de brisure spontanée, dans le cas où la masse carrée nue m^2 est choisie négative. A ce moment là, la masse physique du champ $\vec{\pi}$ est nulle en accord avec le théorème de Goldstone. De plus, la présence de fermions permet d'étudier l'anomalie triangulaire, et à l'époque, il avait été proposé de se débarrasser de celle-ci à l'aide d'une régularisation qui brise l'invariance chirale.

3. originellement introduit par Schwinger et Gell-Mann, Lévy

Notre contribution essentielle a été de montrer que la théorie symétrique et la théorie à symétrie brisée ont les mêmes divergences ultraviolettes et que, en fait, la régularisation de cette dernière doit se faire sans introduire de brisure supplémentaire. Pour cela nous l'avons définie par continuation en m^2 à partir du cas symétrique $m^2 > 0$. Dans le language de mécanique statistique qui a été utilisé par la suite, ceci est évidemment très naturel, puisque m^2 joue le rôle de $T - T_c$. Pour $c = 0$, et après remplacement du groupe $SU_2 \otimes SU_2$, par $SU_2 \otimes U_1$, ce lagrangien couplé à des champs de Yang et Mills devient celui de Salam-Weinberg.

2.1.3 1968-69: Calcul des diagrammes à boucles en théories de cordes

Référence:
"On the building of dual diagrams from unitarity", Lett. Nuovo Cimento 2 (1969) 399.

En collaboration avec D. Amati et C. Bouchiat, j'ai proposé une méthode très simple pour calculer les diagrammes à boucles de cordes dans le formalisme des oscillateurs. Cette technique, qui utilise les états cohérents des modes de vibration de la corde, est devenue un outil de base par la suite.

Tout au début de la théorie des cordes, Fubini, Gordon et Veneziano ont introduit un formalisme d'oscillateurs harmoniques permettant de factoriser de façon compacte les diagrammes en arbres dont des représentations intégrales venaient d'être obtenues (formules dites de multi-Veneziano). Ces oscillateurs harmoniques, qui représentent les modes de vibrations de la corde, sont décrits par des opérateurs de la forme a_n^μ où μ est un indice d'espace-temps, et où n est un entier. Ils obéissent aux règles de commutations $[a_n^\mu, a_m^\nu] = n\delta_{m,-n}\eta^{\mu\nu}$, où $\eta^{\mu\nu}$ est la métrique de l'espace-temps, et qui sont telles que le cas $n > 0$ ($n < 0$) correspond à des opérateurs d'annihilation (de création)[4].

Par ailleurs, se posait la question de l'unitarisation de la théorie par calcul des diagrammes à boucles. Kikkawa, Sakita et Virasoro avaient donné des règles de Feynman généralisées pour ce faire, mais qui restaient largement empiriques. Le problème pratique du calcul des boucles venait de la sommation sur les états intermédiaires, car l'unitarisation demande la sommation sur tous les types de particules décrites par la corde. Ils sont en nombre infini, les masses étant essentiellement données par les valeurs propres de l'opérateur $M^2 = \sum_\mu \sum_{n>0} a_{-n}^\mu a_{n\,\mu}$. Avant notre étude, il semblait naturel de traiter chaque particule séparément en diagonalisant cet opérateur de masse. Ceci conduit à travailler dans la base des nombres d'occupation des oscillateurs, mais alors le calcul des boucles est très compliqué. Nous avons montré qu'il est au contraire très intéressant d'utiliser la base des états cohérents, car les calculs deviennent beaucoup plus simples. Cette méthode a été suivie dans toutes les études postérieures.

2.1.4 1970-71: Théories conformes bidimensionnelles et théories de cordes

Références:
"Functional integral approach to dual theory", Phys. Rev. D4 (1971) 2291;

4. le cas $n = 0$ décrit la position du centre de gravité de la corde

"Generalization of dual models", Nucl. Phys. B34 (1971) 477,
"Ghost free string picture of Veneziano model" Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 716.

En collaboration avec B. Sakita, j'ai étudié très tôt les théories de cordes, comme théories des champs bidimensionnels, ce qui est devenu si populaire par la suite. Ainsi, nous avons été conduits, en particulier, à introduire la notion de champ primaire (une décénie avant Belavin, Polyakov et Zamolodchikov), et à associer aux théories de Neveu-Schwarz et Ramond des champs de Dirac à deux dimensions[5]*, ce qui a amené les développements que l'on connaît. Par ailleurs, nous avons formulé le premier développement perturbatif d'une théorie de cordes, basé sur le collage/découpage de surfaces aléatoires. Bien qu'il puisse paraître actuellement un peu rudimentaire, ce dernier travail a ouvert une voie fondamentale en théorie des cordes. Enfin, nous avons montré quel choix de jauge bidimensionnel reproduit le formalisme du cône de lumière. Ce dernier point a été important pour les travaux postérieurs de Mandelstam et, donc, pour les débuts de la théorie des champs de cordes (voir paragraphe 2.1.5).*

A cette époque, les théories de cordes étaient surtout considérées à l'aide des oscillateurs quantiques rappelés au paragraphe précédent, où l'aspect de surface quantique était encore caché. Les exceptions les plus notables à cette situation étaient les travaux de Nambu, Nielsen et Susskind, ainsi qu'un article de Hsue, Sakita et Virasoro obtenant l'amplitude de Veneziano par intégration fonctionnelle sur des champs bosoniques libres. L'idée de base du premier article cité plus haut est d'utiliser systématiquement les propriétés intuitives de "découpage" ou de "collage" qui sont naturelles dans la sommation de Feynman sur les surfaces (à l'époque représentées par de simples champs libres) pour formuler le développement perturbatif de l'intégration sur les surfaces aléatoires quantiques par des diagrammes de Feynman contenant des vertex et propagateurs généralisés. Dans ce développement, les lignes des diagrammes habituels sont remplacées par des surfaces, idée qui a donné lieu aux développements spectaculaires que l'on connaît. Ce travail contient ainsi, en germe, beaucoup des concepts développés depuis, en partant de la corde de Polyakov. Par ailleurs, nous avons poursuivi systématiquement l'idée (très nouvelle à l'époque[6]) que l'élimination des états de normes négatives de la corde vient d'une symétrie du lagrangien bidimensionnel qui décrit la dynamique sur la surface d'univers associée. Ainsi, nous avons étudié en détail l'invariance conforme de la théorie des cordes bosoniques et introduit la notion de champ primaire dans le deuxième article ci-dessus. Dans la même ligne de raisonnement, nous avons cherché quel lagrangien bidimensionnel correspond au modèle de Neveu, Schwarz et Ramond (NSR) qui venaient d'être découvert. Nous avons ainsi introduit les fermions bidimensionels en théorie de cordes et proposé de lagrangien rappelé au paragraphe 2.1.1. C'est la recherche de la symétrie responsable de l'élimination des états fantômes additionnels des théories de NSR qui nous a conduits à la supersymétrie, comme indiqué au paragraphe 2.1.1. Par ailleurs, nous avons montré que les champs de Neveu-Schwarz et de Ramond se distinguent seulement par les conditions aux limites sur la surface d'univers. Les travaux qui viennent d'être cités n'utilisaient encore que des symétries conformes ou superconformes et non des symétries locales sur la surface d'univers. Ce dernier aspect est discuté dans le dernier article cité plus haut, en partant du la-

5. Cette dernière idée a été aussi mise en avant par M. Virasoro
6. déjà exprimée dans le travail de Hsue, Sakita et Virasoro

grangien de Nambu-Gotto qui venait d'être introduit. Nous avons montré comment obtenir $D-2$ champs libres par fixage de jauge de ce lagrangien à D dimensions. Bien que trop formelle pour déceler la dimension critique $D=26$, notre étude a ouvert la voie aux travaux de Mandelstam dont il sera question plus loin.

2.1.5 1974-75: Vertex de théories de cordes déduits de condition de recollement géométriques des surfaces d'univers.

Références:

"Combining and splitting relativistic strings", Nucl. Phys. B76 (1974) 209,

"Infinite component field theory of interacting relativistic strings and dual theory", Nucl. Phys. B90 (1975) 410.

En collaboration avec E. Cremmer, j'ai démontré que le vertex général des cordes bosoniques, qui avait été déterminé antérieurement par développement sur les pôles des amplitudes de diffusion, est simplement donné par des conditions quantiques de recouvrement entre cordes qui se coupent ou se collent, qui sont intuitives du point de vue de la géométrie des surfaces. Tout en établissant le lien entre l'approche opératorielle et l'approche géométrique des cordes, ce travail a été important pour le développement de la théorie des champs de cordes, où de telles conditions de recouvrement ont été prises comme principe de base, ainsi que dans les travaux de Green et Schwarz qui les ont généralisées pour décrire les interactions de supercordes. Ainsi notre travail a été beaucoup cité après 1985.

Goddard, Goldstone, Rebbi et Thorn ont montré comment décrire la corde bosonique par 24 oscillateurs harmoniques dans un espace-temps à 26 dimensions, à l'aide de coordonnées du cône de lumière. À partir de là, Mandelstam a développé le formalisme des cordes en interaction en utilisant une approche mi-fonctionnelle mi-opératorielle qui s'appuie sur le dernier article de Sakita et moi-même mentionné au paragraphe 2.1.4. Ainsi, en particulier, il a donné une nouvelle expression du vertex général des cordes bosoniques obtenu antérieurement par Ademollo, Del Guidice et Di Vecchia. C'est la forme de Mandelstam que nous avons déduite de nos conditions de recouvrement, dont l'idée de base est la suivante. Considérons deux cordes qui se collent. Soient $\vec{X}_r(\eta_r)$ ($r=1$, 2 pour les cordes initiales et $r=3$ pour la corde finale) les 24 composantes (transverses) des opérateurs positions au même instant. Les paramètres η_r sont les abcisses le long des cordes. Les moments totaux longitudinaux (p_r^+) sont conservés ($p_3^+ = p_1^+ + p_2^+$). Dans le formalisme du cône de lumière p_r^+ est précisément égal à la longueur de la corde r. Par conséquent, si l'on prend pour η_r l'abcisse géométrique divisée par p_r^+, les abcisses se raccorderont naturellement si l'on choisit $0 \le \eta_r \le \pi$. Nous avons donc introduit les conditions de recouvrement du type[7]

$$\vec{X}_3(\eta_3) = \vec{X}_1(\eta_1), \quad \text{pour } p_3^+\eta_3 = p_1^+\eta_1, \quad 0 \le \eta_1 \le \pi$$

$$\vec{X}_3(\eta_3) = \vec{X}_2(\eta_2), \quad \text{pour } p_3^+\eta_3 = p_1^+\pi + p_2^+\eta_2, \quad 0 \le \eta_2 \le \pi.$$

Ces conditions[8] sont simples dans la base où les opérateurs $\vec{X}_r(\eta_r)$ sont diagonaux, car elles sont des produits de fonctions δ de Dirac. Par changement de base dans l'espace de Fock des oscillateurs, nous avons montré qu'elles redonnent exactement

7. dans cet exemple on suppose tous les p_r^+ positifs

8. également proposées par Kaku et Kikkawa, et considérées par Goldstone dans un travail non publié

l'expression assez complexe obtenue par Mandelstam comme mentionné plus haut. Généralisant cette discussion, nous avons développé un formalisme à multi-cordes du cône de lumière qui était en concurrence avec Kaku et Kikkawa qui poursuivaient les mêmes idées, mais de façon moins précise, car ils ne pouvaient pas déterminer les mesures d'intégration. Nos travaux ont ouvert la voie pour les théories de champs de cordes qui ont été très populaires dans la deuxième moitié des années quatre-vingt.

2.1.6 1975-76: Coordonnées collectives – modes zéro en théorie des champs

Références:

"Extended particles in quantum field theories", Phys. Rev. D11 (1975) 2943;

"Perturbation expansion around extended-particle states in quantum field theory", Phys. Rev. D12 (1975) 1038;

"Collective coordinate method for quantization of extended systems", Phys. Report C23 (1976) 281.

En collaboration avec B. Sakita et A. Jevicki, j'ai montré comment traiter les modes zéro bosoniques qui font obstruction à la quantification perturbative des fluctuations autour des solutions classiques du type soliton ou instanton. Ces modes zéro sont dûs à l'existence de symétries qui sont brisées par la solution classique. Nous avons établi une méthode de type coordonnées collectives, inspirée par le problème à N corps, où ces degrés de libertés sont traités exactement, ce qui résoud le problème. Ce travail a été fréquemment utilisé (redécouvert) depuis. Il fait partie des connaissances de base dans bien des domaines du problème à N corps, de la théorie locale des champs et de la théorie des (super)cordes. Actuellement, on en est à l'étude systématique des effets non perturbatifs en théorie des cordes et des d-branes. L'étude des domaines de variations des coordonnées collectives, maintenant appelés espace de modules, joue un rôle fondamental.

Soit par exemple la théorie ϕ^4 à deux dimensions, avec masse carrée négative. Il existe une solution soliton $\phi_s = \lambda \tanh(x)$ qui brise l'invariance par translation de la coordonnée spatiale x. Par conséquent, il y a un continuum de solutions $\phi_s(x-X)$, X constante arbitraire. En conséquence, si l'on considère les petites fluctuations au premier ordre en ϵ, il existe un mode $\delta\phi = \epsilon d\phi_s/dx$ qui n'a pas de force de rappel, et la forme quadratique des petites fluctuations n'est pas inversible. Le principe de notre méthode est de faire un changement de degrés de liberté de la forme

$$\phi(x,t) = \phi_s(x + X(t)) + \eta(x,t), \quad \int dx\, \eta(x,t)\, \frac{\partial}{\partial x}\phi_s(x + X(t)) = 0.$$

La variable collective $X(t)$ devient dynamique. Comme le champ $\eta(x,t)$ contient un degré de liberté de moins que le champ ϕ, il satisfait une condition, qui précisément élimine le mode zéro qui faisait obstacle à la théorie des perturbations. En pratique on fait ce changement dans une intégrale fonctionnelle, en tenant compte du Jacobien. Il existe des versions plus sophistiquées, où la condition supplémentaire apparaît comme une condition de jauge, ce qui montre qu'elle est largement arbitraire. Le principe reste toujours le même et a été appliqué dans tous les problèmes de solitons et d'instantons, dans la deuxième moitié des années soixante-dix. Rappelons, à ce sujet que, après l'abandon des théories de cordes en temps que modèle des hadrons, l'intérêt s'est porté temporairement vers les solitons, comme un nouveau moyen d'introduire une structure étendue en théorie locale des champs. Un peu plus tard, les instantons ont montré l'existence d'effets tunnel en théorie locale des champs dont on a cru un moment qu'ils permettaient, entre autres, de comprendre le confinement dans QCD.

2.1.7 1976: Transformations canoniques dans les intégrales fonctionnelles de Feynman

Référence:

"Point-canonical transformations in path integrals", Nucl. Phys. B110 (1976) 93.

En collaboration avec A. Jevicki, j'ai montré que les transformations canoniques ne peuvent se faire par des changements de variables naïfs dans les intégrales fonctionnelles où l'on transformerait simplement l'action au niveau classique. En effet la contribution dominante est donnée par des trajectoires non régulières ce qui fait qu'il apparaît des termes supplémentaires que nous avons déterminés systématiquement. Cette étude a eu un retentissement certain comme en témoigne le nombre de citations.

Notre point de départ a été un travail de Tomboulis qui a découvert un terme supplémentaire à deux boucles dans la méthode des coordonnées collectives rappelée au paragraphe A6, en faisant la transformation canonique correspondante sans utiliser l'intégrale fonctionnelle. Ceci nous a motivés pour étudier le problème de façon générale. L'irrégularité des trajectoires dominantes a été prise en compte en remplaçant les dérivées qui apparaissent dans les termes cinétiques temporairement par des différences finies. Après transformations, il faut redévelopper ces termes jusqu'au deuxième ordre (au lieu du premier, comme on pourrait le croire naïvement) lorsque l'on revient à la limite du continu.

2.1.8 1977-78: Fonctions d'onde W.K.B. à nombre arbitraire de degrés de liberté

Références:

"W.K.B. wave function for systems with many degrees of freedom: A unified view of solitons and pseudo-particles", Phys. Rev. D16 (1977) 3507;

"Real time approach to instanton phenomena I: Multidimensional potentials with degenerate absolute minima", Nucl. Phys. B139 (1978) 20;

" Real time approach to instanton phenomena II: Multidimensional potentials with continuous symetry", Nucl. Phys. B143 (1978) 125.

"Gauge degree of freedom, external charges, quark confinement criterion in $A_0 = 0$ canonical formalism", Phys. Rev. D18 (1978) 453.

En collaboration avec B. Sakita et H. de Vega, j'ai obtenu une expression générale des fonctions d'onde WKB, associées à une solution classique dépendant du temps, pour un nombre arbitraire de degrés de liberté et en théorie des champs. Ce résultat, qui généralise des cas particuliers résolus par Banks, Bender et Wu, est exact au deux premiers ordres en $\hbar$. Cette approximation est physiquement valable pour les systèmes multidimensionels pour lesquels la transition considérée a lieu suivant une vallée étroite de l'espace des configurations. En dehors des problèmes d'effets tunnel en théorie des champs (instantons), notre approche a des applications[9] dans

9. que je n'ai pas suivies en détail

des domaines variés tels que l'étude de la transition entre faux et vrai vide en théorie des champs, et plus généralement le calcul de taux de désintégrations multi-dimensionnels; des recherches sur le mouvement Brownien des solitons unidimensionnels; la résolution de problèmes d'interfaces critiques, etc.

L'idée de base est de promouvoir le temps de la solution classique au rang d'une coordonnée collective. Nous avons montré que la première correction quantique au terme dominant de la fonction d'onde WKB peut être calculée exactement si l'on sait résoudre complètement le problème classique des fluctuations au premier ordre. Notre coordonnée collective décrit les transitions le long de la trajectoire classique dont le temps caractéristique, d'ordre zéro en $\hbar$ est supposé long par rapport à celui des vibrations transverses qui est d'ordre $\sqrt{\hbar}$. Contrairement à celles du paragraphe précédent elle ne correspond pas à une symétrie, et sa dynamique est non-triviale. Nous avons appliqué cette méthode aux instantons dans l'espoir (déçu) d'aller au delà de l'approximation du gaz dilué. Clairement elle possède un vaste champ d'applications potentielles et au cours des années, elle a été effectivement appliquée à un nombre croissant de problèmes.

2.1.9 1972: Règles de Feynman inspirées par la théorie des (super) cordes.

Référence:
"Feynman rules for massive gauge fields with dual diagram topology", Nucl. Phys. B46 (1972) 381.

En collaboration avec A. Neveu, j'ai étudié la limite de pente nulle des théories de cordes où apparaît la théorie de Yang et Mills. De ce point de vue, la structure spéciale de la théorie perturbative des cordes suggère une organisation inhabituelle des diagrammes perturbatifs de Yang Mills, que l'on peut traduire par des règles de Feynman d'un type nouveau et nous avons montré qu'elles peuvent être obtenues par un choix de jauge particulier directement en théorie locale des champs. Cette direction a été reprise récemment par Bern et Kossover qui ont montré que ces règles de Feynman sont très utiles pour calculer les diagrammes d'ordre supérieur de QCD car elles simplifient énormément les calculs effectifs.

Lorsque l'on utilise une jauge de type usuel, le calcul devient rapidement impossible quand l'ordre augmente. Il faut sommer un grand nombre de diagrammes. Chacun est très compliqué à calculer. Il y a cependant des compensations qui font que leur somme (c'est à dire le terme du développement dans la constante de couplage) est bien plus simple que chaque terme. Utiliser les règles de Feynman inspirées par la théorie des (super) cordes revient à faire des resommations partielles de façon à éliminer d'emblée toutes les complications inutiles. Ceci a permis récemment de calculer des contributions à un ordre qui semblait hors de la portée des méthodes usuelles. L'obtention des termes d'ordre supérieur dans la constante de couplage est évidemment cruciale, en particulier, pour la vérification expérimentale de QCD. Notre jauge[10] est inhabituelle car elle revient à utiliser un terme de fixation de jauge non hermitique, mais qui est choisi de façon à éliminer la moité des termes des vertex à trois et quatre jambes du lagrangien de Yang et Mills. Ainsi la jauge spéciale que

10. Elle a été récemment étendue à Yang-Mills supersymétrique $N = 2$ par W. Siegel.

nous avons introduite en 1972 s'est révélée très intéressante au début des années quatre-vingt dix!

2.1.10 1979-80: Boucles de Wilson et fonctionnelles d'onde de cordes dans QCD

"The quantum dual wave functional in Yang-Mills theories", Phys. Letters 80B (1979) 255.

"The slope of leading Regge trajectory in QCD" Nucl. Phys. B163 (1980) 189.

"Local harmonicity of the Wilson loop integral in classical Yang-Mills theory", Nucl. Phys. B153 (1979) 445.

"Hadronic and supersymmetric string states in chromodynamics", Nucl. Phys. B155 (1979) 75.

Nous avons proposé d'interpréter l'opérateur associé à une boucle de Wilson en QCD, pour un choix de contour, comme l'opérateur de création d'une corde dans l'état quantique correspondant. Ceci nous a conduits à étudier l'équation fonctionnelle satisfaite par les valeurs moyennes des boucles de Wilson en fonction du chemin, qui devrait redonner l'équation dynamique fonctionnelle de la théorie des cordes sous-jacente à QCD. Des idées semblables ont été avancées simultanément par Polyakov et Nambu. Bien que de nombreuses difficultés soient apparues, cette idée a été fructueuse.

L'dée est d'utiliser l'équation des champs de Yang et Mills pour obtenir une équation fonctionnelle pour les valeurs moyennes des boucles de Wilson. Ceci nous a amenés à étudier systématiquement la renormalisation de cet opérateur non local. Notre programme a eu un certain succès sans pourtant permettre de déterminer rigoureusement la dynamique de basse énergie de QCD. La forme actuellement la plus populaire de ce type d'équation est due à Makeenko et Migdal qui, contrairement à nous, ont travaillé sur réseau sans chercher à véritablement prendre la limite du continu, ce qui simplifie beaucoup le problème.

2.2 Contributions marquantes des années quatre-vingt

Dans cette partie, comme dans la précédente, on aura une idée générale en se limitant aux parties en italique.

2.2.1 1984: Skyrmions et modèle des quarks déduits de la limite à grand nombre de couleurs de QCD

Références:

" Large-N QCD baryon dynamics. Exact results from its relation to the static strong coupling theory", Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 87. ,

"Large-N baryonic solitons and quarks", Phys. Rev. D30 (1984) 1795.

Comme Witten l'a montré, le comptage de puissance de la limite d'un très grand nombre N_c de couleurs suggère que les baryons sont des solitons de QCD. En collaboration avec B. Sakita, j'ai utilisé ce fait pour obtenir une équation pour les couplages baryons-méson qui est exacte dans la limite $N_c \to \infty$. Cette équation est analogue à la condition de bootstrap de l'ancienne théorie de couplage fort et, dans *la limite, les baryons sont ainsi classifiés par le groupe dit du couplage fort dont les représentations sont réalisées par les solitons de Skyrme. La représentation induite correspondante peut être obtenue par contraction de groupe ce qui revient à considérer N_c quark statiques dans la limite $N_c \to \infty$. Ce travail récemment repris par Dashen et Manohar a permis récemment une confrontation directe de QCD avec l'expérience en extrapolant à $N_c = 3$.*

En fait nous avons montré que la relation de bootstrap est générale et valable pour tout développement du type semi classique. Les coordonnées collectives du soliton (pour QCD du Skyrmion) correspondent à celles de la représentation induite du groupe de couplage fort qui est toujours un produit semi-direct d'un groupe semi-simple par un groupe abélien. Nous avions démontré nos résultats à l'ordre dominant, mais il a été prouvé récemment que la première correction étant nulle ils sont exacts à l'ordre N_c^{-2} près. Par conséquent les corrections sont faibles même pour $N_c = 3$.

2.2.2 1988: Nombres p-adiques et théories conformes à plus de deux dimensions

Référence:

"P-adic analyticity and Virasoro algebras for conformal theories in more than two dimensions", Phys. Lett. B201 (1988) 306.

Motivé par les applications des nombres p-adiques aux théories de cordes, qui venaient d'être mises en évidence à l'époque, j'ai proposé d'utiliser le fait que le corps des nombres complexes p-adiques a une structure bien plus riche que celle des nombres complexes ordinaires pour étendre les méthodes puissantes des théories conformes à plus de deux dimensions. De plus j'ai argumenté que l'analyticité p-adique à plus de deux dimensions devrait être la clef des théories de membranes. Cet article très spéculatif a eu un retentissement certain.

L'intérêt soulevé à l'époque venait du fait que beaucoup de problèmes qui sont insolubles sur le corps des réels ordinaires se résolvent aisément sur le corps des p-adiques et que dans certains cas il existe une façon de repasser des p-adiques aux nombres ordinaires en fin de calculs. Pour les nombres ordinaires, on peut résoudre toutes les équations algèbriques en ajoutant aux réels les solutions de l'équation $x^2 + 1 = 0$. C'est pourquoi les structures complexes ont deux dimensions réelles. Ce n'est plus vrai pour les p-adiques, car il faut les complèter par les solutions d'une famille infinie d'équations algèbriques dont le degré peut être arbitrairement élevé. J'ai proposé d'utiliser ce fait pour considérer des structures complexes généralisées de dimensions arbitraires. Cette idée m'a permis d'écrire une amplitude p-adique de diffusion en arbre pour des trois-branes. L'avenir dira si ce travail peut véritablement être concrétisé, mais il a intéressé de nombreux chercheurs.

2.2.3 1981-85: Théorie de Liouville

Cette partie est consacrée aux travaux effectués en collaboration avec A. Neveu dans les années quatre-vingt. Dès la parution de l'article de Polyakov sur l'anomalie de Weyl, nous avons entrepris une étude systématique de la théorie de Liouville. Notre idée de départ était d'appliquer à ce problème les méthodes qui nous *étaient familières par ailleurs: approximation semi-classique, méthodes de résolution exacte (paires de Lax, équations de Yang-Baxter, etc) et formalisme d'oscillateur harmoniques, ce dernier étant inspiré de celui des cordes rappelé dans la partie précédente. Comme la quantification de la théorie de Liouville donne une famille de théories conformes parmi les plus importantes, notre programme nous a conduits naturellement à découvrir les propriétés caractéristiques essentielles des théories conformes, indépendamment du courant de recherche initié par l'article de Belavin, Polyakov et Zamolodchikov (BPZ). De plus le point de vue modèle intégrable a eu les développements que l'on connaît.*

1982,1985: Lien entre algèbre de Virasoro et hiérarchie des systèmes intégrables du type K.d.V. Références:

"The dual string spectrum in Polyakov quantization II: Modes separation", Nucl. Phys. B 209 (1982) 125;

"Infinite family of polynomial functions of the Virasoro generators with vanishing Poisson brackets", Phys. Lett. 160B (1985) 277.

En étudiant la théorie de Liouville du point de vue des systèmes intégrables, nous avons remarqué que la réalisation de l'algèbre de Virasoro par crochets de Poisson, coïncide avec le deuxième crochet de Poisson de la hiérarchie des équations qui généralisent celle de Korteveg de Vries. Étendue par la suite aux algèbres W, cette correspondance entre théories conformes et hiérarchie de systèmes intégrables a joué un grand rôle sous diverses formes depuis. En particulier, elle est apparue au premier plan dans l'étude des modèles de matrice et dans l'approche topologique aux modèles minimaux couplés à la gravité bidimensionnelle.

Paire de Lax avec paramètre spectral associée à la théorie de Liouville Référence:

"Transport matrices associated with the Virasoro algebra", Phys.Lett.160B:279,1985.

Une difficulté qui est apparue dès le départ dans la théorie de Liouville est que la paire de Lax, qui peut être déduite de celle de sine-Gordon par passage à la limite, n'a pas de paramètre spectral. Inspiré par le deuxième article du paragraphe précédent, j'ai proposé une autre paire de Lax qui n'a pas ce problème. Ce travail été largement repris et développé par Faddeev et son groupe de Saint Petersbourg.

Renormalisation de la constante de couplage de Liouville Référence:

"Novel triangle relation and absence of tachyons in Liouville string field theory", Nucl. Phys. B238 (1984) 125.

En calculant l'anomalie de Weyl, Polyakov a obtenu la célèbre relation $\gamma = 48\pi/(26-D)$ entre dimension d'espace-temps et constante de couplage de la théorie de Liouville. En étudiant la cohérence d'une théorie de corde incluant notre solution quantique de Liouville sur la surface d'univers, nous avons montré que cette relation est renormalisée par effets quantiques et devient $\gamma = 48\pi/(25 - D)$. Il est inutile d'insister sur l'importance de ce résultat, confirmé longtemps après par David, Distler et Kawai.

Séparation des modes, algèbre de tresse, localité Références:

"The dual string spectrum in Polyakov quantization. I." Nucl.Phys. B199 (1982) 59.

"The dual string spectrum in Polyakov quantization II", Mode separation", Nucl. Phys. B 209 (1982) 125;

"New quantum treatment of Liouville field theory", Nucl. Phys. B224 (1983) 329;

"Novel triangle relation and absence of tachyons in Liouville string field theory", Nucl. Phys. B238 (1984) 125.

En séparant les modes de Liouville, nous avons obtenu des oscillateurs harmoniques que nous avons quantifiés de la façon usuelle. Ceci nous a permis d'établir l'algèbre de tresse satisfaite par les composantes holomorphes les plus simples de la métrique notées $\psi_i(\sigma)$, où σ est une coordonnée sur le cercle unité et $i = 1, 2$ est un indice relié à la charge d'écran. Nous l'avons écrit sous la forme

$$\psi_i(\sigma)\psi_j(\sigma') = \sum_{k\ell} S_{ij}^{k\ell}\, \psi_k(\sigma')\psi_\ell(\sigma)$$

et mis en évidence le fait que la matrice de tresse $S_{ij}^{k\ell}$ donne une solution de l'équation de Yang-Baxter qui était entièrement nouvelle à l'époque. Ce qui était nouveau, en pratique, c'était que les champs ψ ne commutent pas avec la matrice $S_{ij}^{k\ell}$ car celle-ci dépend du mode zéro de Liouville. Dans une dernière partie du dernier article cité plus haut, nous avons montré que la localité du champ de Liouville est une conséquence de cette algèbre de tresse. Ce type de résultat a été redécouvert et généralisé dans un grand nombre d'articles postérieurs. De plus, il a été montré plus tard (nous y reviendrons) que notre algèbre de tresse est équivalente à celle du groupe quantique $U_q(sl(2))$, introduit bien après, et que nous avions découvert sans le savoir.

Pour une théorie conforme, l'intégrabilité complète, c'est à dire la séparabilité des modes veut dire que les champs sont décomposables en sommes de produits de fonctions holomorphes et antiholomorphes. Par conséquent elle est implicitement supposée dans le formalisme de BPZ. Dans les deux premiers articles cités nous avons effectué cette séparation au niveau classique pour les surfaces à bords[11]. Nous avons, de plus, montré que si l'on introduit les champs $p_i(\sigma) = d \ln \psi_i(\sigma)/d\sigma$, les crochets de Poisson canoniques de la théorie de Liouville sont tels que celui de $p_i(\sigma)$ avec $p_i(\sigma')$ coincide avec l'expression habituelle pour un champ libre. Dans la quantification, il est naturel de remplacer ce crochet de Poisson par un commutateur, comme nous l'avons proposé. Il faut ensuite reconstruire les champs physiques en terme de ces oscillateurs.

Équation différentielle, Gaz de Coulomb Références:

"Novel triangle relation and absence of tachyons in Liouville string field theory", Nucl. Phys. B238 (1984) 125;

"Green functions and scattering amplitudes in Liouville string field theory. I", Nucl. Phys. B238 (1984) 396;

"Nonstandard 2-D critical statistical models from Liouville theory", Nucl. Phys. B257 (1985) 59.

Inspirés par la paire de Lax classique de la théorie de Liouville, nous avons montré que les opérateurs quantiques $\psi_i(\sigma)$ satisfont une équation différentielle du

11. dans le cas sans bord Liouville lui-même a résolu cette question au niveau classique

type équation de Schrödinger, à coefficients opératoriels. Ceci est une démonstration indépendante des identités de Ward obtenues par BPZ en supposant que l'état nul de Virasoro au deuxième niveau se découple. Nous avons de plus introduit la fameuse représentation intégrale pour les solutions, qui est maintenant connue sous le nom de gaz de Coulomb, d'après les travaux de BPZ.

Au niveau classique, nous avions montré que les ψ_i satisfont une équation de Schrödinger où le potentiel T est la composante holomorphe du tenseur énergie-impulsion. Il est bien connu que, comme ψ_1 est une solution, une deuxième solution est obtenue par quadrature en écrivant $\psi_2(\sigma) = \psi_1(\sigma) \int^\sigma d\sigma' [\psi_1(\sigma')]^{-2}$. Donc ψ_1^{-2} apparaît naturellement comme le champ classique d'écran. Cette structure s'étend au niveau quantique sans problème. Après l'introduction des champs $p_i(\sigma) = d \ln \psi_i(\sigma)/d\sigma$, on obtient l'équation de Riccati associée

$$T =: p_1^2 : + dp_1/d\sigma =: p_2^2 : + dp_2/d\sigma$$

qui coïncide[12] avec l'expression des générateurs de l'algèbre de Virasoro avec une charge de fond, qui est maintenant standard.

Éffets de renormalisation, Régime du couplage fort Références:

"Novel triangle relation and absence of tachyons in Liouville string field theory", Nucl. Phys. B238 (1984) 125;

" Locality in strong coupling Liouville field theory and string models for dimensions 7, 13 and 19", Phys. Lett. 151B (1985) 2712.

L'obtention de l'équation différentielle quantique nous a conduits à introduire une renormalisation de ce que l'on appelle maintenant les charges d'écran. Ceci nous a amenés très tôt à étudier la "barrière à charge centrale unité"[13]*. Le problème du couplage fort est fondamentalement que, les charges d'écran devenant complexes, les opérateurs holomorphes perdent leur sens physique, car leur poids conformes ne sont plus réels en général. Pour les valeurs 7, 13 et 19 de la charge centrale de la théorie de Liouville nous avons construit un opérateur holomorphe de poids conforme réel qui obéit à une algèbre de tresse fermée, et nous avons fait l'hypothèse que, pour ces valeurs, un sous-ensemble d'opérateurs se découple des autres et engendre une théorie cohérente non-perturbative de la gravité bidimensionnelle en couplage fort. Ce résultat, que j'ai personnellement vérifié par la suite (v. plus loin) montre que notre méthode, contrairement aux autres n'est pas limitée au régime de couplage faible. Cette étude a conduit à des développements plus récents qui seront résumés dans la suite.*

Ce régime de couplage faible est celui où l'on se trouve lorsque les effets quantiques sont petits. Au départ, nous l'avons exploré par des méthodes semi-classiques pour les cordes ouvertes. Comme dans tous les modèles complètement intégrables, la première correction quantique au calcul classique donne le résultat exact. En couplage fort, l'opérateur que nous avons construit s'obtient en combinant des opérateurs holomorphes avec les deux charges d'écran (qui sont complexe conjuguées dans ce régime) pour avoir un poids conforme réel. Les coefficients sont fixés par la fermeture de la relation de tresse. On vérifie alors que cet opérateur a une restriction

12. en fait il y a, dans notre méthode, une double représentation en général

13. mise en évidence dans l'approche de Curtright, Thorn et collaborateurs

cohérente à un sous-ensemble d'états de plus hauts poids réels et positifs, qui engendrent donc une représentation unitaire de l'algèbre de Virasoro. En collaboration avec A. Bilal, j'ai mis en évidence certaines propriétés remarquables des cordes de Liouville correspondantes (v. ci-dessous).

Surfaces à bords et matrice de réflexion Référence: "Novel triangle relation and absence of tachyons in Liouville string field theory", Nucl. Phys. B238 (1984) 125.

Comme indiqué plus haut, notre étude de Liouville avec bord nous a amenés à découvrir une algèbre de tresse qui coïncide avec celle du groupe quantique $U_q(sl(2))$. La présence du bord a fait que nous avons, de plus, introduit, en construisant le champ de Liouville local, ce que l'on appelle aujourd'hui la matrice de réflexion associée. Ce concept joue actuellement un rôle de base dans la théorie des systèmes intégrables à bords. Nous y reviendrons.

2.2.4 1987-88: Les cordes noncritiques de Liouville.

Le deuxième article mentionné à l'avant dernier paragraphe laisse à penser (ceci sera confirmé plus tard) que la gravité quantique fortement couplée existe au moins pour les charges centrales 7 13 *et* 19. *Si l'on considère les théorie de cordes correspondantes dans l'espace de Minkovski trivial, la balance des charges centrales détermine la dimension d'espace-temps. De plus les conditions de BRST sur les vertex fixent le spectre perturbatif des particules, à partir de celui des poids conformes qui est connu d'après mon travail avec Neveu. En collaboration avec A. Bilal, j'ai montré que ces informations permettent de voir que ces théories ont des propriétés remarquables. D'une façon générale, Bilal et moi-même avons montré que ces théories, ainsi que leur version supersymétriques, possèdent une structure qui est semblable à celle des théories à* 10 *ou* 26 *dimensions. Bien que les modèles que nous avons étudiés soient maintenant appelés cordes non-critiques, nous avons montré qu'ils jouissent des mêmes propriétés caractéristiques que les cordes critiques.*

Invariance modulaire, Supersymétrie d'espace-temps Références:

"New critical dimensions for string theories", Nucl. Phys. B284 (1987) 397;

"Modular invariance for closed strings at the new critical dimensions", Phys. Lett. B187 (1987) 39;

"The five-dimensional open Liouville superstring" Nucl. Phys. B293 (1987) 1.

Nous avons vérifié toutes les propriétés d'invariance modulaire qui sont nécessaires pour la cohérence de la théorie, aussi bien pour les cordes fermées que pour les cordes ouvertes. De plus, nous avons découvert, pour les modèles de super-Liouville, une projection du type projection GSO, qui donne des théories de supercordes, supersymétriques d'espace-temps. Nous avons établi le formalisme de supercorde correspondant. Une différence essentielle est qu'il n'apparaît pas de particule de spin 2 *et de masse zéro. Dans ces théories, la gravité n'apparaît donc pas dans le régime perturbatif, contrairement aux cordes usuelles. Les particules de masse zéro ont spin 0 ou 1. Ce dernier cas apparaît dans le secteur Ramond-Ramond.*

En collaboration avec A. Bilal, j'ai supposé l'existence de la théorie de Liouville dans le régime de couplage fort pour charge centrale $C = 7$, 13 et 19, dont les évidences viennent d'être rappelées, (pour super-Liouville, Neveu et moi-même avions fait l'hypothèse que l'on devait être dans la même situation pour charges centrales $\hat{C} = 3, 5, 7$) Nous avons étudié autant que possible les cordes correspondantes. Bien que les fonctions de Green soient encore inconnues à ce jour, le spectre des poids conformes est donné par un prolongement de la formule de Kac, ce qui permet de construire les fonctions de partition. Nos études ont porté sur des théories à 7 et 13 dimensions, pour les cordes purement bosoniques, et à 3 et 5 dimensions pour les cordes du type de Neveu-Schwarz-Ramond (NSR). Il s'agit dans chaque cas de deux des trois valeurs prédites à partir des nombres indiqués plus haut par l'annulation de la charge centrale totale (incluant les fantômes). Les quatre modèles considérés sont tels que, dans les diagrammes à une boucle de cordes ouvertes, les singularités associées aux cordes fermées sont des pôles comme cela se doit par unitarité (covariance modulaire du couplage cordes ouvertes cordes fermées). À ce sujet, il faut rappeler que c'est précisément cette condition qui a conduit Lovelace à la découverte de la dimension critique 26 au début du développement de la théorie des cordes. Pour les cordes du type NSR, nous avons de plus prouvé que les fonctions de partition des secteurs de Neveu-Schwarz et Ramond coïncident exactement après une projection analogue à celle de Gliozzi, Scherk et Olive[14]. Ces nouvelles théories sont donc apparues comme devant être supersymétriques d'espace-temps, ce que nous avons prouvé par la suite, en construisant un formalisme de supercordes du cône de lumière à la Green et Schwarz. En théorie usuelle, ce dernier est basé sur les propriétés particulières du groupe $O(8)$ et de l'algèbre de Dirac associée. Mathématiquement, cette structure reflète l'existence des octonions, algèbre de division qui joue un rôle de base dans la structure de super-champs de Green et Schwarz. Notre construction montre que les nouvelles théories de supercordes obtenues correspondent aux deux autres algèbres de division non triviales: celle des quaternions et celle des nombres complexes. Elles forment donc un ensemble très naturel avec la supercorde de Green et Schwarz. Pour le modèle à 5 dimensions, la construction des générateurs de supersymétrie nous a conduit à la découverte de deux supersymétries $N = 4$.

En ce qui concerne le secteur des cordes fermées, la solution de la dynamique de Liouville elle-même présente des difficultés particulières qui ont fait que Neveu et moi-même avions surtout étudié les cordes ouvertes[15]. Bilal et moi-même avons donc determiné le spectre des (super) cordes fermées, en construisant des fonctions de partition invariantes modulaires basées sur deux copies du spectre des cordes ouvertes, un pour chaque chiralité, avec des modes zéro reliés entre eux. Comme l'invariance modulaire force à admettre des valeurs différentes, le nombre d'enroulements n'est pas toujours nul et les configurations correspondantes de Liouville ne sont pas périodiques, contrairement à ce qui avait été supposé antérieurement. Ceci explique les difficultés de la solution de Liouville sans bord, car il faut inclure la possibilité de métriques singulières.

Théorie de cordes et modèle d'Ising 3D Référence:

"Liouville superstring and Ising model in three dimensions", Nucl. Phys. B295 [FS21] (1988) 277.

14. Contrairement au cas habituel, il existe deux projections de G-parités différentes qui conduisent à l'égalité des fonctions de partition.

15. Ceci est maintenant résolu dans une large part, come on le verra plus loin.

Le modèle de super-Liouville à trois dimensions possède, en plus des propriétés assez frappantes. Tout d'abord, et du point de vue physique, il existe une conjecture de Polyakov, restée longtemps sans vérification directe, selon laquelle le modèle d'Ising à trois dimensions serait équivalent à une théorie de cordes fermioniques. Nous avons cherché une connexion entre les exposants critiques. et abouti à la relation

$$(3+\omega)/(3-1/\nu) = 8/3,$$

qui est en très bon accord avec la valeur calculée numériquement de $2,692 \pm 0,036$. *L'argument utilisé est heuristique, mais l'excellent accord numérique est très frappant. Il reste à expliquer.*

Il est remarquable que notre étude nous ait précisément conduits à une corde[16] fermionique à trois dimensions. Une identification directe entre exposants critiques étant vouée à l'échec, nous avons remarqué qu'il s'agit de comparer des exposants bidimensionnels, qui donnent la décroissance des fonctions de corrélation en fonction de la distance mesurée sur la surface, avec des exposants tri-dimensionnels qui sont reliés au comportement en fonction de la distance géométrique à trois dimensions. La surface balayée par la corde étant certainement très irrégulière, on peut au mieux espérer que sa dimension de Haussdorf soit finie, c'est à dire que ces distances soient reliées par une loi de puissance. Ainsi on arrive à la conclusion que les exposants critiques de ces deux théories doivent être seulement proportionnels. Un choix raisonnable, mais ad hoc, entre opérateurs primaires de la théorie de cordes et opérateurs d'échelle du modèle d'Ising conduit à la relation ci-dessus qui est en accord avec les meilleurs calculs numériques du moment. Une autre propriété frappante de ce modèle est que la supersymétrie est très particulière, car elle montre que les particules ne sont ni des bosons ni des fermions. Cela est effectivement possible à trois dimensions.

2.2.5 1988-89: Théories de Toda, W symétries, W algèbres

La théorie de Liouville n'est qu'un cas particulier d'un ensemble de théories[17] *classiques complètement intégrables appelées théories de Toda. Je me suis particulièrement intéressé à celles qui sont associées aux algèbres de Lie semi-simples de dimension finie. En effet, Bilal et moi-même avons montré que, en plus de l'invariance conforme, elles sont symétriques par des transformations qui correspondent à des extensions non-linéaires (W) de l'algèbre de Virasoro. Ainsi elles constituent un outil de choix pour l'étude des théories conformes. Nous les appellerons théories de Toda conformes pour les distinguer des celles qui sont associées aux algèbres affines, et qui décrivent les déformations massives intégrables des théories critiques à deux dimensions. Le programme d'étude dont il va être question généralise de façon frappante la connexion entre théories conformes et modèles complètement intégrables qui est déjà apparue pour la théorie de Liouville. De plus, l'aspect théories de Toda*

16. La situation n'est pas cependant complètement claire du point de vue de la résolution de super-Liouville, comme nous le verrons plus loin
17. voirsection 2.3.2 pour quelques explications générales sur leur structure.

semble important pour comprendre la nature géométrique des gravités W, comme on le verra plus loin.

Théories de Toda, Extensions non linéaires de l'algèbre de Virasoro
Références:

"Systematic approach to conformal systems with extended Virasoro symmetries", Phys. Lett. B206 (1988) 412;

"Extended $C = \infty$ conformal systems from classical Toda field theories", Nucl. Phys. B314 (1989) 646;

"Systematic construction of conformal theories with higher spin Virasoro symmetries", Nucl. Phys. B318 (1989) 579.

En collaboration avec A. Bilal, j'ai étendu aux théories de Toda les techniques de base développées pour la théorie de Liouville. Nous avons établi que, classiquement, le théorème de Noether donne des générateurs de symétrie, engendrant une algèbre fermée par crochets de Poisson qui est non-linéaire, et contient l'algèbre de Virasoro, comme sous-algèbre linéaire (c'est donc une algèbre W). Dans le cas le plus simple, on obtient la limite classique de l' algèbre originalement introduite par Zamolodchikov[18]*. Pour le cas quantique, nous avons étudié en détail la famille la plus simple*[19] *et montré que la résolution quantique de la théorie de Liouville s'étend, au prix de complications techniques (il y a une nouveauté du point de vue groupe quantique sur laquelle nous reviendrons). Depuis nos travaux, le domaine des symétries W a connu une intense activité et nos articles ont été souvent cités. En particulier, de nombreux chercheurs ont tenté de comprendre la géométrie des gravités-W dont les actions devraient se réduire à celles de Toda que nous avons considérées, si l'on se place dans une jauge conforme généralisée. Un progrès important dans cette direction a été réalisé en reliant ces théories de Toda à des modèles de Wess, Zumino, Novikov, Witten (O' Raifeartaigh et collaborateurs). En collaboration avec Y. Matsuo, j'ai déduit la dynamique de Toda de la géométrie de surfaces holomorphes dans des espaces de Kähler (v. plus loin). D'autre part, l'équation differentielle chirale équivalente aux équations classiques des théories de Toda apparaît naturellement dans la résolution des modèles de matrices car elle est reliée aux sytèmes de KdV généralisés (KP).*

La classification des algèbres de Toda associées aux algèbres de Lie semi-simples repose sur le fait, qu'il en existe une pour chaque graduation de l'algèbre considérée. Avec Bilal, j'ai seulement étudié le cas de ce qu'on appelle la graduation principale. Nous avons établi une méthode générale pour construire des théories invariantes conformes à deux dimensions. Elle est basée sur la quantification des théories de Toda associées aux algèbres de Lie semi-simples. Pour chacune de ces dernières, on obtient une classe de théories conformes ayant une symétrie W, sauf pour le cas de l'algèbre de Lie $A_1 = SU(2)$ qui redonne la théorie de Liouville. La méthode suivie est analogue à celle que j'ai employée avec Neveu pour cette dernière: on part de la théorie classique de Toda qui est la limite d'une théorie conforme quantique pour une charge centrale infinie. Nous avons tout d'abord trouvé une forme très simple de la solution classique générale qui nous a permis de séparer les modes et d'obtenir les représentations de toutes les algèbres W par des crochets de Poisson associés

18. incluant un opérateur de spin 3 en plus des générateurs de Virasoro.

19. associée à A_n.

aux crochets canoniques. Les générateurs de cette symétrie apparaissent comme potentiels généralisés dans les équations differentielles à une variable, satisfaites par les composantes holomorphes des solutions classiques. Ainsi la relation, maintenant bien connue, entre algèbre W et opérateurs différentiels est une conséquence de la dynamique. Dans un deuxième stade nous avons quantifié les théories de Toda en préservant l'invariance W. Ceci donne: des réalisations opératorielles des algèbres W; les familles de base d'opérateurs primaires holomorphes (champs du type V); les équations différentielles opératorielles satisfaites par ces champs primaires et les équations différentielles pour leurs fonctions de Green; le schéma qui généralise celui du gaz de Coulomb; une réduction des fonctions à deux points à des fonctions hypergéométriques; la solution associée des équations de Yang et Baxter et les propriétés d'échange des opérateurs holomorphes que nous avons construits.

1989: Existence possible de nouveaux types de cordes ("W") Référence:

"Nonlinearly extended Virasoro algebras : New prospects for building string theories", Nucl. Phys. B326 (1989) 222.

Avec A. Bilal, j'ai exploré la possibilité qu'il existe des cordes d'un nouveau type où la symétrie sur la surface d'univers est l'une des algèbres W mentionnées plus haut. Bien qu'il ne soit pas possible actuellement de construire ces théories, nous avons trouvé de nombreuses évidences de leur existence et de leur cohérence. Il semble que les cordes W pourraient avoir des propriétés surprenantes. De nombreux chercheurs ont étudié les cordes W depuis nos travaux. Elles restent mystérieuses à cause de la non linéarité de leur symétrie de surface d'Univers.

Un point caractéristique des théories de cordes, par rapport aux théories de particules ponctuelles, est l'existence d'une symétrie de dimension infinie sur la surface d'univers. Elle caractérise le type de corde considéré dans une large mesure: algèbres de Virasoro pour les cordes bosoniques, de super-Virasoro pour les supercordes et cetera. Nous avons étendu ce raisonnement aux symétries W. Ces théories de cordes d'un type nouveau satisfont des critères de cohérence remarquables qui montrent qu'elles existent véritablement, bien que l'on ne puisse pas encore les construire. Il semblerait que les cordes W pourraient conduire à des interactions fondamentales, à leur échelle d'unification, qui seraient véhiculées par des particules intermédiaires de spin supérieur à deux. Ces interactions invisibles aux énergies actuellement accessibles devraient apparaître progressivement quand on va aux énergies asymptotiques. Nous avons également discuté la cohomologie des théories de champs de cordes W. On peut déjà affirmer qu'elle mène à des actions qui sont des termes topologiques de plus haut degré que l'action de champs de cordes proposée par Witten.

2.3 La théorie de Liouville dans les années quatre-vingt-dix

2.3.1 La structure de groupe quantique $U_q(sl(2))$

Références:

"The quantum group structure of 2-D gravity and minimal models I", Commun. Math. Phys. 130 (1990) 257;

"Solving the strongly coupled 2D gravity: 1. Unitary truncation and quantum group structure", Commun. in Math. Phys. 138 (1991) 301;

La notion de groupe quantique est venue de l'étude des théories conformes et des théories complètement intégrables bidimensionnelles. En particulier Neveu et moi-même avons écrit une algèbre d'échange associée à la déformation dite quantique de sl(2) (notée $U_q(sl(2))$) déjà en 1983 comme indiqué page 14. Nos formules n'avaient pas la forme de celles qui ont été écrites par la suite (en particulier par Drinfeld) et qui sont maintenant bien connues, car elles utilisent une base différente d'opérateurs. Cela a été d'abord montré par Babelon pour le multiplet de spin $1/2$ *qui est le plus simple. En général, il apparaît que le concept de groupe quantique est tout à fait fondamental dans le problème; il permet de surmonter bien des difficultés sur lesquelles Neveu et moi-même avions buté antérieurement. C'est pourquoi j'ai poursuivi un programme d'étude systématique pendant plusieurs années avec l'aide d'un groupe de chercheurs. La pierre d'achoppement de mes recherches avec Neveu était que nous avions besoin, pour poursuivre, de formules générales valables pour n'importe quel opérateur de la famille conforme, alors que nous n'étions capables, à l'époque, que de traiter les opérateurs les plus simples. Nos formules, prises telles quelles, semblaient trop compliquées pour être généralisées. Le besoin de formules générales se faisait impérieusement sentir pour deux raisons. D'une part, la définition de puissances <u>positives</u> de la métrique 2D demande que l'on continue en principe*[20] *les formules pour des nombres <u>négatifs</u> d'opérateurs d'écran, c'est à dire, par exemple, pour des "nombres négatifs" de variables d'intégration dans les représentations intégrales (spins négatifs pour le groupe quantique). D'autre part, l'existence des valeurs spéciales pour le couplage fort ne peut être complètement établie que si l'on peut traiter le cas général. Tous ces problèmes sont maintenant en partie résolus, comme nous allons le voir.*

Ce qui rend l'aspect groupe quantique très intéressant est que, pour la théorie de Liouville, le paramètre mathématique de la déformation du groupe sl(2) *est trouvé proportionnel à la constante de Planck. Ceci veut dire que la non-commutativité qui est induite par la déformation mathématique coïncide avec la non-commutativité due aux éffets quantiques. D'après les travaux de Manin, il existe une action naturelle du groupe quantique considéré dans un plan quantique dont les coordonnées ne commutent pas. Physiquement, il est très naturel qu'une telle structure apparaisse en gravité puisque la quantification du tenseur métrique de la théorie d'Einstein revient effectivement à quantifier l'espace-temps. Ainsi le groupe quantique devrait ouvrir la voie à la compréhension ultime du problème en terme de géométrie non commutative.*

Dans ces articles, j'ai établi en toute généralité l'existence d'une famille d'opérateurs dont l'algèbre de tresse est donnée par la matrice R universelle, et étudié leur fusion à l'ordre dominant. Les idées de base sont les suivantes. Dans mes travaux avec A. Neveu, il nous semblait naturel de diagonaliser la matrice de monodromie de l'équation différentielle (correspondant aux identités de Ward associées au tenseur énergie-implusion dans le langage de BPZ) rappelée au paragraphe B3.3. Les opérateurs holomorphes obtenus (désignés par la lettre V), sont précisément équivalents à ceux introduits par Moore et Seiberg dans leur schéma général. Cependant, dans cette base d'opérateurs, les coefficients de la matrice R correspondante ne sont pas des c-nombres. C'est pourquoi les relations de Yang-Baxter associées prennent une forme différente de celle du groupe quantique. La connexion s'établit par un change-

20. sauf pour les modèles de type topologique comme nous le verrons plus loin.

ment de base introduisant des opérateurs holomorphes (notés ξ) tels que la nouvelle matrice R devient une matrice de nombres purs. Elle coïncide alors avec la matrice R universelle de $U_q(sl(2))$. Ceci généralise la transformation introduite par Babelon pour le cas particulier $J = 1/2$ et montre comment faire agir le groupe quantique de façon à laisser invariante l'algèbre d'opérateurs.

2.3.2 Determination complète de la structure de l'algèbre de produit des opérateurs chiraux

Références[21]:

"The quantum group structure of 2-D gravity and minimal models II: The genus-zero conformal bootstrap" Comm. in Math. Phys. 161 (1994) 597, "The genus-zero bootstrap of chiral vertex operators in Liouville theory", Nucl. Phys. B413 (1994) 244. .

Dans ces deux articles écrits en collaboration avec C. Cremmer et J.F. Roussel, mes travaux précédents ont été complétés pour déterminer de façon exhaustive la structure de produit d'opérateurs pour les composantes chirales des exponentielles de Liouville, dans le cas où les spins des représentations de $U_q(sl(2))$ sont positifs entiers. Elle est mise en relation précise avec les symboles (3j, 6j, matrice R universelle) de $U_q(sl(2))$, en utilisant le formalisme général de Moore et Seiberg qui nous a permis de travailler à tous les ordres dans les descendants. Nous avons montré que les matrices de fusion et de tresse ne sont que proportionnelles aux symboles du groupe quantique[22]. Le facteur de proportionalité est exprimable en terme de constantes de couplage à trois J dont nous donnons une forme générale. Nos formules sont nouvelles malgré le grand nombre d'études de ce problème. Elles ont une intéressante structure en terme de gravité discrète tridimensionnelle qui est en partie nouvelle.

Dans le premier article, les matrices de fusion et d'échange associées aux états nuls de Virasoro sont obtenues sous forme fermée, pour les opérateurs qui diagonalisent la monodromie (du type V), en utilisant l'approche opératorielle à la théorie de Liouville, rappelée plus haut. Il a été démontré que ces matrices ne sont pas simplement égales aux symboles 6j du groupe quantiques, comme de nombreux auteurs l'avaient pensé, mais qu'elles contiennent des facteurs (qui sont eux-mêmes des produits de quantités dépendant de trois des spins concernés) que nous avons appelés les constantes de couplage. Comme l'algèbre de ces opérateurs ne contient que des spins totaux, ils apparaissent comme des invariants du groupe quantique. Notre étude, qui concerne le cas de représentations usuelles[23] du groupe quantique (spins demi-entiers positifs) découle de façon systématique des équations différentielles qui sont équivalentes au découplage de l'état nul de Virasoro au deuxième niveau, combinées avec le formalisme de Moore et Seiberg qui permet de travailler à tous les niveaux de descendants. Les constantes de couplage, déterminées dans le cas général (avec les deux charges d'écran) sont données par des produits sur un réseau dans l'espace des modes zéro de Liouville, qui ne dépendent pas du chemin suivi. Nous reviendrons plus loin sur cet aspect.

21. le prétirage a été publié en deux articles séparés

22. contrairement à ce qui avait été supposé le facteur de proportionalité ne peut être éliminé.

23. Pour éviter d'entrer dans le détail de la théorie des représentations, nous nous sommes limités aux théories irrationnelles.

Dans le deuxième article, nous avons complété cette étude, en incluant les opérateurs covariants (du type ξ) que j'avais déterminés auparavant et dont la matrice d'échange coïncide avec la matrice universelle de $U_q(sl(2))$. La relation entre les opérateurs invariants (du type V ou IRF) précédents et les opérateurs covariants (du type ξ ou vertex) a été pleinement clarifiée et connectée avec la transition entre "monde de ombres" et "monde réel" pour les symboles du groupe quantique selon Kirilov et Reshetikhin. Nous avons montré que l'habillage par symbole 3j correspondant proposé antérieurement par Pasquier se réduit à ma transformation, rappelée au paragraphe précédent, dans une limite du plan complexe où un des spins totaux du 3j devient très grand. Dans l'image tridimensionnelle, où l'algèbre des opérateurs de type V correspond à la gravité simplicielle à la Ponzano-Regge, l'introduction des opérateurs de type ξ donne un généralisation nouvelle de cette dernière qui inclut les symboles 3j et la matrice R universelle en plus des 6j. En général nous avons montré comment une ligne de type ξ peut être obtenue, dans cette gravité simplicielle étendue, par une limite de spin infini à partir d'une ligne de type V.

2.3.3 Réalisation opératorielle de l'action par coproduit

Références:
1995: "Operator coproduct-realization of quantum group transformations in two-dimensional gravity I", prétirage, Comm. in Math. Phys. 178 (1996) 174.
1996 "Hidden $U_q(sl(2)) \otimes U_q(sl(2))$ quantum group symmetry in two dimensional gravity" Comm. in Math. Phys. 183 (1997) 609.

Bien que la structure de groupe quantique de Liouville apparaisse clairement, puisque les coefficients de l'algèbre des opérateurs sont proportionnels à des symboles du groupe $U_q(sl(2))$, la construction explicite en théorie des champs des générateurs quantiques de cette symétrie cachée est un problème difficile. Tout d'abord (1995) et en collaboration avec E. Cremmer et J. Schnittger, j'ai mis en évidence une relation nouvelle, très simple, entre la matrice R universelle de $U_q(sl(2))$ (pour spins $1/2$ et J) et la forme appropriée de l'action par coproduit des générateurs du groupe agissant dans l'espace d'Hilbert des états. Ceci nous a permis de montrer que les opérateurs covariants de spins $1/2$ donnent une réalisation explicite de ces générateurs qui, bien que dépendant des coordonnées d'un point de la surface d'univers, permettent de démontrer la covariance par action du groupe quantique des matrices de fusion et d'échange.

En plus de leur dépendance par rapport à un point, ces générateurs satisfont une algèbre d'un nouveau type que nous appelons "à points fixés" qui est une extension centrale de $U_q(sl(2))$. Ceci est expliqué en montrant que le lien entre l'algèbre des transformations des champs et celle des générateurs par coproduit est plus faible qu'il n'y paraissait a priori. Le terme central est relié aux descendants de l'unité. Cette structure détermine de plus la structure d'algèbre de Hopf du groupe quantique complet $U_q(sl(2)) \odot U_{\widehat{q}}(sl(2))$ lié à l'existence des deux charges d'écran.

Par la suite (1997) nous avons transformé cette structure en passant à la base des opérateurs du type onde Bloch qui sont directement liés à la représentation du gaz de Coulomb. Ceci établit pour la première fois les propriétés de symétrie de ce type d'opérateur par action d'un groupe quantique.

Une symétrie q-déformée d'un type nouveau a ainsi été mise en évidence. Pour un seul type de charge d'écran elle est engendrée par les générateurs de $U_q(sl(2)) \otimes U_q(sl(2))$ avec une structure de Hopf différente de la structure standard. Les valeurs propres des deux générateurs de Cartan sont spécifiés directement par le choix d'élément de matrice du champ primaire considéré (c'est à dire par les modules de Verma du bra et du ket). Les seules représentations réalisées sont telles que les deux opérateurs de Casimir des deux $U_q(sl(2))$ ont des valeurs propres égales, spécifiées par le poids conforme de l'opérateur. Cette symétrie, partiellement cachée en théorie de Liouville (elle ne peut être effectivement réalisée que dans une extension de cette théorie que nous avons mise en évidence) possède une structure de Hopf nouvelle, compatible avec les restrictions que nous venons de résumer. Pour les racines de l'unité elle donne la troncation correcte du spectre qui reproduit la liste des champs primaires des modèles minimaux. Ainsi, au prix d'une certaine généralisation des notions standard, nous avons effectivement construit des générateurs de la symétrie de groupe quantique pour la gravité bidimensionnelle.

2.3.4 Théories unitaires pour la gravité quantique en couplage fort

Références:

"Solving the strongly coupled 2D gravity: 1. Unitary truncation and quantum group structure", Commun. in Math. Phys. 138 (1991) 301.

Comme mentionné page 16, la continuation des formules du couplage faible, pour une charge centrale supérieure à 25, est caractérisée par l'apparition de quantités complexes qui n'ont pas a priori de sens physique, et il existe trois valeurs spéciales de la charge centrale où un opérateur particulier de poids conforme réel satisfait une algèbre de tresse fermée. En utilisant la structure de groupe quantique mentionnée plus haut, il m'a été possible d'étendre ce résultat à une famille infinie d'opérateurs chiraux. Mon résultat s'exprime par le théorème de découplage unitaire suivant qui généralise les propriétés de l'opérateur particulier, mentionnées plus haut.

> *En théorie de Liouville avec charges centrales 7, 13, ou 19, il existe un sous-ensemble $\mathcal{A}_{phys}$ d'opérateurs holomorphes, ayant des dimensions réelles; qui, agissant dans un sous-espace $\mathcal{H}_{phys}$, sont fermés par fusion et échange, et ne donnent que des états qui appartiennent aussi à $\mathcal{H}_{phys}$. La représentation de l'algèbre de Virasoro restreinte à $\mathcal{H}_{phys}$ est unitaire.*

Ainsi la présente méthode permet de véritablement traverser[24] la "barrière à $c = 1$". Jusqu'à présent elle semble être la seule à pouvoir le faire. Ce théorème confirme, pour le cas bosonique, les hypothèses faites pour établir l'existence de cordes de Liouville

En général, c'est-à-dire pour des théories non rationnelles, il existe deux déformations quantiques incommensurables, correspondant aux deux charges d'écran. Une famille d'opérateurs, représentations du groupe quantique, est associée à chacun d'eux. La démonstration est basée sur les propriétés mathématiques suivantes qui relient ces deux familles conformes holomorphes: D'une part, pour ces valeurs spéciales de la charge centrale, les deux paramètres de déformation des groupes quantiques

24. bien sûr, cette barrière se déplace si la symétrie bidimensionnelle change de nature.

sont tels que leur somme est un multiple de π. Il en résulte[25], comme je l'ai montré, que la matrice de tresse d'une des familles est reliée à l'inverse de l'autre, et que les coefficients de Clebsch-Gordan sont égaux à un signe près si l'on change le signe des nombres quantiques magnétiques. D'autre part, le spectre des modes zéro de l'espace $\mathcal{H}_{phys}$ est tel qu'il existe une relation simple entre les deux matrices du changement de base entre les opérateurs V et ξ mentionnés plus haut. La famille $\mathcal{A}_{phys}$ est constituée de deux familles $\mathcal{A}^{\pm}_{phys}$ ayant des poids positifs et négatifs, respectivement. Tout d'abord une expression générale a été donnée pour $\mathcal{A}^{-}_{phys}$. Il existe un opérateur pour toute valeur du spin J telle que $2J$ soit un entier positif. La fermeture par échange et fusion résulte, respectivement, des propriétés qui viennent d'être indiquées pour les matrices d'échange et pour les coefficients de Clebsch-Gordan. Par ailleurs, la relation qui existe entre matrices de changement de base montre que les champs physiques ont aussi une expression très simple en terme des opérateurs V, d'où il découle immédiatement que $\mathcal{H}_{phys}$ est laissé invariant. L'autre ensemble ($\mathcal{A}^{+}_{phys}$) est plus compliqué car il faut introduire des opérateurs de spins négatifs. Ceci se fait grâce une symétrie entre spins J et $-J-1$, appliquée à un seul type de charge d'écran, que j'ai mise en évidence de plusieurs façons. D'un côté, les coefficients des matrices de changement de base ont pu être réexprimés comme des fonctions hypergéométriques "q-déformées" encore appelées fonctions hypergéométriques basiques bien connues en mathématiques. Ces fonctions satisfont des propriétés de symétrie dans des transformations de leurs arguments qui généralisent des résultats standard pour les fonctions hypergéométriques ordinaires. En particulier, il existe une telle relation due à Rodgers qui donne une continuation naturelle en J et montre précisément l'existence d'une telle symétrie. D'un autre côté, les formules pour les matrices d'échange et pour les coefficients de Clebsch-Gordan sont invariantes dans ce changement. Les opérateurs de $\mathcal{A}^{+}_{phys}$ ont donc été déduits de ceux de $\mathcal{A}^{-}_{phys}$ à l'aide de cette symétrie d'où il résulte que les propriétés voulues sont satisfaites. Pour les opérateurs de poids positifs, la discussion bien que très convaincante n'est cependant pas encore au niveau d'une démonstration mathématique.

2.3.5 La gravité quantique sur une surface à bords

Référence:

"The quantum strip: Liouville theory for open strings" Comm. Math. Phys. 144 (1992) 144.

En collaboration avec E. Cremmer, j'ai utilisé la structure de groupe quantique mentionnée plus haut pour étudier la gravité sur une bande, imposant les conditions aux limites que j'avais utilisées antérieurement avec A. Neveu. Nous avons construit la famille des opérateurs locaux qui sont fermés par fusion et tresse. Ceci nous a amenés à une expression générale pour la matrice de réflexion du groupe quantique $U_q(sl(2))$. Ainsi la théorie de Liouville avec bords, qui est nécessaire pour les cordes ouvertes non-critiques a été amenée au même état de compréhension que la théorie de Liouville sans bord qui est associée aux cordes fermées. Récemment ce type de problème a été beaucoup étudié. Une grande activité s'est déployée sur les sytèmes intégrables avec bords, qui se poursuit actuellement.

25. pour les opérateurs du type ξ, les seuls que je pouvais utiliser à l'époque. Voir plus loin pour les opérateurs V.

Dans la première période (v. la section 2.2.3), A. Neveu et moi-même utilisions la base des V et n'avions pu obtenir que le champ local le plus simple contenant des opérateurs chiraux dans la représentation de spin 1/2; car nos formules étaient assez compliquées. Dans la nouvelle base (des ξ) tout devient beaucoup plus simple. Nous avons été capables d'écrire l'opérateur local le plus général, et de vérifier explicitement la fermeture par fusion et échange. Les formules obtenues sont très élégantes et la fermeture résulte de propriétés que l'on vérifie au niveau des groupes quantiques eux-mêmes et qui semblent mathématiquement nouvelles. En temps que système bidimensionnel, cette construction a des applications physiques directes pour décrire des particules diffusant en présence d'un mur impénétrable.

2.3.6 La supergravité à deux dimensions

Référence: "The quantum group structure of $N = 1$ supergravity in two dimensions", Comm. in Math. Phys. 143 (1991) 175.

En ce qui concerne, l'extension supersymétrique de la théorie de Liouville, B. Rostand et moi-même avons déterminé le changement de base entre opérateurs V et ξ. Nous avons ainsi obtenu la structure de groupe quantique associée à la supergravité bidimensionnelle. Elle est proche de la déformation quantique de osp$(1, 2)$ introduite par Kulish, mais en diffère de façon significative. Nous avons également étendu l'étude du couplage fort résumée plus haut. Dans l'état actuel des choses, nous n'avons obtenu qu'une seule ($\hat{C} = 5$) des trois valeurs spéciales attendues. La cas de $\hat{C} = 7$ utilisé précédemment pour comparaison avec le modèle d'Ising à trois dimensions reste à élucider. Cet article, bien que peu cité est une étape importante pour la résolution de la supergravité bidimensionnelle fortement couplée.

La discussion de la théorie de Liouville avait été étendue à celle de super-Liouville par Arvis et Babelon, utilisant la base des opérateurs V. La problème du passage aux ξ est bien plus complexe que pour Liouville. Pour le nouveau groupe quantique que nous avons obtenu, nous avons déterminé la matrice R universelle et le co-produit. Ce dernier ne devient pas trivial dans la limite où la déformation du groupe tend vers zéro, contrairement à ce qui se passe habituellement. Ceci est lié au fait que, par opposition à la déformation de Kulish, aucune graduation n'est introduite au départ, car l'algèbre est directement réalisée par des grandeurs physiques utilisant les nombres naturels commutants. La limite classique du co-produit reproduit précisément la graduation associée à la supersymétrie habituelle.

2.3.7 Couplage à trois points gravité-matière

Référence:

"Gravity-matter coupling from Liouville theory" Nucl. Phys. B 391 (1991) 175.

Le couplage entre gravité et matière a été formulé en traitant ce dernier comme une continuation de Liouville pour des valeurs négatives de la constante de couplage. Une formule très simple a été ainsi obtenue pour les couplages à trois points, qui est en accord avec le résultat du modèle des matrices. J'ai montré que le terme cosmologique correspondant est beaucoup plus simple que celui qui est suggéré par la quantification de la théorie de Liouville classique. Ceci pourrait expliquer pourquoi les modèles de matrices donnent des formules simples à tous les ordres.

Utilisant la structure de groupe quantique rappelée plus haut, j'ai déterminé le champ de Liouville quantique sur un cylindre en imposant les conditions physiques de localité et de fermeture de l'espace d'Hilbert. Les opérateurs qui sont nécessaires pour habiller les modèles minimaux ont été obtenus à l'aide de la symétrie entre spins J et $-J-1$ mise en évidence à propos du théorème de découplage unitaire rappelé au paragraphe 2.3.4. Cette symétrie est l'explication de la continuation dans le nombre d'opérateurs d'écran découverte par Goulian et Li. Ce calcul utilise les expressions générales des fonctions à trois points que j'avais obtenues auparavant à partir de la structure de groupe quantique. Une définition précise a été donnée, dans cette méthode opératorielle, pour la constante cosmologique du modèle des matrices. Elle ne coïncide pas avec la constante cosmologique qui correspond à ajouter une constante au champ de Liouville en interaction. Cette étude soulève de nombreuses questions et devrait pouvoir être étendue à d'autres cas, comme par exemple au régime du couplage fort.

2.3.8 Les spins non demi-entiers

Références:

"The braiding of chiral vertex operators with continuous spins in 2D gravity", Phys. Lett. B 315 (1993) 258.

"Continuous spins in 2D gravity: Chiral vertex operators and local fields", Nucl. Phys. B431 (1994) 273.

"On the Liouville coupling constants", Phys. Lett. B 376 (1996) 65

Dans le premier article, la matrice d'échange, des champs chiraux de type V avec des spins non demi-entiers est explicitement déduite en utilisant des réalisations en termes de champs libres du type gaz de Coulomb. Le résultat est donné par une généralisation des symboles 6j qui coïncide avec les polynômes les plus généraux dits d'Ashkey Wilson. Dans le second, cette construction est étendue au cas des deux charges d'écran. Elle est utilisée pour construire les exponentielles du champ de Liouville avec des exposants continus, ce qui permet, par dérivation, d'obtenir le champ lui-même et de vérifier les équations du mouvement.

Ce travail, effectué en collaboration avec J. Schnittger, généralise les études décrites au paragraphe 2.3.2. Il renforce de plus les conclusions résumées au paragraphe 2.3.9 ci-dessous. Du point de vue théorie des groupes, nous avons utilisé des représentations semi-infinies à plus bas, ou plus haut, poids où les nombres d'opérateurs d'écran restent des entiers non négatifs par construction. Pour le cas des deux charges d'écran, la matrice d'échange est en accord avec celle obtenue dans le travail parallèle avec J.-F. Roussel (ci-dessous) qui montre que, si l'on note q et $\widehat{q}$ les paramètres associés aux deux charges d'écran, la structure complète de groupe notée $U_q(sl(2)) \odot U_{\widehat{q}}(sl(2))$ est une combinaison non triviale de $U_q(sl(2))$ et de $U_{\widehat{q}}(sl(2))$.

Dans notre détermination rappelée plus loin qui est basée sur le " Bootstrap " conforme, les fonctions à trois points sont naturellement obtenues comme des produits, analogues à des produits de Wilson sur un réseau bidimensionnel, indépendants du chemin suivi sur ce réseau. Les deux nombres d'écran donnent les différences de coordonnées entre points de départ et d'arrivée. Ainsi on associe à ces constantes de couplage une pure jauge discrète bidimensionnelle. Dans le troisième article j'ai *montré que la "fonction de jauge" correspondante coïncide avec la fonction Υ introduite par Otto et Weight, récemment reprise par Zamolodchikov et Zamolodchikov (OWZZ).*

Dans mes travaux précédents, les fonctions à trois points avaient été déterminées en toute généralité pour des spins arbitraires, pourvu que les nombres d'écran des deux types soient des entiers positifs. Ainsi j'ai pu établir que la formule proposée par OWZZ pour l'extrapolation de la fonction à trois points à des nombres d'écran non entiers, est bien la généralisation naturelle des formules que j'avais obtenues antérieurement avec mes collaborateurs.

2.3.9 Gravité quantique en couplage fort: spins fractionnaires

"Solving the strongly coupled 2D gravity: 2. Fractional spin operators and topological three point functions", Nucl. Phys. B426 (1994) 140.

La motivation de ce travail, en collaboration avec J.-F. Roussel, a été de complèter mon étude précédente du couplage fort (voir page 25) qui ne discutait que le cas de spins demi-entiers (en utilisant les opérateurs chiraux du type ξ seuls bien connus à l'époque). Ceci est insuffisant pour terminer la discussion car les poids conformes de l'espace $\mathcal{H}_{phys.}$, où le théorème de découplage unitaire est vérifié, correspondent à des spins rationnels mais pas forcément entiers. Si l'on veut préserver la symétrie entre opérateurs et états de l'espace d'Hilbert, il faut donc traiter le cas d'opérateurs avec spins rationnels, ce qui est aussi compliqué que celui des spins continus. Ceci fait, nous avons pu généraliser le théorème de troncation de façon à rétablir complètement la symétrie entre spectre de vecteurs de plus haut poids des modules de Verma et spectre de poids conformes des opérateurs primaires.

Notre méthode a été d'étendre le bootstrap chiral (solutions des équations polynomiales de Moore et Seiberg) obtenu précédemment en collaboration avec E. Cremmer, au cas des représentations semi-infinies à spin continu avec nombres d'écran entiers non négatifs; ce qui détermine complètement les matrices de fusion et échange. En particulier nous avons vérifié que nos 6j généralisés satisfont bien les identités du type Racah et Bidenharn-Elliot. Nous avons démontré le découplage de deux familles d'opérateurs physiques chiraux, aux valeurs spéciales de la charges centrales, en obtenant une solution complète des équations de Moore Seiberg sous-jacentes. La généralisation peut se concevoir le mieux en termes du nombre d'identités triangulaires imposées aux vertex, qui est de trois dans le cas habituel (appelé cas 3PI) et que nous avons pu réduire de façon cohérente soit à deux (2PI) soit à un (1PI).

Pour les valeurs spéciales qui peuvent se mettre sous la forme, $C = 1 + 6(s + 2), \quad s = 0, \pm 1$, il y a deux espaces physiques possibles qui sont donnés par

$$\mathcal{H}^{\pm}_{s,phys} \equiv \bigoplus_{r=0}^{1\mp s} \bigoplus_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{H}^{\pm}_{r/2(2\mp s)+n/2}$$

où $\mathcal{H}^{\pm}_J$ est le module de Verma avec vecteur de plus haut poids du type $(\mp(2J + 1) - 1, 2J)$ dans la classification de BPZ. Les opérateurs physiques $\chi^{(J)}_{\pm}$ sont définis dans les articles ci-dessus pour le même spectre de poids conformes, c'est à dire, $2J$ arbitraire de la forme $r/(2 \pm s) + n$ où $r = 0, \cdots, 1 \pm s$, et n est entier. Soit $\mathcal{A}^{\pm}_{s,phys}$ l'ensemble des opérateurs physiques. Les opérateurs de $\mathcal{A}^{+}_{s,phys}$ et $\mathcal{A}^{-}_{s,phys}$ ont des poids conformes réels, respectivement positifs et négatifs. Nous les avons construits de telle sorte qu'ils satisfont les théorèmes suivants

Théorèmes de troncation:
Pour $C = 1 + 6(s+2)$, $s = 0, \pm 1$, *et quand il agit sur* $\mathcal{H}^{+}_{s,phys}$ *(resp.* $\mathcal{H}^{-}_{s,phys}$*), l'ensemble* $\mathcal{A}^{+}_{s,phys}$ *(resp.* $\mathcal{A}^{-}_{s,phys}$*) est fermé par fusion et échange et préserve* $\mathcal{H}^{+}_{s,phys}$ *(resp.* $\mathcal{H}^{-}_{s,phys}$*).*

Il faut noter que, par rapport à mon étude précédente, nous n'avons pas seulement considéré[26] un espace d'Hilbert à poids conforme positif où la représentation de l'algèbre de Virasoro est unitaire. L'autre cas (poids conforme négatifs) est utile pour les théories topologiques que nous discutons ci-après.

2.3.10 Gravité quantique en couplage fort: modèles topologiques

"Solving the strongly coupled 2D gravity: 2. Fractional spin operators and topological three point functions", Nucl. Phys. B426 (1994) 140.

"From weak to strong coupling in two-dimensional gravity", Phys. Lett. B 338 (1994) 437.

Les théorèmes de troncation permettent en principe de construire de véritables théories de cordes (dans des espace-temps à dimensions entières) dont j'ai montré certaines propriétés remarquables avec A. Bilal (v. paragraphe 2.2.4). Cependant ces théories restent pour l'instant mathématiquement trop compliquées pour que l'on soit parvenu à en construire les amplitudes de diffusion de façon tant soit peu explicite. Pour tourner cette difficulté, nous avons proposé d'étudier des modèles d'un type topologique, utilisant une construction semblable à celle qui redonne le modèle des matrices en couplage faible, rappelée au paragraphe 2.3.7. En utilisant notre généralisation des constantes de couplages, Il a été possible de déterminer les fonctions à trois points qui sont elles aussi un produit de facteurs de jambe. A partir de là, et généralisant un argument de Di Francesco et Kutasov, nous avons été capables de calculer les fonctions jusqu'à six points. Par conséquent, ces nouveaux modèles sont véritablement les continuations des modèles de matrice dans le régime de couplage fort.

L'idée de base, semblable à ce que j'avais fait pour retrouver le modèle des matrices est de prendre deux copies indépendantes de la gravité fortement couplée. En effet, il est immédiat de voir qu'un habillage gravitationnel correct peut être obtenu en considérant des opérateurs du type $\mathcal{A}^{+}_{s,phys} \otimes \mathcal{A}'^{-}_{-s,phys}$, (les familles $\mathcal{A}^{+}_{s,phys}$ et $\mathcal{A}'^{-}_{-s,phys}$ commutant l'une avec l'autre) agissant dans l'espace $\mathcal{H}^{+}_{s,phys} \otimes \mathcal{H}'^{-}_{-s,phys}$. Le choix de valeurs opposées pour s assure la balance correcte des charges centrales. Par analogie avec les cordes de Liouville où $\mathcal{A}^{+}_{s,phys}$ donne la partie gravité bidimensionnelle du vertex des cordes, on doit considérer que $\mathcal{A}^{+}_{s,phys}$ et $\mathcal{A}'^{-}_{-s,phys}$ décrivent respectivement la gravité et la matière de nos modèles topologiques. La fonction à trois points est donnée par le produit des constantes de couplages de chaque théorie. En utilisant les expressions explicites que nous avons obtenues pour les spins continus, nous avons montré que des simplifications remarquables ont lieu, comme c'était le cas pour le couplage faible, si bien que le résultat est un produit de facteurs de jambe.

26. L'espace $\mathcal{H}^{+}_{s,phys}$ coïncide avec l'espace $\mathcal{H}_{phys}$ mentionné au paragraphe C1.4.

Les fonctions à plus de trois points sont déterminées à partir de là par récurrence. En effet, par définition la dérivée de la fonction à N points par rapport à la constante cosmologique donne une fonction à $N+1$ point où le vertex supplémentaire est le terme cosmologique. Admettant l'existence d'un développement en diagrammes avec des vertex à nombre arbitraire de jambes, on voit que cette relation entre fonctions à N et $N+1$ points détermine tous ces vertex. En utilisant Mathematica, nous avons pu aller jusqu'au vertex à six jambes. Chemin faisant, on vérifie des tests de cohérence avec la diagrammatique qui sont tout à fait remarquables. En général, ces nouveaux modèles topologiques ont une structure très intéressante dont la compréhension devrait nous éclairer sur la physique de la gravité bidimensionnelle fortement couplée.

2.3.11 Gravité quantique en couplage fort: nouvelle physique

Référence:

"From weak to strong coupling in two-dimensional gravity", Phys. Lett. B 338 (1994) 437.

"Solving the strongly coupled gravity theory III: String susceptibility and topological three-point functions", Nucl. Phys. B 478 (1996) 245.

Du point de vue poursuivi, le régime de couplage fort se caractérise par le fait que les charges d'écran sont complexes. Ainsi les exponentielles du champ de Liouville perdent tout sens physique car il n'est pas possible de restreindre leur algèbre d'opérateur à un sous-secteur de poids conformes réels. Pour les valeurs spéciales, les théorèmes de troncation permettent de tourner ce problème en remplaçant les exponentielles de Liouville par d'autres opérateurs locaux construits à partir de $\mathcal{A}^{+}_{s,phys}$ *et de son équivalent pour l'autre chiralité. Ainsi, on redéfinit les observables. En particulier il apparaît un nouveau terme cosmologique et, donc, une nouvelle définition de l'aire et de la susceptibilité de corde. Nous avons calculé cette dernière quantité, utilisant la technique que j'avais introduite antérieurement pour traiter le cas du couplage faible dans l'approche opératorielle. Le résultat coïncide avec la partie réelle de la formule du couplage faible. Il est donc réel contrairement à ce dernier. De plus il est positif par opposition aux valeurs négatives trouvées dans les modèles de matrice.*

Il semble donc que notre construction corresponde à une phase différente pour la gravité bidimensionnelle. Quel est le paramètre d'ordre? Une caractéristique des exponentielles de Liouville est que, appliquées à un état où les poids conformes des deux composantes chirales sont égaux, elles ne donnent que des états satisfaisant cette même contrainte. Ceci n'est plus vrai pour nos nouvelles observables. On peut donc considérer que le paramètre d'ordre est la chiralité (de la gravité bidimensionnelle). Elle apparaît comme confinée dans le régime de couplage faible et déconfinée dans celui du couplage fort. L'avenir dira si ce concept est vraiment important. Notons que cette situation de déconfinement ne veut pas dire que les vertex changent la chiralité au total. Leurs poids conformes totaux restent égaux à un pour les deux chiralités. Les nouvelles caractéristiques de la gravité fortement couplée aux trois valeurs spéciales découlent très systématiquement de l'apparition d'un nouveau terme cosmologique, c'est à dire d'un nouvel opérateur marginal, différent du terme habituel, qui détermine l'interaction bidimensionnelle. La susceptibilité de corde ainsi calculée est réelle, contrairement à la continuation de la formule de KPZ. Des modèles topologiques de cordes (c'est à dire avec des modes zéro comme seuls degrés de liberté) ont été résolus jusqu'à l'ordre six. Nous avons montré qu'ils ont une structure proche des modèles topologiques faiblement couplés, qui sont les limites continues des modèles de matrices, mais que, pour eux, ce qui subsiste de la gravité et de la matière est mélangé d'une façon très nouvelle.

2.4 Les théories de Toda

Ces théories sont extrêmement intéressantes à plus d'un titre. Pour introduire ce qui va suivre il est utile de revenir sur leur principe de base élégamment formulé par Lesnov et Saveliev et qui est très simple. Soient $z_\pm$ *des coordonnées complexes (*z_- *est le complexe conjugué de* z_+*),* $\mathcal{G}$ *une algèbre de Lie simple et* $A_\pm(z_+, z_-)$ *un champ de jauge à valeur dans* $\mathcal{G}$*. La paire de Lax est obtenue en imposant tout d'abord qu'il soit une pure jauge:*

$$\partial_{z_-} A_+ - \partial_{z_+} A_- + \Big[A_+,\, A_-\Big] = 0.$$

Choisissons (il en existe toujours) une graduation de $\mathcal{G}$*, c'est à dire une décomposition de la forme* $\mathcal{G} = \oplus_m \mathcal{G}_m$ *où m prend des valeurs entières et telle que le commutateur d'un élément de* $\mathcal{G}_p$ *avec un élément de* $\mathcal{G}_q$ *soit dans* $\mathcal{G}_{p+q}$*. Les équations de Toda considérées habituellement sont caractérisées par le fait que l'on choisit de plus* $A_\pm \in \mathcal{G}_0 \oplus \mathcal{G}_{\pm 1}$*. Elles sont donc déterminées par le choix de* $\mathcal{G}$ *et par le choix de la graduation. Lorsque cette graduation est celle qui est appelée principale on l'appelle la théorie de Toda associée à* $\mathcal{G}$*. C'est de ce type dont nous avons parlé jusqu'à présent et que nous considérerons de nouveau plus loin aux paragraphes 2.4.1–2.4.4. Un autre choix de graduation, avec la même condition sur* $A_\pm$ *est considéré au paragraphe 2.4.5. Clairement la composante* $\mathcal{G}_0$ *est une sous-algèbre de* $\mathcal{G}$*. Comme le choix de 2.4.5 donne un* $\mathcal{G}_0$ *non abélien, ces théories sont distinguées par le même qualificatif. Finalement pour un choix de graduation donné ont peut prendre* $A_\pm \in \oplus_{r=0}^N \mathcal{G}_{\pm r}$*,* $N > 1$*. Ce cas appelé "généralisation de plus haute graduation" est le sujet des deux derniers paragraphes.*

Rappelons, de plus, qu'il existe deux grandes catégories de théories de Toda: soit $\mathcal{G}$ *est une algèbre de Lie simple de dimension finie, auquel cas la théorie est invariante conforme, soit* $\mathcal{G}$ *est une algèbre de Lie affine. Dans ce dernier cas on a une théorie de particules relativistes massives. Dans ce rapport, il s'agit toujours du premier cas, sauf dans le dernier paragraphe.*

2.4.1 Groupes quantiques associés aux algèbres W

Référence:

"The quantum group structure associated with nonlinearly extended Virasoro algebras", Commun. Math. Phys. 134 (1990) 619.

En collaboration avec E. Cremmer, j'ai établi le passage entre les champs du type V que j'avais définis avec Bilal et des champs du type ξ*, analogues à ceux de Liouville. Ainsi, nous avons déterminé la structure de groupe quantique associée (avec graduation principale) aux algèbres de Lie* A_N*,* $N > 1$*. Ceci nous a conduits à une nouvelle structure de groupe quantique pour chaque algèbre de Lie* A_N *(*$N > 1$*).*

Ces nouveaux groupes quantiques sont, par construction, à la base des théories invariantes conformes ayant une symétrie W, ainsi que des cordes W. Nos travaux ont eu un retentissement certain aussi bien en Physique Théorique qu'en Mathématiques.

Nous sommes partis de la matrice R que j'avais obtenue avec A. Bilal (v. page 20) par quantification des théories de Toda et avons cherché, suivant la même démarche que pour Liouville (v. paragraphe 2.3.1), une transformation qui donne une matrice R purement numérique. Le problème a été beaucoup plus difficile à résoudre, même pour les représentations de dimensions les plus petites, seuls cas que nous ayons considérés. En effet les matrices R connues (introduites par Drinfeld) ne peuvent être obtenues par changement de base, comme on peut le voir facilement. Lorsque nous sommes finalement arrivés à une transformation satisfaisante, nous avons obtenu des solutions entièrement nouvelles des équations de Yang-Baxter. Ceci a été une surprise au moment de l'achèvement de notre travail car on croyait alors que la déformation de Drinfeld est unique. Par la suite trois mathématiciens, M. Gerstenhaber, A. Giaquinto et S. Schack, ont étudié sytématiquement les déformations infinitésimales possibles. Notre groupe quantique correspond à un cas très particulier dont la structure est intéressante. Le rôle précis qu'il joue dans les théories de Toda reste cependant à élucider.

2.4.2 Généralisation W de la gravité bidimensionnelle à couplage fort

Référence:

"Two dimensional gravity and its W_3 extensions: strongly coupled unitary theory", Nucl. Phys. B 346 (1990) 473.

Avec B. Rostand, j'ai considéré les théories de Toda–A_2 (gravité bidimensionnelle W_3 étendue) fortement couplées, et obtenu la généralisation du premier champ local de poids conforme réel, mentionné pour Liouville page 16, pour des charges centrales $C = 2 + 24(s + 2)$, $s = 0, \pm 1$. L'étude est bien plus difficile techniquement que pour Liouville, mais le même schéma semble se répéter pour les gravités W, car il existe des opérateurs à poids conforme réel qui ont une algèbre d'échange fermée pour les trois valeurs spéciales.

2.4.3 Géométries W et plongement de surfaces holomorphes

Références:

"W-geometries" Phys. Lett. B274 (1992) 309;

"Classical A_n–W-geometry", Comm. Math. Phys. 152 (1993) 317.

"Light-cone parametrizations for Kähler manifolds", Phys. Lett. B 312 (1993) 285.

Un problème crucial, déjà mentionné plus haut, est d'étendre aux symétries W la relation bien connue entre algèbre de Virasoro et gravité bidimensionnelle. Le but ultime est l'obtention du lagrangien de la gravité W qui généralise la gravité bidimensionnelle, de telle sorte que l'on puisse véritablement étendre le schéma des théories conformes 2D couplées à la gravité. En particulier, il faudrait comprendre la relation entre le traitement du cône de lumière de Polyakov et celui de la jauge conforme au delà de SU_2. Clairement, le premier pas dans cette direction est d'obtenir une interprétation géométrique des théories à symétrie W qui corresponde à celle *de Liouville où le champ est interprété, comme une composante de la métrique bidimensionnelle. En collaboration avec Yutaka Matsuo, j'ai fait un progrès significatif dans cette direction en montrant que les symétries W correspondent à la géométrie de surfaces holomorphes plongées dans des espaces de Kähler, que nous avons donc appelées surfaces W. Nous avons étudié en détail le cas des algèbres W associés à A_n. Le point essentiel de notre travail est de considérer, soit la géométrie extérieure des surfaces, soit celles des plans osculateurs qui définissent des surfaces dans les variétés Grassmanniennes. Par ailleurs, nous avons établi une connexion entre surfaces W et instantons bidimensionnels. Les nombres topologiques correspondants donnent la généralisation du théorème de Gauss-Bonnet qui classifie globalement les surfaces W. Ces relations devraient jouer un rôle important. Par exemple, dans la sommation sur les surfaces W discrétisées, elles devraient déterminer les doubles limites d'échelles conduisant à des théories critiques à symétries W.*

Tout d'abord, nous avons considéré la géométrie extérieure de ces surfaces, c'est à dire les équations de Gauss-Codazzi, dans l'espace complexe projectif CP^n. Aux points réguliers, des équations de Frenet-Serret généralisées ont été écrites qui redonnent les équations de Toda associées à l'algèbre A_n, ainsi que celles des modèles de WZNW conformément réduits qui généralisent ces dernières. Les équations de Drinfeld-Sokolov sont aussi obtenues et l'on aboutit à une interprétation géométrique complète.

Par ailleurs, il a été montré que les temps supplémentaires des hiérarchies de KP donnent une paramétrisation de CP^n, avec une description fermionique (fonctions "tau"), qui est telle que les transformations de la symétrie W peuvent être étendues hors de la surface comme des difféomorphismes particuliers de CP^n. Ceci donne leur signification géométrique et conduit à des généralisations des équations de WZNW et de Drinfeld-Sokolov, qui ont été reliées aux équations de Zakharov-Shabat.

Par ailleurs, les points singuliers ont été discutés à partir des géométries intrinsèques des surfaces plongées dans les Grassmanniénnes, qui sont associées à une surface W donnée dans CP^n. Nous avons montré que ces surfaces sont des instantons et avons introduit la serie des nombres d'instantons obtenus par intégrales bidimensionnelles topologiques sur les champs de Toda. Des formules de Plücker globales ont été démontrées en combinant le théorème de Gauss Bonnet, écrit pour chaque surface associée, avec les équations de Toda. Ceci montre, en particulier, comment généraliser la constante cosmologique de la gravité bidimensionnelle. Pour le cas de A_n, elle est remplacée par les n nombres topologiques que nous avons introduits.

La gravité W telle que nous l'avons considérée, c'est-à-dire par la théorie de Toda devrait être reliée par une sorte de transformation de jauge à l'approche cône-de-lumière de Polyakov. Avec cette motivation, nous avons montré, dans le dernier article, que toute métrique de Kähler peut être transformée par changement de coordonnées, en une métrique qui, par bloc, a la forme proposée par Polyakov pour la gravité bidimensionnelle ordinaire dans les variables du cône de lumière.

2.4.4 Géométrie W pour les algèbres générales

Références:

"W-geometry of the Toda systems associated with non-exceptional simple Lie algebras", Commun. in Math. Phys. 18o (1996) 265.

La discussion précédente était limitée aux systèmes de Toda associés aux algèbres de Lie A_n qui, comme il est bien connu, sont une sous-famille très particulière dans la classification de Cartan. En collaboration avec M. Saveliev, je l'ai étendue aux autres algèbres de Lie non-exceptionnelles. Ceci est un problème difficile car les diagrammes de Dynkin de ces algèbres ne sont pas une simple ligne, ce qui rend la solution générale des équations de Toda beaucoup plus compliquée. Notre résultat est qu'il faut considérer des surfaces holomorphes qui sont dans des quadriques, elles-mêmes plongées dans CP^n.

Nous nous en sommes tenus au point de vue de la géométrie extérieure. Les surfaces sont choisies de telle sorte que les relations de Plücker locales coïncident avec les équations de Toda considérées.

2.4.5 Théories de Toda non abéliennes et trous noirs

Référence:

"Black holes from non-abelian Toda theories", Phys. Lett. B286 (1992) 271.

Jusqu'à présent, nous n'avons parlé que de théories de Toda avec graduation principale. Les graduations plus générales conduisent à des théories où la sous-algèbre de graduation zéro peut être non-abélienne. Avec Saveliev, j'ai montré que ces théories donnent des systèmes conformes solubles en présence de trous noirs bidimensionnels. Ceci pourrait nous permettre de progresser dans la compréhension des effets quantique en présence de trous noirs.

Les théories de Toda non-abéliennes correspondent à des théories de WZNW jaugées, où le groupe de jauge est nilpotent. Elles décrivent des systèmes complètement intégrables en présence d'un trou noir qui est mathématiquement semblable à celui qui a été popularisé par Witten, bien que ces théories soient par construction de nature différente. L'action contient un terme cosmologique qui est complètement intégrable. La présence d'un champ du type dilaton fait que la théorie est invariante conforme. Nous avons montré qu'il existe des quantités conservées non-locales qui doivent être les générateurs d'un nouveau type de symétrie W valable en présence d'un trou noir. Nos résultats ont été largement développés par A. Bilal, qui a effectivement séparé les modes et vérifié la fermeture de cette algèbre W. Dans l'article ci-dessous, nous avons pu éliminer la non-localité des générateurs W en utilisant un champ supplémentaire. Ceci est important car la formulation non locale ne peut pas être quantifiée de façon satisfaisante.

2.4.6 Théories de Toda avec graduations plus élevées

Références:

(1995) " Higher grading generalisations of the Toda systems", Nucl. Phys. B 453 (1995) 449.

(1995) " Affine Toda systems coupled to matter fields", Nucl. Phys. B 470 (1996) 236.

Le principe de base est expliqué au début du chapitre 2.4. Comme le champ de jauge bidimensionnel sous-jacent a plus de composantes, la théorie résultante contient d'autres champs, en plus des champs de Toda habituels (qui sont contenus dans les composantes de graduation zéro), que nous appelons champs de matière.

Nous avons construit les solutions générales. On obtient de très intéressantes généralisations des théories étudiées auparavant.

En particulier, pour les théories non-abéliennes discutées au paragraphe précédent, il apparaît maintenant une sorte de matière en présence du trou noir, ce qui devrait aider à comprendre le problème de leur évaporation. Le cas des algèbres de Lie de dimensions finies est le sujet du premier article, tandis que le second traite ce cas affine. Pour ce dernier il existe, comme dans les cas usuels, des solitons non triviaux décrivant des particules. Les composantes de graduations différentes de zéro obéissent à des équations du type Dirac. Une classe spéciale de modèles est particulièrement remarquable : ils possèdent un courant de Noether U_1 qui, après un choix de jauge conforme approprié, devient proportionnel au courant topologique. Ceci entraîne que les champs de Dirac sont confinés à l'intérieur des solitons qui, en terme de QCD, jouent le rôle de "sac" à une dimension. En matière condensée, ce phénomène correspond à l'auto-localisation des électrons dans les sytèmes phonons-électrons unidimensionnels. Par conséquent notre étude a des applications dans ce type de domaine aussi. Notre modèle le plus simple est une généralisation de sine-Gordon qui a déjà été utilisée pour décrire la physique qui vient d'être mentionnée, pour ce que l'on appelle le remplissage irrationnel.

2.5 Dualité des caractères en théories des supercordes.

2.5.1 Les cordes du type II

Référence:
"T duality of Perturbative Characters for Closed Bosonic and Type II string theories", Nucl. Phys B509 (1998) 83.

En collaboration avec E. Cremmer, j'ai étudié systématiquement les propriétés de dualité des caractères du groupe des rotations transverses en théorie des supercordes. Il est bien connu que, de façon générale, les caractères sont des outils efficaces pour comprendre les propriétés de symétries, car il ne dépendent pas de la réalisation particulière des représentations considérées. Bien qu'elle soit restreinte aux états perturbatifs, notre étude montre en effet que les caractères de cordes, déjà introduits auparavant pour déterminer la distribution en spins des états massifs, sont un outil de choix pour comprendre la dualité T.

Le calcul des traces sur les modes d'oscillations de cordes ne présente pas de difficulté, mais le développement du résultat en somme de caractères irréductibles est un problème difficile. En vue de futures applications, nous avons tout d'abord mis en œuvre les progrès mathématiques récents sur les caractères des groupes classiques. En particulier, nous avons ainsi démontré que le développement des caractères de théories de cordes en terme de représentations irréductibles du groupe linéaire agissant sur les coordonnées transverse, a pour coefficients les polynômes de Schür du goupe linéaire à une infinité de dimensions, avec comme arguments l'ensemble $\{q^n\}$, pour $n = 0, \ldots, \infty$, où $q = \exp(2i\pi\tau)$. Le paramètre τ est le paramètre modulaire du tore usuel. Par ailleurs, nous avons montré comment on peut définir des caractères invariants modulaires pourvu que, contrairement à ce qui se faisait auparavent, l'on prenne aussi la trace sur la représentation engendrée par les rotations du moment total transverse. Ceci s'applique à toutes les théories de cordes fermées. Pour les supercordes de type II, nous avons ensuite démontré que la trialité du groupe

$O(8)$ correspond, pour les caractères à des relations quadratiques entre fonctions théta originellement découvertes par Jacobi. L'exploitation systématique des ces relations, nous a conduit à l'existence d'une troisième formulation des supercordes équivalente à celles de Neveu-Schwarz-Ramond et de Green-Schwarz, mais utilisant des opérateurs conformes de nature différente. Ces relations nous ont également permis de déduire de façon fermée les conséquences de la supersymétrie sur les caractères en factorisant explicitement, du caractère obtenu en sommant sur tous les états massifs, le caractère du multiplet long de supersymétrie.

2.5.2 Les cordes hétérotiques.

Référence:
"T Duality Between Perturbative Characters of $E_8 \otimes E_8$ and $SO(32)$ Heterotic strings Compactified on a Circle", prétirage LPTENS-97/64.

Dans la ligne du précédent article, j'ai étudié le cas des cordes hétérotiques. Il y a ici deux caractéristiques nouvelles. D'une part, il existe une symétrie interne et donc il est naturel de considérer des caractères incluant des générateurs de ces symétries. D'autre part, la dualité entre les deux types de cordes impose la compactification et l'introduction de boucles de Wilson qui brisent les symétries internes. Le but de l'article est essentiellement de montrer comment définir malgré tout les caractères incluant tous les générateurs de l'algèbre de Cartan des symétries internes de façon qu'ils s'échangent par dualité T. L'outil de base pour démontrer cette dualité est la transformation de $SO(17,1)$ qui relie les deux plongements des réseaux des modes zéros de $E_8 \otimes E_8$ et spin$(32)/Z_2$, dans le même réseau de Narain $\Pi^{17,1}$. En utilisant une factorisation de cette transformation en trois, j'ai montré l'existence d'une théorie intermédiaire intéressante, que j'ai appelée théorie hétérotique prime, où le groupe de symétrie interne est brisé en $SO(16) \times SO(16)$ par une compactification twistée d'un type nouveau. Cette théorie apparaît comme une étape intermédiaire dans la transformation, qui a la même algèbre de Cartan que les théories de départ et d'arrivée et pour laquelle la dualité T se réduit à une simple inversion du rayon de compactification. Ainsi il est facile de définir son caractère de façon à assurer cette dualité. Enfin, j'ai défini les caractères de cordes hétérotiques habituels en faisant sur les variables de sommation du caractère de la théorie prime le changement de variables de $SO(17,1)$ qui transforme le réseau prime dans le réseau de la théorie hétérotique considérée. Ceci conduit pour cette dernière, à un couplage entre bouche de Wilson et paramètres du caractère qui assure par construction que la dualité T est satisfaite.

L'avantage des caractères étudiés, par rapport aux fonctions de partitions habituelles est d'encoder la structure complète des états tout en restant relativement simples à manipuler. Les étapes suivantes de ce type d'approche sont, d'une part de comprendre le cas de cordes du type I, et d'autre part, d'inclure les états non perturbatifs. Ceci devrait être utile pour comprendre l'unification des théories de supercordes.

2.6 Vers une intégration des théories de jauge à supersymétries maximales.

Depuis leur découverte, il y a une trentaine d'années[27], les supersymétries (symétries à paramètres anticommutants) ont donné lieu à des développements théoriques remarquables, bien que leur verification expérimentale se laisse toujours attendre. Elles jouent un rôle crucial dans tous les progrès récents de la physique des particules élémentaires. Nous ne parlerons pas ici de l'aspect théories des cordes et membranes car mes recherches récentes se sont concentrées sur les théories locales de champs supersymétriques. Dans ce cadre, il existe deux types de théories dont toutes les autres sont déduites par réduction dimensionelle ou compactification: les supergravités à dix ou onze dimensions et les théories de Yang et Mills à supersymétrie simple à dix dimensions. C'est sur ces dernières que j'ai concentré mes efforts pour développer des méthodes d'intégration classiques exactes, car ce sont celles qui semblent actuellement les plus prometteuses de ce point de vue. En effet des résultats non perturbatifs très frappants ont été récemment obtenus à l'initiative de Seiberg et Witten, pour les théories de jauge quantiques à supersymétrie étendue à quatre dimensions. Une autre indication dans la même direction, celle-ci au niveau classique, est que les équations du mouvement sont équivalentes à des conditions de courbure nulle dans le super-espace associé, ce qui rappelle évidemment le cas fameux de la dynamique de Yang-Mills self duale à quatre dimensions. On peut considérer par conséquent que les théories de jauge à supersymétrie maximale sont des analogues à plus de dimensions des théories conformes ou intégrables à deux dimensions dont les progrès spectaculaires récents sont bien connus. Du point de vue physique, par ailleurs, des arguments convaincants ont été donnés montrant que la théorie (M)atrice, qui unifierait toutes les théories de supercordes, est précisément obtenue par réduction dimensionnelle de la théorie de Yang-Mills supersymétrique à dix dimensions si le groupe de jauge est choisi comme étant SU(N), avec N tendant vers l'infini.

Avec ces motivations j'ai entrepris, durant l'automne 1997, un programme d'étude systématique en collaboration avec M. Saveliev, malheureusement brusquement décédé le 20 septembre 1998. Comme rappelé plus haut, les équations dynamiques de super Yang-Mills à dix dimensions sont équivalentes à des conditions de courbure nulles sur certains hyperplans dans le super espace. Elles sont donc intégrables au sens faible, mais aucune solution non triviale n'a pu être obtenue jusqu'à présent car cela conduit à une représentation de Lax où le paramètre spectral est un vecteur, ce qui donne des conditions de compatibilité du type modèle sigma non linéaire qui n'avaient pas pu être résolues. M. Saveliev est malheureusement disparu précisément au moment où notre programme de recherche commençait à porter ses fruits, en prenant une direction différente de nos idées de départ sur lesquelles je reviendrai plus loin.

2.6.1 Une jauge du cône de lumière sur la couche de masse

Référence

Progress in classically solving ten dimensional super Yang-Mills theories

27. Dans l'article hep-th/9911008 à paraître dans le volume de commémoration de Y. Golfand, j'ai écrit un prologue relatant l'histoire de ma contribution personnelle à cette découverte, en collaboration avec B. Sakita.

LPTENS-98/41 hep-th/9811108.

Cet article décrit les résultats obtenus avec M. Saveliev. Notre observation nouvelle de base est qu'il existe une jauge du cône de lumière sur la couche de masse (c'est à dire qui suppose les équations du mouvement satisfaites), où la moitié des composantes fermioniques s'annule. Elle est telle que les conditions de compatibilité de la paire de Lax mentionnées plus haut deviennent de simples équations linéaires, du type auto-dualité à huit variables qui sont donc résolubles explicitement. Pour simplifier, nous avons supposé que la solution ne dépend que du temps et d'une variable d'espace bien choisie. Cette réduction correspond à la théorie M(atrice) compactifiée sur un cercle. La solution générale de nos conditions d'auto-dualité à huit variables a été obtenue sous forme fermée, en remarquant qu'il y a une analogie entre l'algèbre des superdérivées considérées et l'algèbre de Dirac à huit dimensions d'espace.

Avec notre choix de jauge, les potentiels vecteurs fermioniques non nuls dérivent d'un superpotentiel scalaire. En terme de ce superpotentiel, les autres équations, qui sont non linéaires, prennent une forme proche de celle des équations de Yang qui apparaissent dans la résolution des équations de Yang et Mills auto–duales bosoniques à quatre dimensions. En fait, il existe une ressemblance frappante entre les deux systèmes d'équations et qui est telle que les méthodes antérieurement développées, qui étaient restreintes à quatre dimensions, peuvent être adaptées à notre problème. Les différences (le passage à des superdérivées et un réarrangement des indices) font que l'on n'est plus restreint à un système de deux équations du premier ordre comprenant deux opérateurs dérivées et leurs conjugués. On peut traiter de façon analogue notre cas d'un système de huit équations du premier ordre comprenant huit opérateurs superdérivées et leurs conjugués. Ainsi nous avons obtenu une classe de solutions définies par une série de perturbations dont tous les termes sont donnés récursivement par des intégrales de Cauchy. Ces solutions sont les analogues de celles obtenues antérieurement par Lesnov.

2.6.2 Un système de Lax à paramètre spectral scalaire.

Références:

Lax Equations in Ten Dimensional Supersymmetric Classical Yang-Mills Theories, LPTENS-99/13, hep-th/9903218, (Contribution au Séminaire International à la Mémoire de M. Saveliev, édité par l'Institut Max Planck de Mathématiques Bonn)

Solution generating in ten dimensional supersymmetric classical Yang-Mills theories hep-th/9910235, LPTENS-99-20, Contribution to the Dubna Memorial Volume in Honour of Mikhail V. Saveliev.

Il faut cependant préciser que le travail précédent ne résout pas complètement les équations de super Yang-Mills, car il n'a pas été possible de montrer que les solutions des équations non linéaires obtenues obéissent aux conditions (linéaires) d'auto-dualité à huit dimensions que nous avions obtenues dans un premier temps et qui ont été mentionnées plus haut. En y regardant de plus près on voit que ce qui a été résolu est la condition que s'annule la partie symétrique des composantes purement fermioniques de la supercourbure, alors que les équations dynamiques sont équivalentes à l'annulation de toutes ces composantes purement fermioniques. C'est cette condition (symétrisée) plus faible qui est un (super) analogue des équations de Yang-Mills auto-duales à quatre dimensions. Dans le premier article, j'ai poursuivi plus avant dans cette direction, en écrivant un système d'équations linéaires qui est l'analogue de celui qui a été introduit par Belavin et Zakharov en 1977, car sa condition de compatibilité est la condition symétrisée de courbure nulle. Contrairement au système linéaire associé considéré jusqu'à présent pour super Yang-Mills à dix dimensions, le paramètre spectral est un scalaire et par conséquent, ce nouveau système linéaire permet véritablement d'obtenir des solutions classiques non triviales. En l'utilisant, j'ai donné l'exemple d'une solution dérivant d'un ansatz à deux pôles dans le paramètre spectral et qui est l'analogue de la solution à un instanton de Belavin, Polyakov, Schwartz, Tyupkin. En général il semble que les méthodes puissantes de résolutions développées dans les années soixante-dix pour quatre dimensions peuvent être adaptées au présent problème. Dans le deuxième article, je le montre explicitement en adaptant les méthodes de Forgaçs Horvàth et Palla qui permettent en principe de traiter le cas général de solutions fonctions méromorphes du paramètre spectral avec des pôles mobiles.

2.6.3 Transformations de Bäcklund.

Référence:

Bäcklund transformations in 10D SUSY Yang-Mills theories, hep-th/9911008, LPTENS-99/41, à paraître dans *Many Faces of Superworld*, Yuri Golfand Memorial Volume, ed par M. Shifman, World Scientific.

Dans cet article, je suis revenu à la jauge du type cône de lumière sur couche de masse, développée avec Saveliev et mentionnée plus haut où les superchamps fermioniques non nuls se déduisent d'un superpotentiel scalaire. Celui-ci satisfait des équations qui sont des superanalogues des équations de Yang. J'ai montré qu'à partir d'une solution de ces équations on peut engendrer d'autres solutions par des transformations de Bäcklund analogues à celles introduites originellement par Lesnov. Le principe de base est le suivant. Comme indiqué plus haut, les équations dynamiques considérées ne concernent qu'une certaine symétrisation de la supercourbure fermionique. On peut ainsi considérer des trnsformations de jauges qui, bien que faisant sortir de la jauge du type cône de lumière sur couche de masse, conservent la forme de cette partie symétrisée. Cette condition se traduit par une equation différentielle non-linéaire pour le paramètre de jauge. Le point crucial est que les équations de départ sont équivalentes à des équations différentielles du premier ordre, qui précisément montrent l'existence d'une telle transformation de jauge particulière conduisant à l'existence automatique de la transformation de Bäcklund.

2.6.4 Structure intégrable (partiellement) hors couche de masse.

Référence: *Integrable structure in classical off-shell 10D supersymmetric Yang-Mills theories*. hep-th/9912089, LPTENS-99/54.

Cet article est le résultat d'une active collaboration avec H. Samtleben, jeune Postdoc européen qui se poursuit actuellement. Notre but est de déterminer qu'elle est la théorie des champs qui correspond à la condition (symétrisée) plus faible mentionnée plus haut et qui est un (super) analogue des équations de Yang-Mills auto-duales à quatre dimensions. D'un côté nous avons trouvé comment ces conditions symétrisées découlent de conditions de courbure nulle sur un ensemble particulier, à un paramètre, d'hyperplans nuls, ce qui permet de généraliser ce mécanisme.

Par ailleurs, nous avons observé que le système de Lax correspondant a une invariance $O(2,1)$ (et non $O(1,1)$ comme on le croirait naivement) où ce groupe $O(2,1)$ est réalisé par transformations homographiques du paramètre spectral. En ce qui concerne le contenu en champs physique, la situation était complexe, car les équations dynamiques satisfaites par les superchamps jouent un rôle crucial dans lélimination des composantes non physiques. Dans le but de déterminer le contenu en champ et la dynamique, une analyse systématiques de la structure des contraintes dans le superespace a été réalisée. Elle a été essentiellement réduite aux actions croisées de trois opérateurs notés S T et K. Les deux premiers satisfont des relations algèbriques simples qui rendent systématique l'élimination des composantes redondantes. Le dernier projette sur les solutions des équations dynamiques. Mettant à profit l'invariance par $O(2,1)$ indiquée plus haut, nous avons analysé le système en ne gardant que les singlets de ce groupe, et après réduction sur $O(7)$. Le spectre reste remarquablement simple. Il contient, en dehors du potentiel vecteur de Yang-Mills (de dimension un), un autre champ vectoriel (de dimension deux) et deux tenseur antisymétriques (de dimensions un et deux respectivement). Ce dernier tenseur antisymmétrique correspond à l'apparition de charges magnétiques dans la théorie de Yang et Mills de départ.

2.7 Organisation de Rencontres internationales

- 1973: Membre du Comité d'Organisation de la "II^{e} Conférence Internationale sur les Particules Élémentaires", Aix-en Provence (700 participants environ).
- 1975: Rencontre à l'École Normale Supérieure intitulée "Extended systems in field theory" organisée en collaboration avec A. Neveu. Comptes Rendus publiés dans Phys. Rep. C23 (1976) 237.
- 1978: École d'hiver des Houches: "Non-perturbative aspects in quantum field theory", organisée en collaboration avec E. Brézin. Comptes Rendus publiés dans Phys. Rep. 49 2 (1979) 91.
- 1980: École d'hiver des Houches: "Common trends in particle and condensed matter physics" organisée en collaboration avec E. Brézin et G. Toulouse. Comptes Rendus publiés dans Phys. Rep. 67 1 (1980) 1.
- 1989: Rencontre commune National Science Foundation – C.N.R.S., organisée à l'Institut Henri Poincaré, Paris, en collaboration avec I. Singer. Titre: "Infinite dimensional symmetries in physics and mathematics"
- 1993-94: Rencontre "Topologie, Cordes et Modèles Integrables": Colloque satellite de la Conférence ICML de Paris juillet 1994, organisé en collaboration avec C. Bachas, L. Baulieu, D. Bernard et V. Pasquier.

2.8 Vulgarisation scientifique

- Interview pour le *Journal du CNRS*, texte parue dans le numéro de janvier 1995 sous le titre "Internet a aboli la distance".

– Interview sur les supercordes pour la revue *Pour la Science*, texte paru dans un numéro spécial de 1994.

– Conférence publique au Palais de la Découverte le 6 décembre 1986, intitulée “Les composants ultimes de l’univers sont-ils des supercordes?”, texte publié dans la *Revue du Palais de la Découverte* 15 (1987) 29-47.

– Interview par François de Closet sur les solitons. Ceci a constitué la matière d’un article qu’il a publié dans *Sciences et Avenir*.

2.9 Séminaires, conférences et cours récents.

1991

Séminaire CERN 30 janvier 1991 intitulé *Liouville Theory and quantum groups*, non publié.

Participation au programme sur les cordes au Mathematical Science Research Institute Berkeley:

Séminaire le 13 mars intitulé *2D gravity with open boundary conditions: a new insight in knot theory*, non publié,

Rencontre: Two dimensional quantum gravity and its implications on mathematical physics, seminaire 20 mars intitulé *Recent progress on the quantum group structure of 2D gravity and of its generalisations*,

Séminaire 26 mars intitulé *Quantum group structure of 2D gravity* non publié.

Rencontre Triangulaire, Paris seminaire 3 avril intitulé *Gravité bidimensionnelle et Théorie de Liouville* non publié.

Journées Relativistes, Cargèse Corse Deux cours 3 et 4 mai intitulés *Gravité quantique en deux dimensions*, publiés dans les comptes rendus.

Conférence: Strings and Symmetries, Stony Brook 23 mai conférence plénière intitulée *Gravity-matter couplings from Liouville theory*, publié.

Workshop on Random surfaces and 2-D quantum gravity Barcelone 2 cours les 12 et 13 juin intitulés *Quantization of Liouville theory and related topics*, publiés.

Conférence: Advanced quantum field theory and critical phenomena Lac de Comes Italie seminaire 18 juin intitulé *Two-dimensional gravity and quantum groups* publié.

LMS Durham research Symposium: Conformal field theory Durham, deux seminaires: le 13 juillet intitulé *Quantum group approach to 2D gravity*, le 15 juillet intitulé *2D gravity with open boundary conditions: a new insight in knot theory*, non publiés.

Séminaire Paris VI le 14 octobre intitulé *Géométries W*, non publié.

1992

Winter School of Theoretical Physics, Trois cours intitulés *W-geometries*, Karpacz Pologne 17-29 Février, publiés.

Worshop on String theory, Trieste, 8-10 avril Communication 1 heure intitulée A_n–*W-geometry* publiée.

Séminaire Paris VI mai intitulé *Les trous noirs en théorie de Toda non abéliennes*, non publié.

Colloque franco-russe de géométrie Communication intitulée *Géométrie W des surfaces chirales plongées dans les espace complexes projectifs*, CIRM Marseille 11-15 mai, non publiée.

Conférence Quantum Groups, Knot Theory, Statistical Mechanics, Conformal Field Theory and Related Topics, Communication plénière 1 heure intitulée *The quantum group structure and geometry of (generalized) two-dimensional gravities*, Tianjin, Chine, juin, publiée.

Conférence: Integrable Quantum Field Theories, séminaire intitulé *The W-geometry and quantum-group structure of (generalized) two-dimensional gravities*,
Come Italie, septembre, publié.

Conférence: String Theory, Quantum Gravity, and the Unification of Fundamental Interactions, séminaire intitulé *Recent progress of the Liouville approach to (2D) gravity, and its (Toda) generalizations*, Rome, Italie, septembre, publiée.

Séminaires de Géométrie: séminaire intitulé *Géométrie des surfaces chirales dans les espaces complexes projectifs* Laboratoire de Géométrie et Analyse, Université Claude Bernard, Lyon, novembre, non publié.

Conférence: (Nearly) Conformal Field Theory, séminaire intitulé *The W-geometry of holomorphic surfaces and conformal field theory* à "The Isaac newton Institute for Mathematical Sciences", Cambridge, Angleterre, novembre, non publié.

1993

VII JORGE SWIECA Summer School Particle and Fields Campos de Jordão, Brésil 10-23 janvier: cinq cours intitulés *Two dimensional gravity and its W généralisations*, Publication interne.

Séminaire: Yukawa Institute of Theoretical Physics, Kyoto, 17 mars, intitulé *The quantum group structure of 2D gravity and minimal models*, non publié.

Séminaire: High Energy Physics Laboratory in Tsukuba (KEK) Japon, 24 mars, intitulé *Black holes from non-abelian Toda theories*, non publié.

Conférence; STRINGS'93 Berkeley, California, USA, 24-29 mai: Conférence plénière d'une heure intitulée *Going from conformal to light cone gauge in W gravity*, publiée dans les Comptes Rendus édités par World Scientific.

Conférence: New Developments in String Theory, conformal Models and Topological Field Theory, Cargèse, Corse, 12-21 mai: Conférence d'une heure intitulée *Introduction to differential W geometry*, publiée dans les comptes rendus édités par Plenum Ed.

Conférence: International Conference on Interface Between Physics and Mathematics Hang Zou, Chine, 6-17 septembre: Conférence plénière d'une heure intitulée *2-Dimensional quantum geometries*, publiée dans les Comptes Rendus édités par World Scientific.

1994

XXVII Karpacz Winter School of theoretical physics: Infinite dimensional geometry in physics, Karpacz, Pologne, 17-29 février. Trois cours d'une heure intitulés *Quantum deformations of $sl(2)$: the hard core of two-dimensional gravity*, publiés dans le livre "Quantum Groups Formalisms and Applications" édité par Polish Scientific Publishers PWN Ltd.

Séminaire Université de Tokyo à Hongo, 4 avril, intitulé *The new physics of strongly coupled 2D gravity*, non publié.

Séminaire à l'Institut de Physique Nucléaire, Université de Tokyo à Midori, 5 avril, même titre, non publié.

Séminaire au Département de Physique de l' Université de Tokyo à Komaba, 6 avril, même titre, non publié.

Séminaire à l'Institut Yukawa de Uji près de Kyoto, 8 avril, même titre, non publié.

Séminaire au Département de Physique de l'Université d'Osaka, 19 avril, intitulé *Quantum mechanical quantum groups in 2D gravity and in its (W) generalizations*, non publié.

Séminaire à l'Institut Yukawa de l'Université de Kyoto, 8 avril, intitulé *The new physics of strongly coupled 2D gravity*, non publié.

Séminaire au Research Institute for Mathematical Physics, Université de Kyoto, 22 avril, intitulé *The quantum group structure of two dimensional gravity*, non publié.

Conférence: Selected Topics in Modern Mathematical Physics, Institut Euler, Leningrad 23-29 mai, Conférence plénière d'une heure intitulée *Solving weakly and strongly coupled 2D gravity by means of quantum groups* non publiée.

Conférence: Gürsey Memorial Conference I, Université Boğaziçi, Turquie, 6-10 juin, séminaire intitulé *Quantum mechanical quantum group in two dimensional gravity*, publié dans les comptes rendus.

Conférence: Topologie Cordes et modèles intégrables Paris 25-28 juillet, Colloque satellite du XI Congrès de Physique Mathématique, séminaire intitulé: *From weak to strong coupling in two dimensional gravity*, résumé publié dans les Comptes Rendus édités par Diderot Editeur, Arts et Sciences (Paris) et International Press (Cambridge USA).

Atelier sur les Trous Noirs Quantiques, Physique Théorique ENS, Paris 17-18 novembre, séminaire intitulé *Black holes from non-abelian Toda theories*, non publié.

1995

Séminaire au CERN, février, intitulé: *From weak to strong coupling in two dimensional gravity*, non publié.

STRINGS95 Future perspectives in string theory, Los Angeles 13-18 mars, séminaire intitulé *From weak to strong coupling in two dimensional gravity*, à paraître.

Conférence: Selected Topics in Mathematical Physics, Lyon 29 mai-3 juin, séminaire intitulé: *Higher grading generalisations of the Toda systems*, non publié.

Conférence: W-algebras – Extended Conformal Symmetries, Marseille, 3-7 juillet, séminaire intitulé *Integrable systems of the Toda type: recent progress*, non publié.

Conférence: Low dimensional applications of quantum field theory, Cargèse, 11-29 juillet, deux cours intitulés *The new physics of strongly coupled two dimensional gravity*, à paraître.

Ecole d'Eté: Quantum Symmetries, Les Houches 1 août-8 septembre, deux heures de cours, même titre, à paraître.

$\boxed{\textbf{1996}}$

E. Schrödinger Institute programme *Topological, conformal and integrable quantum field theory*; 10-19 mars, séminaire intitulé *Novel ideas on the quantum group symmetry of 2D gravity*, non publié.

XIX Rencontre Triangulaire de Rome; 20-23 mars, séminaire intitulé *Recent developments of the Toda theory* non publié.

Séminaire interne LPTENS; 28 juin, séminaire intitulé *Les théories de Toda: des instantons à l'autolocalisation dans les systèmes phonons-électrons en passant par les trous noirs et autres systèmes bidimensionnels d'intérêt.*

Quatrième Rencontre d'Oporto ; 19-22 avril, Portugal, sur *Knot theory and physics.* 3 cours intitulés: *Generalised simplicial gravity from Liouville theory.* non publiés.

Université de Swansea; 26 septembre, séminaire intitulé *(Affine) Toda theories recent progress.*

Université de Tours; 6 novembre, séminaire intitulé *Développements récents des théories de Toda.*

Groupe de travail LPTENS; 15 et 29 novembre, deux séances de deux heures chacune avec le titre: *Evidences pour la M théorie dans les théories de cordes du type IIA.*

62 ième Rencontre entre physiciens théoriciens et mathématiciens; Strasbourg 5-7 décembre, séminaire intitulé *Caractères de groupes de Lie en théories de (super)cordes.*

$\boxed{\textbf{1997}}$

Institut E. Borel: le 22 janvier, cours de deux heures intitulé "Generalised Toda Theories".

LPTENS: le 7 février, séminaire d'une heure intitulé "T dualité des caractères perturbatifs en théories des supercordes de type II"

Mathematical Institute, Saint Giles, Université d'Oxford: le 28 février, séminaire d'une heure intitulé "Toda theories: a meeting point between physics and mathematics".

Institut Newton de Cambridge: le 24 mars, séminaire d'une heure intitulé "Duality of perturbative characters in string theories"

Institut d'Été LPTENS: août, séminaire d'une heure intitulé "T dualité des caractères perturbatifs en théories des supercordes"

$\boxed{\textbf{1998}}$

Département de Physique de UCLA, Los Angeles USA, mars , séminaire intitulé: *Progress in Classically Solving Ten Dimensional Super Yang-Mills Theories.*

Département de Physique d'Oxford, Grande Bretagne, juin, séminaire intitulé: *From Weak to Strong Coupling in Two Dimensional Gravity*

Deuxième Conférence TMR Durham, Grande Bretagne; séminaire intitulé: *Progress in Classically Solving Ten Dimensional Super Yang-Mills Theories*, 20-27 septembre.

$\boxed{\textbf{1999}}$

Aspen 1999 Winter Conference: Light-Cone Particle Physics, Colorado USA, 10-16 janvier 1999, séminaire intitulé: *Progress in Classically Solving Ten Dimensional Super Yang-Mills Theories.*

International Seminar on Integrable Systems, In Memoriam Mikhail V. Saveliev, février 99, Institut Max Planck de Mathématiques Bonn, séminaire intitulé *Solution Generating Mechanism in Classical Ten Dimensional Super Yang-Mills Theories*

XXII-nd Triangle Meeting, Utrecht 26-28 mai 1999, communication intitulée *Progress in Classically Solving Ten Dimensional Super Yang-Mills Theories*

2000

Workshop on Strings, Duality and Geometry, Montréal, 22-25 mars. Séminaire intitulé *Exact Integration Methods in Supersymmetric Yang-Mills Theories.*

Rencontre: Thirty Years of Supersymmetry. Minneapolis Minnesota 13-15 Octobre, Communication Invitée intitulée: *Supersymmetry; Early Days and Nowadays.*

3 Publications.

3.1 Articles originaux

Références

[120.] **Integrable structure in Classical Off-Shell 10D Supersymmetric Yang-Mills Theory** (H. Samtleben coll.), hep-th/9912089, Comm. Math. Phys. 217 (2001) 1.

[119.] **Progress in Classically Solving Ten Dimensional Super Yan-Mills Theories** (M. Saveliev coll.), hep-th/9811108, Nucl Phys. B554 (1999) 183.

[118.] **T Duality Between Perturbative Characters of $E_8 \otimes E_8$ and $SO(32)$ Heterotic strings Compactified on a Circle**, Nucl. Phys. B546 (1999) 135.

[117.] **T duality of Perturbative Characters for Closed Bosonic and Type II string theories**, (E. Cremmer coll.) Nucl. Phys B509 (1998) 83.

[116.] **Hidden $U_q(sl(2)) \otimes U_q(sl(2))$ quantum group symmetry in two dimensional gravity** (E. Cremmer, J. Schnittger coll.), Comm. in Math. Physics 183 (1997) 609.

[115.] **Solving the strongly coupled 2D gravity (III). String susceptibility and topological N-point functions**, (J.-F. Roussel, coll.) Nucl. Phys. B. 478 (1996) 245.

[114.] **On the Liouville coupling constants**, Phys. Lett. B 376 (1996) 65.

[113.] **Affine Toda systems coupled to matter fields** (L. A. Ferreira, J.S. Guillen, M. Saveliev, coll.), Nucl. Phys. B 470 (1996) 236.

[112.] **Higher grading generalisations of the Toda systems** (M. Saveliev, coll.), Nucl. Phys. B 453 (1995) 449.

[111.] **Operator coproduct-realization of quantum group transformations in two-dimensional gravity I** (E. Cremmer, J. Schnittger coll.), Commun. in Math. Phys. 178 (1996) 147. à paraître.

[110.] **From weak to strong coupling in two-dimensional gravity** (J.-F. Roussel coll.), Phys. Lett. B 338 (1994) 437.

[109.] **Lotka-Voltera type equations and their explicit integration**, (M. Saveliev coll.) Lett. Math. Phys. 34 (1995) 177.

[108.] **Continuous spins in 2D gravity: Chiral vertex operators and local fields** (J. Schnittger coll.) Nucl. Phys. B431 (1994) 273.

[107.] **Solving the strongly coupled 2D gravity: 2. Fractional-spin operators, and topological three-point functions** (J.-F. Roussel coll.), Nucl. Phys. B 426 (1994) 140.

[106.] **W-geometry of the Toda systems associated with non-exceptional simple Lie algebras** (M. Saveliev, coll.), Commun. in Math. Phys., 180 (1996) 265.

[105.] **The many faces of the quantum Liouville exponentials** (J. Schnittger coll.) Nucl. Phys. B413 (1994) 433.

[104.] **The genus-zero bootstrap of chiral vertex operators in Liouville theory** (E. Cremmer, J.-F. Roussel, coll.), Nucl. Phys. B413 (1994) 244.

[103.] **The braiding of chiral vertex operators with continuous spins in 2D gravity** (J. Schnittger coll.) Phys. Lett. B 315 (1993) 258.

[102.] **The quantum group structure of 2D gravity and minimal models II: The genus-zero conformal bootstrap** (E. Cremmer, J.-F. Roussel, coll.), Commun. in Math. Phys. 161 (1994) 597.

[101.] **Light-cone parametrizations for Kähler manifolds** (Y. Matsuo coll.) Phys. Lett. B 312 (1993) 285.

[100.] **Gauge conditions for the constrained-WZNW–Toda reductions** (L. O'Raifeartaigh, A. Razumov, M. Saveliev, coll.), Phys. Lett. B 301 (1993) 41.

[99.] **Supersymmetric black holes from non-abelian Toda theories** (F. Delduc, M. Saveliev, coll.), Phys. Lett. B292 (1992) 295.

[98.] **Black holes from non-abelian Toda theories** (M. Saveliev, coll.), Phys. Lett. B286 (1992) 271.

[97.] **Classical A_n–W-geometry** (Y. Matsuo, coll.), Commun. in Math. Phys. 152 (1993) 317.

[96.] **W-geometries** (Y. Matsuo, coll.), Phys. Lett. B274 (1992) 309.

[95.] **Gravity-matter couplings from Liouville theory**, Nucl. Phys. B 391 (1993) 287.

[94.] **The quantum strip: Liouville theory for open strings**, (E. Cremmer, coll.), Commun. in Math. Phys. 144 (1992) 279.

[93.] **On two-dimensional supergravity and the quantum super-Möbius group**, (B. Rostand, coll.), Commun. in Math. Phys. 143 (1991) 175.

[92.] **Physical features of strongly coupled 2D gravity**, Phys. Lett. B255 (1991) 22.

[91.] **Solving the strongly coupled 2D gravity: 1. Unitary truncation and quantum group structure**, Commun. in Math. Phys. 138 (1991) 301.

[90.] **Critical dimensions for non critical strings**, Phys. Lett. B243 (1990) 85.

[89.] **Two-dimensional gravity and its W_3 extension: strongly coupled unitary theories** (B. Rostand, coll.), Nucl. Phys. B346 (1990) 473.

[88.] **The quantum group structure of 2-D gravity and minimal models**, Commun. Math. Phys. 130 (1990) 257.

[87.] **The quantum group structure associated with nonlinearly extended Virasoro algebras** (E. Cremmer, coll.), Commun. Math. Phys. 134 (1990) 619.

[86.] **Nonlinearly extended Virasoro algebras : New prospects for building string theories** (A. Bilal, coll.), Nucl. Phys. B326 (1989) 222.

[85.] **Construction of constant curvature punctured Riemann surfaces with particle scattering interpretation** (A. Bilal, coll.), *in* Special volume of the Journal "Geometry and Physics", in celebration of I.M. Gelfand's 75th birthday, 5 (1988) 277, Elsevier Science Pub. 1991.

[84.] **Ghost systems as rational conformal theories** (I.T. Todorov, coll.), Phys. Lett. B219 (1989) 435.

[83.] **Systematic construction of conformal theories with higher spin Virasoro symmetries** (A. Bilal, coll.), Nucl. Phys. B318 (1989) 579.

[82.] **Extended $C = \infty$ conformal systems from classical Toda field theories** (A. Bilal, coll.), Nucl. Phys. B314 (1989) 646.

[81.] **Superconformal algebra and super KdV equation : two infinite families of polynominal functions with vanishing Poisson brackets** (A. Bilal, coll.), Phys. Lett. B211 (1988) 95.

[80.] **Systematic approach to conformal systems with extended Virasoro symmetries** (A. Bilal, coll.), Phys. Lett. B206 (1988) 412.

[79.] **Exact quantum three point function of Liouville highest weight states** (A. Bilal, coll.), Nucl. Phys. B305 [FS23] (1988) 33.

[78.] **Liouville superstring and Ising model in three dimensions** (A. Bilal, coll.), Nucl. Phys. B295 [FS21] (1988) 277.

[77.] **P-Adic analyticity and Virasoro algebras for conformal theories in more than two dimensions**, Phys. Lett. B201 (1988) 306.

[76.] **The five-dimensional open Liouville superstring** (A. Bilal, coll.), Nucl. Phys. B293 (1987) 1.

[75] **Modular invariance for closed strings at the new critical dimensions** (A. Bilal, coll.), Phys. Lett. B187 (1987) 39.

[74.] **General relativity with non-abelian geometry and closed string field theory**, Nucl. Phys. B287 (1987) 815.

[73.] **Connection between interacting string field theory actions from the Parisi-Sourlas mechanism** (A. Bilal, coll.), Phys. Lett. B185 (1987) 79.

[72.] **New critical dimensions for string theories** (A. Bilal, coll.), Nucl. Phys. B284 (1987) 397.

[71.] **BRST analysis of super Kac-Moody and superconformal current algebra** (A. Bilal, coll.), Phys. Lett. B177 (1986) 313.

[70.] **Gauge invariance over a group as the first principle of interacting string dynamics**, Nucl. Phys. B276 (1986) 349.

[69.] **Group theoretic approach to the string field theory action**, Nucl. Phys. B276 (1986) 339.

[68.] **Transport matrices associated with the Virasoro algebra**, Phys. Lett. 160B (1985) 279.

[67.] **Infinite family of polynomial functions of the Virasoro generators with vanishing Poisson brackets**, Phys. Lett. 160B (1985) 277.

[66.] **Locality in strong coupling Liouville field theory and string models for dimensions 7, 13 and 19** (A. Neveu, coll.), Phys. Lett. 151B (1985) 2712

[65.] **Dimension shifting operators and null states in 2-D conformally invariant field theories** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B264 (1986) 557.

[64.] **Nonstandard 2-D critical statistical models from Liouville theory** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B257 (1985) 59.

[63.] **Oscillator representations of the 2-D conformal algebra** (A. Neveu, coll.), Commun. Math. Phys. 100 (1985) 15.

[62.] **Large-N baryonic solitons and quarks** (B. Sakita, coll.), Phys. Rev. D30 (1984) 1795.

[61.] **Large-N QCD baryon dynamics. Exact results from its relation to the static strong coupling theory** (B. Sakita, coll.), Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 87.

[60.] **Green functions and scattering amplitudes in Liouville string field theory. I** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B238 (1984) 396.

[59.] **Novel triangle relation and absence of tachyons in Liouville string field theory** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B238 (1984) 125.

[58.] **New quantum treatment of Liouville field theory** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B224 (1983) 329.

[57.] **New quantum solution of Liouville field theory** (A. Neveu, coll.), Phys. Lett. 123 B (1983) 86.

[56.] **Non-linear and collective phenomena in quantum physics**: a reprint volume from Physics Reports (M. Jacob co-ed.), Singapore: World Sci. (1983).

[55.] **The dual string spectrum in Polyakov quantization** (A. Neveu, coll.),

[55.I] I- Nucl. Phys. B199 (1982) 59;

[55.II] II- Nucl. Phys. B 209 (1982) 125.

[54.] **String structure of the masterfield of $U(\infty)$ Yangs Mills** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B192 (1981) 463.

[53.] **Derivation from first principles of the infrared structure of QED** (D. Zwanziger, coll.), Phys. Lett. 94B (1980) 389.

[52.] **The slope of leading Regge trajectory in QCD** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B163 (1980) 189.

[51.] **Hadronic and supersymmetric string states in chromodynamics** (A. Neveu and M. Jaekel, coll.), Nucl. Phys. B155 (1979) 75.

[50.] **Local harmonicity of the Wilson loop integral inclassical Yang-Mills theory** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B153 (1979) 445.

[49.] **The quantum dual wave functional in Yang-Mills theories** (A. Neveu, coll.), Phys. Letters 80B (1979) 255.

[48.] **Wave functions and energy for the vacuum and heavy quarks from the WKB Schrödinger equation for massive gauge theories with instantons** (B. Sakita and H. De Vega, coll.), Phys. Rev. D19 (1979) 604.

[47.] **Gauge degrees of freedom, external charges and quark confinement criterion in $A_0 = 0$ canonical formalism** (B. Sakita, coll.), Phys. Rev. D18 (1978) 453.

[46.] **Real time approach to instanton phenomena II Multidimensional potentials with continuous symmetry** (B. Sakita and H. De Vega, coll.), Nucl. Phys. B143 (1978) 125.

[45.] **Real time approach to instanton phenomena I Multidimensional potentials with degenerate absolute minima** (B. Sakita and H. De Vega, coll.), Nucl. Phys. B139 (1978) 20.

[44.] **Non-classical field configurations as minima of constrained systems** (A. Neveu and M. Virasoro, coll.), Nucl. Phys. B138 (1978) 45.

[43.] **W.K.B. Wave function for systems with many degrees of freedom: A unified view of solitons and pseudo-particles** (B. Sakita, coll.), Phys. Rev. D16 (1977) 3507.

[42.] **Collective coordinates in SU(2) Yang Mills field theory** (B. Sakita, coll.), City College preprint.

[41.] **The surface term in gauge theories** (B. Sakita and S. Wadia, coll.), Phys. Lett. 63B (1976) 55.

[40.] **Point-canonical transformations in path integrals** (A. Jevicki, coll.), Nucl. Phys. B110 (1976) 93.

[39.] **Quantum scattering of solitons** (A. Jevicki, coll.), Nucl. Phys. B110 (1976) 113.

[38.] **Collective coordinate method for quantization of extended systems** (A. Jevicki and B. Sakita, coll.), Phys. Report C23 (1976) 281.

[37.] **Perturbation expansion around extended-particle states in quantum field theory** (A. Jevicki and B. Sakita, coll.), Phys. Rev. D12 (1975) 1038.

[36.] **Extended particles in quantum field theories** (B. Sakita, coll.), Phys. Rev. D11 (1975) 2943.

[35.] **Quantized relativistic string as a strong coupling limit of the Higgs model** (B. Sakita, coll.), Nucl. Phys. B91 (1975) 301.

[34.] **Infinite component field theory of interacting relativistic strings and dual theory** (E. Cremmer, coll.), Nucl. Phys. B90 (1975) 410.

[33.] **Combining and splitting relativistic strings** (E. Cremmer, coll.), Nucl. Phys. B76 (1974) 209.

[32.] **New ghost free dual model** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B63 (1973) 127.

[31.] **Ghost free string picture of Veneziano model** (B. Sakita, coll.), Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 716.

[30.] **Ghost free dual model with leading intercept minus one** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B47 (1972) 422.

[29.] **Feynman rules for massive gauge fields with dual diagram topology** (A. Neveu, coll.), Nucl. Phys. B46 (1972) 381.

[28.] **Dual amplitudes and the Thirring model** (I. Andrič, coll.), Nucl. Phys. B42 (1972) 240.

[27.] **Field theory interpretation of super gauges in dual models** (B. Sakita, coll.), Nucl. Phys. B34 (1971) 832.

[26.] **Generalization of dual models** (B. Sakita, coll.), Nucl. Phys. B34 (1971) 477.

[25.] **Functional integral approach to dual theory** (B. Sakita, coll.), Phys. Rev. D4 (1971) 2291.

[24.] **Dual conserved current and local field interpretation of the multi-particle Veneziano amplitudes** (C. Bouchiat and N. Sourlas, coll.), Lett. Nuovo Cimento 3 (1970) 767.

[23.] **Operator expression for the Koba-Nielsen multi-Veneziano formula and gauge identities** , Nucl. Phys. B21 (1970) 192.

[22.] **On the building of dual diagrams from unitarity** (D. Amati and C. Bouchiat, coll.), Lett. Nuovo Cimento 2 (1969) 399.

[21.] **On the axial current Ward-Takahashi identities** (D. Amati and C. Bouchiat, coll.), Nuovo Cimento A65 (1970) 55.

[20.] **Renormalization of the σ–model. II. Fermion fields and regulators** (B.W. Lee, coll.), Nucl. Phys. 312 (1969) 627.

[19.] **Non-oscillation at high energy from a well-defined behavior of the phase for two body scattering amplitude**, Phys.Rev. 182 (1969) 1605.

[18.] **Partial wave expansion in the crossed channel for scattering amplitudes invariant under the Galilei group** (G. Velo, coll.), J. Math. Phys. 10 (1969) 1265.

[17.] **New criterion for non-oscillating high energy behaviour of scattering amplitudes** (F.J. Yndurain, coll.):

[17.I] I - Phys. Rev. 167 (1968) 1289

[17.II] II - Applications, ibid. 169 (1968) 1187.

[16.] **Regge cuts imply vanishing total cross sections or essentially constant diffraction peaks** (F.J. Yndurain, coll.),Phys. Rev. Lett. 20 (1968) 27.

[15.] **General representation of causal distributions** (F.J. Yndurain, coll.), J. Math. Phys.

[14.] **Dispersive approach to current algebra**, Phys. Rev. 177 (1969) 2182.

[13.] **Dispersive approach to the study of infinite momentum limit and equal time commutators**, Phys. Rev. 169 (1968) 1365.

[12.] **Difficulty in the infinite momentum limit connected with locality**, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 50.

[11.] **Sum rules and Jost-Lehmann-Dyson representation** (M. Le Bellac, coll.), Nuovo Cimento 47 (1967) 822.

[10.] **Current algebra and annihilation in two mesons** (J. Iliopoulos and J.M. Kaplan, coll.), Phys. Lett. 21 (1966) 103.

[9.] **On a test of electromagnetic T-violation in charged K decay** (J. Iliopoulos and J.M. Kaplan, coll.), Phys. Lett. 20 (1966) 432.

[8.] **Two channel generation of the ρ by one- and two-particle exchange forces**, Nuovo Cimento 41 (1966) 329.

[7.] **Calculation of the K* vector meson parameters from one- and two-particle exchange forces**, Phys. Rev. 138 (1965) 1457.

[6.] **A bootstrap model of the ρ including two-pion exchange forces**, Nuovo Cimento 34 (1964) 1347.

[5.] **The one-particle approximation and Feynman graphs** (B. Diu, coll.), Nuovo Cimento 35 (1965) 534.

[4.] **Some remarks about bootstrap calculations** (B. Diu and H.R. Rubinstein, coll.), Nuovo Cimento 31 (1964) 341.

[3.] **Calculation of the K^* parameters from nearby singularities** (B. Diu and H.R. Rubinstein, coll.), Nuovo Cimento 31 (1964) 27.

[2.] **K^* generation by ρ exchange** (B. Diu and H.R. Rubinstein, coll.), Phys. Lett. 4 (1963) 280.

[1.] **Formalisme relativiste de la polarisation dans une description à deux composantes des particules de spin 1/2**, Ann. Inst. Henri Poincaré, 1A (1964) 385.

3.2 Articles de revue.

Références

[R58.] **Supersymmetry: Early Days and Nowadays**. Comptes Rendus de la Rencontre Thirty Years of Supersymmetry, Minnéapolis, à paraître dans Nucl. Phys. Proced. Supp.

[R57.] **Exact Integration Methods for Supersymmetric Yang-Mills Theory** Compte Rendus de la Rencontre sur Cordes Dualité et Géométrie, Montréal mars 2000, à paraître.

[R56.] **Baecklund transformations in 10D SUSY Yang-Mills theories (with a preamble on the birth of supersymmetry)**. In: Shifman, M. (ed.), *Many Faces of Superworld, Yuri Golfand Memorial Volume*. World Scientific, 1999, hep-th/9911008.

[R55.] **Lax equations in ten-dimensional supersymmetric classical Yang-Mills theories**. Contribution to the International Seminar on Integrable Systems, in memoriam of Mikhail V. Saveliev, Max-Planck Institute for Mathematics, Bonn (1999), hep-th/9903218.

[R54.] **Solution generating in ten dimensional supersymmetric classical Yang-Mills theories,** Contribution to the Dubna Memorial Volume in honor of Mikhail V. Saveliev. (1999), hep-th/9910235.

[R53.] **Chirality deconfinement beyond the $C = 1$ barrier of two dimensional gravity,** notes de cours à la Rencontre de Cargèse " Low dimensional applications of quantum field theories ", NATO ASI Series, B: Physics Vol. 362, Plenum Press.

[R52.] **Quantum group approach to strongly coupled two dimensional gravity,** notes de cours à l'Ecole d'Ete des Houches " Quantum symmetries " 1995, North-Holland 1998.

[R51.] **From weak to strong coupling in two dimensional gravity**, Comptes Rendus de la conférence STRINGS95, World Scientific 1996.

[R50.] **Quantum mechanical quantum group in two dimensional gravity**, Comptes Rendus de la "Gürsey memorial conference I", Springer 1995.

[R49.] **2-Dimensional quantum geometries**, Comptes Rendus de la "International Conference on Interface bewteen Physics and mathematics" , Hang Zou, Chine, 1993, World Scientific.

[R48.] **Going from conformal to light cone in W gravity**, Comptes Rendus de la conférence "Strings'93", Berkeley 1993, World Scientific.

[R47.] **Introduction to differential W geometry**, Comptes Rendus de la conférence "New developments in string theory, conformal models and topological field theory" Cargèse 1993, Plenum.

[R46.] **Two dimensional gravity and its W generalisations**, notes de cours de la VII Ecole d'été JORGE SWIECA, 1993, publication interne.

[R45.] **Recent progress of the Liouville approach to (2D) gravity and its (Toda) generalizations**, Comptes Rendus de la conférence "String theory, quantum gravity, and the unification of fundamental interactions" Rome, 1992, World Scientific.

[R44.] **The W-geometry and quantum-group structure of (generalized) two-dimensional gravities**, Comptes Rendus de la conférence "Integrable Quantum Field Theories", Come Italie, septembre 1992, Plenum Press, 1993.

[R43.] **The quantum group structure and geometry of (generalized) two-dimensional gravities** Comptes Rendus de la conférence "Quantum Groups, Knot Theory, Statistical Mechanics, Conformal Field Theory and Related Topics", Tianjin, Chine, juin 1992, World Scientific, à paraître.

[R42.] **The quantum group structure and geometry of (generalised) two dimensional gravities**, Comptes Rendus de la XXII conférence sur "Differential geometric methods in theoretical physics" Tianjin, Chine, juin 1992, World Scientific 1993.

[R41.] **The W-geometry and quantum-group structure of (generalized) two-dimensional gravities** Comptes Rendus de la conférence "Integrable Quantum Field Theories", Come Italie, septembre 1992, Plenum Press, à paraître.

[R40.] **The W geometry of chiral surfaces in complex projective spaces** Comptes Rendus du "Spring School and Workshop on Strong Theory", Trieste, avril 1992, LPTENS 92/35, World Scientific.

[R39.] **Quantum group and two dimensional gravity**, Comptes Rendus de la Rencontre du Lac de Come, Italie: Quantum Group and Topology in Field Theory and Superconductivity, juin 1991, Plenum.

[R38.] **2D gravity-matter couplings**, Comptes Rendus de la Rencontre: Workshop on Random surfaces and 2-D Quantum Gravity, Barcelone, juin 1991, Nuclear Physics B (Proc. Suppl.) 25A (1992) 122.

[R37.] **Quantum group derivation of 2D gravity-matter couplings**, Comptes Rendus de la Rencontre: Strings and Symmetries, May 1991, Stony Brook, p. 247, U.S.A., World Scientific 1991.

[R36.] **Quantum group and Two dimensional gravity**, Comptes Rendus des Journées Relativistes de Corse, mai 1991.

[R35.] **The quantum group structure of 2D gravity**, Comptes Rendus de la Rencontre de Miami, U.S.A., 1991, Quantum Field Theory, Statistical Mechanics, Quantum Group and Topology, World Scientific.

[R34.] **Unitary truncation theorem for 2D gravity with central charges** 7**,** 13**, and** 19, Proceedings of the "4th annual meeting on Theoretical Physics", LAPP, Annecy: Recent advances in field theories, edité par Binetruy, Girardi, and Sorba, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 18B (1991), 92. North-Holland.

[R33.] **The quantum group structure of quantum gravity in two dimensions**, Proceedings of the Cargèse Summer School "Random Surfaces, Quantum gravity and Strings", p. 437, *in* "Random Surfaces and Quantum gravity" North-Holland, series B: Physics Vol. 262, 1991.

[R32.] **On the non-commutative symmetry of quantum gravity in two dimensions**, Proceedings of the "Symposium in Honor of B. Sakita's 60^{th} Birthday", World Scientific: Quarks, Symmetries, and strings, 1991, p.164.

[R31.] **Quantum group symmetry of 2D gravity**, Proceedings of the "Second Worshop at the Euler International Mathematics Institute", Leningrad, decembre 1990, p. 259, *in* "Quantum groups", Lecture Notes in Math. 1510 Springer-Verlag 1992.

[R30.] **On the algebraic structure of quantum gravity in two dimensions**, *in* "Topological Methods in quantum field theories", Rencontre de Trieste, World Scientific: 1991, p. 44.

[R29.] **W-algebras, W-strings, and quantum groups**, Proc. 1989 Alabama Conf. Superstrings and Particle Theory, Singapore: World Scientific, 1990, p. 301.

[R28.] **The quantum group of Virasoro conformal theories**, Proc. Trieste Conference on Recent Developments in Conformal Field Theories 1989, Singapore: World Sci. 1990 p.143.

[R27.] **Lie and quantum group structures common to integrable models and conformal theories**, Proc. IIIrd Regional Conf. on Mathematical Physics, Islamabad, Pakistan 1989, F. Hussain and A. Qadit eds., Singapore: World Sci., 1990, p. 138.

[R26.] **General approach to two-dimensional critical systems**, *in* "Common Trends in Statistical Physics and Field Theory", C. Itzykson, S. Kirkpatrick, G. Parisi, N. Sourlas, M.A. Virasoro, eds., Proc. of the Cargèse Workshop 1988, Phys. Reports 184 (1989) 121.

[R25.] **Conformal theories with nonlinearly extended Virasoro symmetries and Lie algebra classification** (A. Bilal, coll.), *in* "Infinite Dimensional Lie Algebras and Lie Groups", Proc. CIRM Conf., Marseille 1988, V.G. Kac ed., Singapore: World Sci. 1989, p. 483.

[R24.] **Systematic approach to conformal field theories**, *in* "Conformal Field Theories and Related Topics", Proc. 3rd Annecy meeting on Theoretical Physics, 1988, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 5B (1988) 119 Amsterdam: North Holland.

[R23.] **Liouville superstrings**, *in* "DST Workshop on particle physics – superstring theory", Rencontre de Kanpur, Indes, Singapore: World Sci. 1988, p. 287.

[R22.] **Liouville superstrings**, *in* "Perspectives in string theory" Conference Niels Bohr-Nordita, Copenhague, Singapore: World Sci. 1988, p. 256.

[R21.] **Liouville superstrings**, *in* "Conformal invariance and string theory", École d'été Poiania Brasov, Roumanie, Perspective in Physics, Academic Press 1989.

[R20.] **Liouville strings**, *in* "Superstrings" Rencontre OTAN à Boulder U.S.A., NATO ASI Series, Plenum Press, 1988, p. 169.

[R19.] **Les constituants ultimes de l'Univers sont-ils des supercordes?**, Paris: Rev. du Palais de la Découverte, 1987, vol. 15, no 150, p. 29.

[R18.] **Dual resonance models**, *in* "Quantum field theory and quantum statistics, Essays in honour of the 60th birthday of E.S. Fradkin", I.A. Batalin, C.J. Isham and G.A. Vilkovisky eds., Bristol: Adam Hilger, 1987, vol. 2, p. 435.

[R17.] **From Yang-Mills to string fields**, *in* "Superstrings, anomalies and unification", Proc. 5th Adriatic meeting, Dubrovnik, 1986, M. Martinis and I. Andric eds., Singapore: World Sci., 1987, p. 159.

[R16.] **Basic features of string theories**, *in* "Selected Topics in Particle Physics", Proc. of the 4th Symp. on Theoretical Physics, Seoul, Korea, 1985, H.S. Song, Kyohak Yunkua eds., Seoul 1986 p. 137.

[R15.] **Conformally invariant field theories in two dimensions critical systems and strings** *in* "Proceedings of the 14th International Colloquium on Group theoretical methods in physics", Seoul, Corée, Singapore: World Sci. 1986, p. 155.

[R14.] **Conformally invariant field theories in two dimensions critical systems and strings** *in* "Unified String theories" rencontre à Santa Barbara, U.S.A., Singapore: World Sci., 1986, p. 459.

[R13.] **Basic features of string theories** *in* "Superstrings, supergravity and unified theories", Rencontre à Trieste, The ICTP series in theoretical physics, vol.2, Singapore: World Sci. 1986, p. 22.

- [R12.] **Some recent progress in Chromo String Dynamics**, *in* "Unified theories of elementary particles" Rencontre de Munich, Springer Verlag, Lecture notes in Physics, 1981.
- [R11.] **Strings in QCD with many colours** , *in* "Non-Perturbative Aspects of Quantum Field Theory", Proc. XIIth Int. GIFT Seminar on theoretical Physics, San Feliu 1981, J. Julve and M. Ramon-Medrano eds., Singapore: World Sci. 1982, p. 19.
- [R10.] **QCD strings** (A. Neveu, coll.), *in* "Particle Physics 1980", Proc. 3rd Adriatic Meeting, Dubrovnik 1980, I. Andric, I. Dadic, N. Zovko eds., North Holland, 1981, p. 143.
- [R9.] **String dynamics in Quantum Chromo-Dynamics** (A. Neveu, coll.), *in* "Common Trends in Particle and Condensed Matter Physics", Proc. Les Houches Winter Inst. 1980, E. Brezin, J.-L. Gervais, G. Toulouse eds. Phys. Rep. 67-1 (1980) 151.
- [R8.] **Relevance of classical solutions to quantum mechanics**", *in* "Invariant wave equations", École d'été d'Erice, Springer Verlag, Lecture notes in Physics, 1978.
- [R7.] **String states in QCD** (A. Neveu, coll.), *in* "Recent Developments in Gauge Theories", Proc. 1979 Cargèse Summer Institute, G. 't Hooft et al. eds, Plenum Press, New York, 1980, p. 83.
- [R6.] **Collective coordinates with non trivial dynamics** *in* "Non-perturbative aspects in quantum field theory", Proc. Les Houches 1978, Phys. Reports 49 (1979) 131.
- [R5.] **Solitons and instantons in quantum field theory**, *in* "Contacts between high energy and other fields of physics", Proc. Schladming School 1977, Springer-Verlag, Acta Physica Austriaca Suppl. 18 (1977) 385.
- [R4.] **Collective coordinate method for quantization of extended systems**, (A. Jevicki, B. Sakita, Coll.), *in* "Extended systems in field theory" Rencontre à l'École Normale Supérieure, Phys. Rep. 23, No 3 (1976) 240.
- [R3.] **Feynman rules for massive gauge fields with dual diagram topology** (A. Neveu Coll.) *in* "Renormalization of Yang-Mills fields and applications to particle physics" Rencontre à Marseille 1972, publié dans les Comptes Rendus.
- [R2.] **Dualité axiomatique** *in* "Interactions fortes", Colloque du CNRS 1971, Montpellier, publié dans les Comptes Rendus.
- [R1.] **Anomalies in Ward-Takahashi identities**, *in* "Cargèse lectures in physics" vol. 5, 1970, Gordon and Breach.