



SCUOLA NORMALE SUPERIORE

QUADERNI

**Interaction of Radiation
with Matter**

**A Volume in honour
of Adriano Gozzini**

PISA - 1987



La cascade radiative de l'atome habillé

J. DALIBARD - S. REYNAUD - C. COHEN-TANNOUDJI(*)

Cet article est un témoignage de notre amitié pour Adriano Gozzini et de notre admiration pour l'originalité et l'élégance de son oeuvre scientifique. Nous y discutons certains aspects des propriétés statistiques de la lumière de fluorescence émise par un atome excité par un ou plusieurs faisceaux laser. Comprendre les interactions entre atomes et photons est une préoccupation essentielle d'Adriano Gozzini et nous espérons qu'il sera intéressé par l'image physique de la cascade radiative de l'atome habillé que nous proposons ici pour interpréter divers effets tels que les corrélations de photons, les "sauts quantiques" et les "résonances noires".

L'étude de la fluorescence de résonance, c'est-à-dire de l'absorption et de la réémission de photons par un atome (Fig. 1), est un des problèmes les plus anciens de la physique atomique [1-3]. La possibilité d'étudier expérimentalement le cas où l'atome interagit avec une onde laser monochromatique, résonnante et intense a permis de mettre en évidence plusieurs phénomènes nouveaux lorsque la transition est saturée par l'interaction. En effet, l'atome peut alors osciller de façon cohérente entre les états couplés par le laser ("oscillation de Rabi"), ce qui modifie profondément la répartition spectrale de la lumière de fluorescence ("triplet de fluorescence" [4-6]). Les corrélations temporelles entre photons de fluorescence présentent aussi des caractéristiques très intéressantes ("dégrouperement de photons" [6-7]).

De très nombreux travaux ont été consacrés à l'étude théorique des propriétés de la lumière de fluorescence. La méthode la plus fréquemment utilisée consiste à décrire la dynamique atomique par des "équations de Bloch optiques" [8-9] analogues aux équations de Bloch décrivant la résonance magnétique [10]. Bien qu'elle permette de calculer tous les signaux, cette méthode ne fournit pas toujours des images physiques simples pour interpréter les résultats obtenus, en particulier en ce qui concerne les statistiques de photons. La raison en est que le champ laser est traité comme un champ classique dans cette méthode et que les processus élémentaires d'absorption ou d'émission de photons n'apparaissent donc pas directement dans les équations.

On peut au contraire traiter quantiquement le champ laser et étudier "l'atome

(*) École Normale Supérieure et Collège de France, 24 rue Lhomond 75231 Paris Cedex 05 - France

habillé”, c’est-à-dire le système formé par l’atome et les photons laser [11]. Les processus élémentaires d’absorption, d’émission induite et d’émission spontanée apparaissent alors de façon très naturelle dans ce point de vue. Nous allons montrer ci-dessous (§ 1) que les propriétés statistiques de la lumière de fluorescence s’interprètent bien en considérant la “cascade radiative” de l’atome habillé, c’est-à-dire le processus dans lequel l’atome habillé descend le long de son diagramme d’énergie tout en émettant des photons de fluorescence.

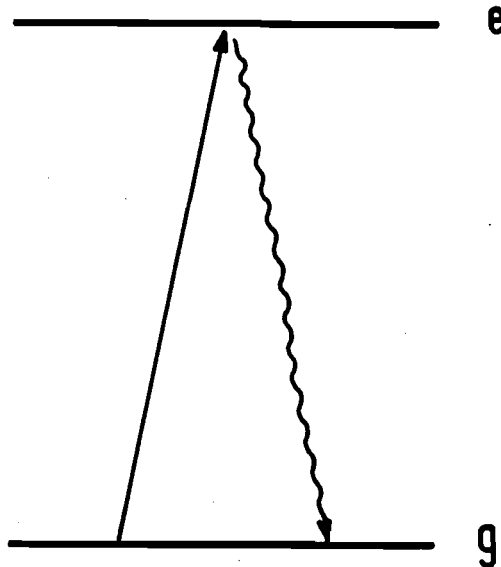


Fig. 1. Absorption et réémission de photons par un atome à 2 niveaux g et e .

Ce point de vue est par ailleurs particulièrement bien adapté à la discussion d’un certain nombre d’effets, qui apparaissent comme liés à une interruption de la cascade radiative. Nous en discutons deux exemples correspondant à des atomes à trois niveaux excités par deux lasers.

Le premier exemple (§ 2) est celui de la “fluorescence intermittente”, suggérée par Dehmelt [12], qui consiste en une interruption momentanée de la cascade radiative lorsque l’atome habillé se trouve piégé sur un niveau “étagère” ayant une très longue durée de vie. La mise en évidence récente de cet effet [13-15] a permis l’observation spectaculaire des “sauts quantiques” par lesquels l’atome atteint un niveau piège ou le quitte.

La deuxième exemple (§ 3) est celui des “résonances noires”, découvertes par Adriano Gozzini et ses collaborateurs [16], correspondant à une interruption définitive de la cascade radiative après piégeage de l’atome habillé dans un niveau de durée de vie infinie.

1. - La fluorescence interprétée comme une cascade radiative de l'atome habillé.

Dans cette première partie, nous étudions la fluorescence du système à 2 niveaux représenté sur la figure 1. Dans le point de vue de l' "atome habillé" les niveaux d'énergie sont repérés par un nombre quantique atomique (g pour l'état fondamental, e pour l'état excité) et le nombre N de photons laser. Au voisinage de la résonance, les deux niveaux $|g, N\rangle$ et $|e, N-1\rangle$ sont quasi dégénérés: l'écart entre eux est exactement le désaccord $\delta = \omega_L - \omega_A$ entre la fréquence laser ω_L et la fréquence atomique ω_A . Ces deux niveaux sont couplés par les processus d'absorption et d'émission stimulée, passage de g à e avec absorption d'un photon laser ou vice versa; le couplage est directement relié à la "fréquence de Rabi" Ω :

$$(1.1) \quad \langle e, N-1 | V | g, N \rangle = \hbar\Omega/2$$

Enfin, l'émission spontanée correspond à des transitions de e vers g avec conservation du nombre N de photons laser, le taux de transition étant le coefficient d'Einstein Γ .

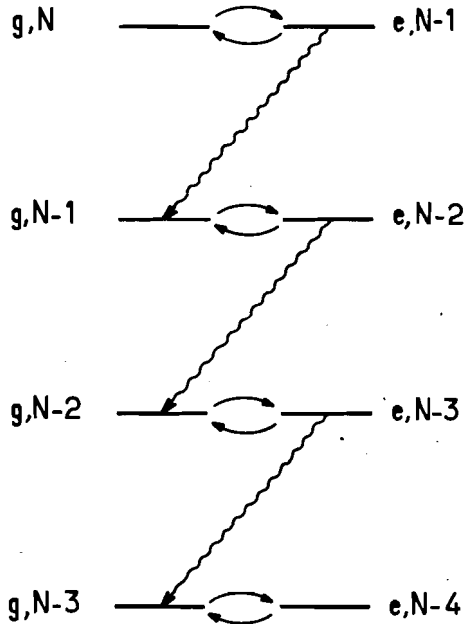


Fig. 2. Niveaux d'énergie du système atome+photons laser. Les flèches horizontales décrivent les processus réversibles d'absorption (flèches vers la droite) et d'émission stimulée (flèches vers la gauche). Les flèches ondulées décrivent les processus irréversibles d'émission spontanée.

Dans ce point de vue, le phénomène de fluorescence apparaît donc comme une suite ininterrompue de processus élémentaires (voir Fig 2): le système, partant par exemple de $|g, N\rangle$ peut passer dans $|e, N-1\rangle$ par absorption d'un photon laser, sauter dans $|g, N-1\rangle$ par émission spontanée, puis passer dans $|e, N-2\rangle$, puis sauter dans $|g, N-2\rangle$, ecc... . Ce phénomène d'émission de photons de fluorescence par l'atome habillé descendant le long de son diagramme d'énergie peut être appelé "cascade radiative de l'atome habillé" par analogie avec les cascades radiatives atomiques ou nucléaires.

La fonction délai

On peut décrire quantitativement cette cascade radiative par une équation pilote [17]. Les processus d'absorption et d'émission induite apparaissent alors comme des évolutions réversibles (oscillation entre les niveaux $|g, N\rangle$ et $|e, N-1\rangle$ par exemple) tandis que les processus spontanés sont plutôt des "sauts quantiques" irréversibles [18]. Les processus irréversibles interrompent l'évolution réversible en cours en "projetant" l'atome habillé dans le niveau d'arrivée ($|g, N-1\rangle$ par exemple). Après ce saut quantique, une nouvelle évolution réversible commence. Il en découle que les intervalles de temps entre deux émissions de photons de fluorescence sont des variables aléatoires indépendantes. Les propriétés statistiques des temps d'émission sont donc entièrement caractérisées par une seule fonction, la fonction délai $W(\tau)$, qui est la distribution de probabilité de la variable τ , délai séparant 2 émissions successives.

Cette fonction délai peut être calculée simplement: c'est en effet le produit du taux d'émission Γ par la population à l'instant τ du niveau émetteur, $|e, N-1\rangle$ par exemple, sachant que l'atome habillé se trouve "projeté" dans $|g, N\rangle$ à l'instant $\tau = 0$. La fonction d'onde correspondante s'écrit

$$(1.2) \quad |\Psi(\tau)\rangle = a_1(\tau)|\varphi_1\rangle + a_2(\tau)|\varphi\rangle + \sum_j b_j(\tau)|\Psi_j\rangle$$

où

$$(1.3) \quad |\varphi_1\rangle = |g, N\rangle; |\varphi_2\rangle = |e, N-1\rangle$$

et où les $|\Psi_j\rangle$ représentent les états contenant des photons de fluorescence. On obtient ainsi

$$(1.4) \quad W(\tau) = \Gamma |a_2(\tau)|^2$$

où $a_2(\tau)$ peut être déterminé à partir des équations d'évolution

$$(1.5) \quad \begin{cases} i\dot{a}_1 = \frac{\Omega}{2} a_2 \\ i\dot{a}_2 = \frac{\Omega}{2} a_1 - \left(\delta + i\frac{\Gamma}{2} \right) a_2 \end{cases}$$

et de la condition initiale (pour $\tau = 0$)

$$(1.6) \quad a_1 = 1; \quad a_2 = 0; \quad b_j = 0$$

La propriété $W(0) = 0$, évidente d'après (1.4) et (1.6), correspond exactement au phénomène de dégroupement de photons [5 -9, 19].

Il est tout à fait remarquable que la fonction $W(\tau)$ puisse être calculée en résolvant des équations pour des amplitudes et non des équations pour les éléments de la matrice densité (comme les équations de Bloch optiques). On retrouve par exemple dans le cas d'une excitation exactement résonnante ($\delta = 0$)

$$W(\tau) = \Gamma \frac{\Omega^2}{\lambda^2} \left(\sin^2 \frac{\lambda\tau}{2} \right) \exp \left(-\frac{\Gamma\tau}{2} \right)$$

avec

$$(1.7) \quad \lambda^2 = \Omega^2 - \frac{\Gamma^2}{4}$$

(ces formules correspondant au cas $\lambda^2 > 0$, i.e. $\Omega \geq \Gamma/2$; il faut sinon changer le signe de λ^2 et changer le sinus en sinus hyperbolique).

Intensité et fluctuations d'intensité

Nous venons de voir que le processus de fluorescence, considéré comme une suite de temps d'émission qui sont des variables aléatoires, est un processus stochastique à intervalles successifs indépendants, entièrement caractérisé par la seule fonction $W(\tau)$. On peut en déduire par exemple la valeur moyenne et les fluctuations de la variable I , intensité de fluorescence.

Pour commencer, considérons la variable t correspondant au temps nécessaire pour émettre n photons de fluorescence. Comme les intervalles successifs entre émissions sont indépendants, on obtient immédiatement

$$(1.8) \quad \bar{t} = n\bar{\tau} \quad ; \quad \Delta t^2 = n\Delta\tau^2$$

où $\bar{\tau}$ et $\Delta\tau$ sont la valeur moyenne et la dispersion du délai τ (calculés à partir de la fonction délai $W(\tau)$).

Supposons maintenant que l'on fixe le temps t de détection et que l'on étudie la variable aléatoire n , nombre de photons émis pendant le temps t . On peut montrer que la distribution $p(n, t)$ de n devient gaussienne lorsque $t \gg \bar{\tau}$ (théorème de la limite centrale):

$$(1.9) \quad p(n, t) \sim \exp \left[-(n - \bar{n})^2 / 2\Delta n^2 \right]$$

avec

$$(1.10) \quad \bar{n} = t/\bar{\tau}$$

$$(1.11) \quad \Delta n^2 = \bar{n}\Delta\tau^2/(\bar{\tau})^2$$

L'équation (1.10) signifie tout simplement que la valeur moyenne de l'intensité I est

$$(1.12) \quad \bar{I} = \bar{n}/t = 1/\bar{\tau}$$

(le nombre moyen de photons émis par seconde est l'inverse du délai moyen séparant deux émissions). Quand on calcule $\bar{\tau}$ à partir des équations (1.5), on trouve bien sûr le résultat habituel [8]

$$(1.13) \quad \bar{I} = \Gamma\Omega^2/(\Gamma^2 + 2\Omega^2 + 4\delta^2)$$

L'équation (1.11) donne les fluctuations du nombre n sur un temps grand, autrement dit le spectre S_I des fluctuations de I à fréquence basse:

$$(1.14) \quad S_I(\omega = 0) = \bar{I}\Delta\tau^2/(\bar{\tau})^2$$

où \bar{I} est la valeur correspondant à des fluctuations de Poisson ($\Delta n^2 = \bar{n}$), i.e. le bruit de photons habituel. Là encore, on peut calculer $\Delta\tau^2$ et retrouver le résultat connu pour le facteur $\Delta\tau^2/(\bar{\tau})^2$ de réduction ou d'augmentation du bruit de photons [20-21].

Le triplet de fluorescence

Il est bien connu que la méthode de l'atome habillé est particulièrement intéressante quand l'interaction atome-laser est forte (i.e. pour $\Omega > \Gamma$). Elle permet par exemple de comprendre très simplement pourquoi les fréquences d'émission se répartissent dans un triplet [4-6]. Elle va aussi nous permettre d'introduire une nouvelle catégorie de propriétés statistiques de la lumière de fluorescence.

Comme nous l'avons vu, les niveaux de l'atome habillé sont groupés en multiplicités de dimension 2: chaque multiplicité $\varepsilon(N)$ contient deux états $|\varphi_1\rangle$ et $|\varphi_2\rangle$ (éq. (1.3)). En diagonalisant l'interaction atome laser dans cette multiplicité, on obtient les états propres de l'atome habillé notés $|1\rangle$ et $|2\rangle$:

$$(1.15) \quad \begin{cases} |1\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |\varphi_1\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |\varphi_2\rangle \\ |2\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |\varphi_1\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |\varphi_2\rangle \end{cases}$$

avec

$$(1.16) \quad \operatorname{tg} \theta = \Omega/\delta \quad \text{et} \quad 0 < \theta < \pi$$

L'écart entre les deux niveaux est

$$(1.17) \quad \Omega' = (\Omega^2 + \delta^2)^{1/2}$$

Les deux niveaux habillés de chaque multiplicité sont contaminés à la fois par l'état atomique excité ϵ et fondamental g . Toutes les transition entre les niveaux de la multiplicité $\epsilon(N)$ et ceux de $\epsilon(N-1)$ sont donc permises:

$$(1.18) \quad \begin{aligned} (a) \quad & |1, \epsilon(N) \rangle \rightarrow |2, \epsilon(N-1) \rangle: \text{fréquence } \omega_L + \Omega' \\ (b) \quad & |2, \epsilon(N) \rangle \rightarrow |1, \epsilon(N-1) \rangle: \text{fréquence } \omega_L - \Omega' \\ (c) \quad & |1, \epsilon(N) \rangle \rightarrow |1, \epsilon(N-1) \rangle: \text{fréquence } \omega_L \\ (d) \quad & |2, \epsilon(N) \rangle \rightarrow |2, \epsilon(N-1) \rangle: \text{fréquence } \omega_L \end{aligned}$$

Il existe donc trois raies de fluorescence, l'écart entre les raies étant Ω' et leur largeur de l'ordre de Γ .

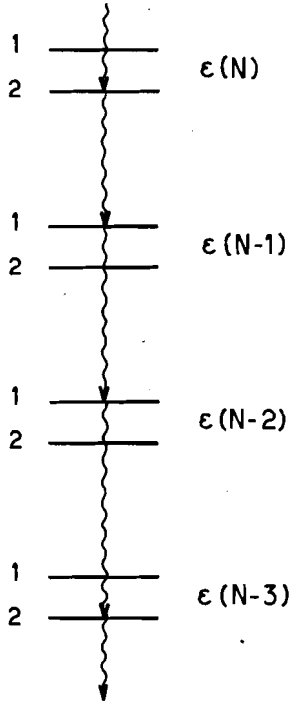


Fig. 3. Cascade de l'atome habillé représentée dans la base couplée.

Lorsque les raies sont bien séparées ($\Omega \gg \Gamma$), on peut très bien étudier les corrélations temporelles entre photons émis dans certaines raies du triplet [18, 22-24]. On interprète alors les statistiques observées en considérant que l'atome habillé cascade en sautant d'un de ses états propres à un autre (voir Fig. 3): partant par exemple de $|2, \epsilon(N) \rangle$, il saute dans $|1, \epsilon(N-1) \rangle$ puis $|1, \epsilon(N-2) \rangle$ puis $|2, \epsilon(N-3) \rangle$, etc. Le processus de fluorescence apparaît

maintenant comme une suite d'évènements qui peuvent être 4 évènements différents (émission d'un photon (a), (b), (c) ou (d)).

Il existe donc a priori 16 fonctions caractérisant le processus, les fonctions $W_{\alpha\beta}(\tau)$, probabilité conditionnelle, sachant qu'un évènement α a eu lieu à l'instant 0, que l'évènement suivant soit de type β et ait lieu à l'instant τ . En fait, la moitié de ces fonctions sont nulles: par exemple, l'évènement (a) est un saut quantique qui "projette" l'atome habillé dans un niveau $|2\rangle$ (voir éq. 1.18); le prochain évènement ne peut donc être que (b) ou (d); autrement dit

$$W_{aa}(\tau) = W_{ac}(\tau) = 0$$

Une telle analyse de la fluorescence constitue une analyse complémentaire de celle que nous avons menée plus haut. Les expériences correspondantes s'excluent mutuellement. Dans le premier cas, on étudie les temps d'émission sans faire aucune discrimination en fréquence. Dans le second cas, on sélectionne les photons émis dans une raie, par exemple en interposant sur le trajet des photons un filtre interférentiel. La largeur $\Delta\nu$ du filtre ($\Gamma < \Delta\nu < \Omega'$) est associée à une incertitude temporelle $(\Delta\nu)^{-1}$ sur la détermination des temps d'émission. Aux deux types d'expériences sont associées deux images physiques simples: celle de la figure 2 pour les photons non filtrés, celle de la figure 3 pour les photons filtrés. Mais ces deux images ne sont pas les mêmes, ce qui montre que le phénomène de fluorescence, phénomène intrinsèquement quantique, ne se laisse pas enfermer dans des schémas trop classiques.

2. - Cascade radiative intermittente: périodes noires et sauts quantiques

L'intérêt de la notion de "cascade radiative de l'atome habillé" n'est bien sûr pas limité à l'étude de la fluorescence d'un atome à deux niveaux. Ainsi, elle permet de rendre compte simplement, et d'une manière quantitative, du phénomène de "fluorescence intermittente" observé récemment sur la fluorescence d'un atome à 3 niveaux [13-15]. Ce phénomène se produit lorsqu'un système à 3 niveaux g, e_B, e_R (formant une configuration en V; voir Fig. 4.a) est excité simultanément par deux ondes laser résonnantes avec les transitions "bleue" $g-e_B$ et "rouge" $g-e_R$, la transition rouge étant de plus beaucoup plus faible que la transition bleue. La fluorescence observée a alors l'allure représentée sur la figure 4.b: des périodes lumineuses, comprenant de nombreux photons de fluorescence, alternent avec de longues périodes sombres, pendant lesquelles aucun photons n'est émis.

La méthode de l'étagère

L'existence d'un tel effet a initialement été suggérée par Dehmelt [12]. Cette proposition s'appuyait sur l'idée qualitative suivante: l'atome excité par le laser "bleu" émet de nombreux photons de fluorescence sur la

transition $g - e_B$, avec un taux $\Gamma_R/2$ si la transition est saturée (Γ_B^{-1} représente la durée de vie du niveau e_B). Mais si le laser "rouge" est résonnant avec la transition $g - e_R$, l'atome peut également absorber un photon rouge et passer sur le niveau e_R . La fluorescence bleue est alors totalement interrompue, pendant tout le temps que dure cette "mise sur étagère".

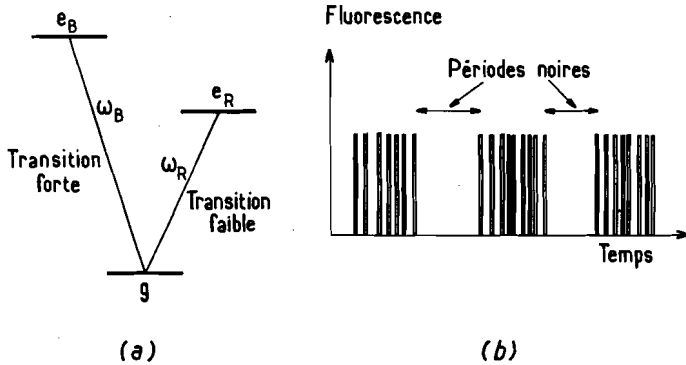


Fig. 4. a-Atome à 3 niveaux g, e_B, e_R avec 2 transitions partant du niveau inférieur stable g (configuration en V), l'une forte, l'autre faible.

b-Suite aléatoire d'impulsions à la sortie d'un photodétecteur observant la lumière de fluorescence émise par un atome unique. Les périodes noires correspondent à la "mise sur étagère" de l'atome dans le niveau métastable e_R .

Elle reprend dès que l'atome retombe du niveau e_R vers le niveau g par émission spontanée (constante de temps Γ_R^{-1}) ou par émission stimulée. Ainsi, le passage à résonance du laser rouge, et l'absorption d'un seul photon rouge, se traduisent par la disparition d'un très grand nombre de photons bleus. L'intérêt principal d'un tel dispositif est de permettre la détection d'une transition faible avec une sensibilité extrême: on obtient une amplification considérable de la résonance faible, de gain de l'ordre de Γ_B/Γ_R , qui atteint 10^8 dans les expériences réalisées effectivement [13-15].

Ce dispositif permet également de réaliser une situation unique à ce jour, où l'on observe à l'oeil les "sauts quantiques" d'un objet microscopique [25]. En l'absence de laser "rouge", la lumière de fluorescence "bleue" d'un ion unique piégé peut en effet être visible à l'oeil nu [13,14]. En présence de laser "rouge" on peut ainsi voir "en temps réel" l'atome effectuer en saut vers le niveau e_R (début d'une période sombre) ou du niveau e_R vers le niveau g (début d'une période lumineuse).

Les états habillés

Depuis l'article initial de Dehmelt, plusieurs traitements théoriques de cet effet ont été proposés [25 -34]. Parmi eux, l'utilisation de la notion de cascade

radiative de l'atome habillé apparaît comme une méthode très efficace pour rendre compte à la fois qualitativement et quantitativement des phénomènes en jeu [26].

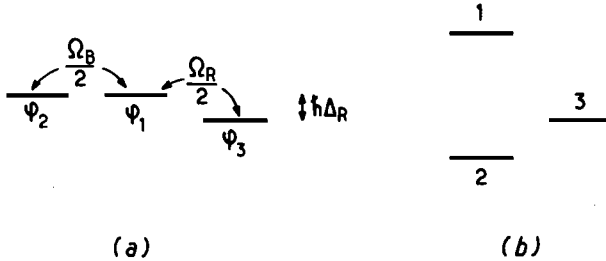
Les états de l'atome habillé sont dans ce problème groupés en multiplicités de dimension 3 et s'écrivent en l'absence de couplage atome-champs (Fig. 5.a):

$$(2.1.a) \quad \begin{cases} |\varphi_1\rangle = |g, N_B, N_R\rangle \\ |\varphi_2\rangle = |e_B, N_B - 1, N_R\rangle \\ |\varphi_3\rangle = |e_R, N_B, N_R - 1\rangle \end{cases}$$

(2.1.b)

(2.1.c)

où N_B et N_R sont les nombres de photons bleus et rouges. Les hamiltoniens d'interaction atome-laser bleu (fréquence de Rabi Ω_B) et atome-laser rouge (fréquence de Rabi Ω_R) couplent ces états entre eux et donnent naissance aux états propres notés 1, 2 et 3 (Fig. 5.b). En raison de la faible valeur de la fréquence de Rabi Ω_R , l'état perturbé 3 est peu différent de l'état non perturbé φ_3 (éq. 2.1.c). De même les états 1 et 2 sont peu différents des états 1 et 2 résultant du seul couplage $\Omega_B/2$ entre φ_1 et φ_2 (voir éq. 1.15).



(a)

(b)

Fig. 5. a - États de l'atome habillé $|\varphi_1\rangle = |g, N_B, N_R\rangle$, $|\varphi_2\rangle = |e_B, N_B - 1, N_R\rangle$ et $|\varphi_3\rangle = |e_R, N_B, N_R - 1\rangle$ formant une multiplicité de dimension 3 bien isolée des autres. Les flèches représentent les couplages entre états, proportionnels aux fréquences de Rabi Ω_B et Ω_R . Le désaccord du laser bleu est supposé nul (φ_1 et φ_2 ont même énergie), le désaccord du laser rouge est noté Δ_R (écart $\hbar\Delta_R$ entre φ_1 et φ_3).

b - États couplés 1, 2, 3 correspondant aux états non perturbés de la figure a. Comme Ω_r est très faible, l'état 3 diffère très peu de $|\varphi_3\rangle$.

La cascade intermittente

À priori, il existe 14 fréquences susceptibles d'apparaître lors de transition de la multiplicité $\varepsilon(N_B, N_R)$ vers les deux multiplicités adjacentes $\varepsilon(N_B - 1, N_R)$ et $\varepsilon(N_B, N_R - 1)$; 7 d'entre elles sont au voisinage de ω_B , et 7 autres au voisinage de ω_R . Toutefois, certaines de ces fréquences ont un poids considérablement plus faible que les autres. Etudions d'abord les niveaux susceptibles d'être atteints par émission d'un photon; ces niveaux doivent être suffisamment "contaminés"

par l'état atomique fondamental g , ce qui est le cas des états 1 et 2. L'état 3, pratiquement égal à φ_3 , ne sera donc que très rarement le point d'arrivée d'une transition.

Etudions ensuite la désexcitation de ces 3 états 1, 2 et 3. Les états 1 et 2 sont "contaminés" d'une manière importante par l'état atomique e_B et se désexcitent rapidement. Par contre, l'état 3 a une grande durée de vie et la cascade s'interrompt pendant une longue période lorsque cet état est peuplé. Cette description nous conduit ainsi à la notion de cascade intermittente: la plupart des transitions se font entre les états 1 et 2 avec un taux très voisin de celui trouvé pour un atome à 2 niveaux. Mais, de temps à autre, l'atome habillé subit une transition qui le porte sur l'état 3, et la cascade s'interrompt alors pendant une longue durée: c'est l'origine des périodes noires. La figure 6 représente un exemple d'une telle cascade, dans le cas particulier où l'on néglige la fluorescence rouge, la désexcitation de e_R se faisant uniquement par émission stimulée (limite $\Gamma_R = 0$).

La fonction délai

Nous pouvons maintenant chercher des informations précises sur ces périodes noires, comme leur durée ou leur fréquence d'apparition. Pour cela, il nous suffit de déterminer la fonction $W(\tau)$, définie au paragraphe précédent comme la distribution de probabilité de la variable τ , délai séparant deux photons de fluorescence consécutifs. L'existence de périodes noires doit se traduire par l'apparition d'une longue constante de temps sur W .

Le calcul explicite de la fonction délai se fait comme au premier paragraphe; immédiatement après l'émission d'un photon de fluorescence, l'atome est dans l'état $|\varphi_1\rangle = |g, N_B, N_R\rangle$. Au bout d'un temps τ , la fonction d'onde $|\Psi(\tau)\rangle$ s'écrit [26]:

$$(2.2) \quad |\Psi(\tau)\rangle = \sum_{i=1}^3 a_i(\tau) |\varphi_i\rangle + \sum_j b_j(\tau) |\Psi_j\rangle$$

où les $|\Psi_j\rangle$ représentent tous les états contenant de nouveaux photons de fluorescence. La fonction délai se calcule alors à partir des $a_i(\tau)$ (cf. 1.4)

$$(2.3) \quad W(\tau) = \Gamma_B |a_1(\tau)|^2 + \Gamma_R |a_2(\tau)|^2$$

L'évolution des coefficients a_i est donnée par:

$$(2.4) \quad \begin{cases} i\dot{a}_1 = \frac{\Omega_B}{2} a_2 + \frac{\Omega_R}{2} a_3 \\ i\dot{a}_2 = \frac{\Omega_B}{2} a_1 - \left(\Delta_B + \frac{i\Gamma_B}{2} \right) a_2 \\ i\dot{a}_3 = \frac{\Omega_R}{2} a_1 - \left(\Delta_R + \frac{i\Gamma_R}{2} \right) a_3 \end{cases}$$

où Δ_B et Δ_R sont les désaccords des lasers bleu et rouge. La résolution de ce système, par exemple par transformation de Laplace, ne pose pas de problème de principe, et permet, à la limite de faibles Ω_R et Γ_R , de mettre $W(\tau)$ sous la forme:

$$(2.5) \quad W(\tau) = W_0(\tau) + \frac{p}{\tau_n} \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_n}\right)$$

où $W_0(\tau)$ représente la fonction délai calculée en absence de laser rouge (éqs. 1.4, 1.5). Le second terme de 2.5 correspond à l'existence d'une constante de temps τ_n , beaucoup plus longue que les constantes de temps qui apparaissent dans $W_0(\tau)$. τ_n est précisément la durée de vie du niveau 3 de l'atome habillé et donne directement la durée moyenne des périodes noires. On peut également déduire de (2.5) la durée moyenne τ_i des périodes lumineuses. En effet p est la probabilité d'apparition d'une période noire lors de chaque émission. Le nombre moyen \bar{n} de photons émis dans une période lumineuse est donc:

$$(2.6) \quad \bar{n} = 1/p$$

Ces photons sont séparés par un intervalle de temps moyen $\bar{\tau}_0$ correspondant à la fonction $W_0(\tau)$ et calculé dans la première partie (éq. 1.12). La durée τ_i s'écrit donc:

$$(2.7) \quad \tau_i = \bar{n}\bar{\tau}_0 = \bar{\tau}_0/p$$

Effet Autler-Townes et périodes noires

Pour illustrer ces résultats, considérons le cas particulier où le laser est intense ($\Omega_B \gg \Gamma_B$) et résonnant ($\Delta_B = 0$). Le couplage atome-laser bleu donne naissance aux deux états habillés 1 et 2 calculés dans la première partie (éq. 1.15) et séparés par l'énergie $\hbar\Omega_B$. En présence du laser rouge, on va alors assister à une variation résonnante de $1/\tau_i$ et $1/\tau_S$ avec Δ_R . La résonance se produit pour $\Delta_r = \pm\Omega_B/2$, c'est-à-dire quand l'état φ_3 a la même énergie qu'un des états habillés 1 et 2 (voir Fig.5). En effet, la contamination de 3 par 1 et 2, c'est-à-dire dans les deux cas par e_B et g est alors maximale.

L'observation du comportement des périodes noires quand on varie le désaccord du laser rouge peut donc permettre de mettre en évidence l'effet Autler-Townes induit par le laser bleu intense. Insistons sur le fait que les périodes lumineuses et les périodes sombres peuvent avoir des durées comparables. Lors d'une résonance Autler-Townes, on trouve par exemple $\tau_S = \tau_i/4$ pour le choix particulier $\Omega_R = \sqrt{\Gamma_b\Gamma_R}$ [26], alors qu'en dehors de résonance, la proportion des périodes sombres est dans ce cas très réduite.

Les photons "signatures"

Une question est souvent posée au sujet des périodes noires; y a-t-il une "signature" du commencement d'une période noire, ou en d'autres termes, peut-on savoir, immédiatement après la détection d'un premier photon à l'instant 0, si une période sombre a débuté? Dans le cadre de l'expérience décrite plus haut, la réponse à cette question précise est négative. En fait, on ne peut dire qu'une période noire a commencé que si, au bout d'un temps τ grand devant $\bar{\tau}_0$, aucun autre photon n'a été émis.

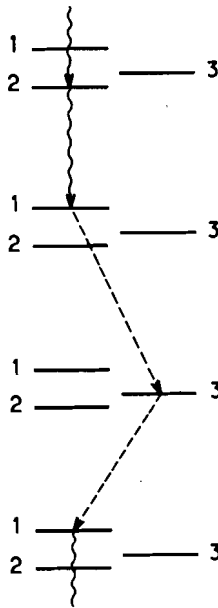


Fig. 6. Cascade radiative intermittente. Quand une cascade radiative amène l'atome habillé sur un niveau 3 de longue durée de vie (flèche en traits tiretés), la cascade radiative s'interrompt pendant un temps très long.

Une expérience comportant un filtrage en fréquence des photons de fluorescence pourrait permettre d'obtenir une réponse positive à la question. À l'intérieur d'une période lumineuse, les photons sont en effet émis avec les trois fréquences composant le triplet de fluorescence ω_L et $\omega_L \pm \Omega'$ (éq. 1.17). Comme on le voit sur la figure 6, le dernier photon d'une période lumineuse, c'est à dire le photon qui peuple l'état de longue durée de vie 3, est par contre émis à une fréquence différente. Il est donc possible, du moins dans une expérience de pensée, de détecter tous les photons après un filtrage en fréquence, et d'obtenir ainsi une signature du commencement d'une période sombre.

3. - Cascades radiatives interrompues: Les résonances noires

Nous considérons maintenant un système à 3 niveaux en "configuration Λ " (Fig. 7). Un niveau excité e est couplé à 2 niveaux inférieurs g_A et g_B , de durée de vie infinie (par exemple, g_A et g_B peuvent être 2 sous niveaux différents de l'état fondamental, ou encore g_A peut être l'état fondamental et g_B un état métastable). Deux faisceaux laser, de fréquences ω_A et ω_B , excitent les transitions $g_A - e$ et $g_B - e$ et on observe la lumière de fluorescence émise à partir de e .

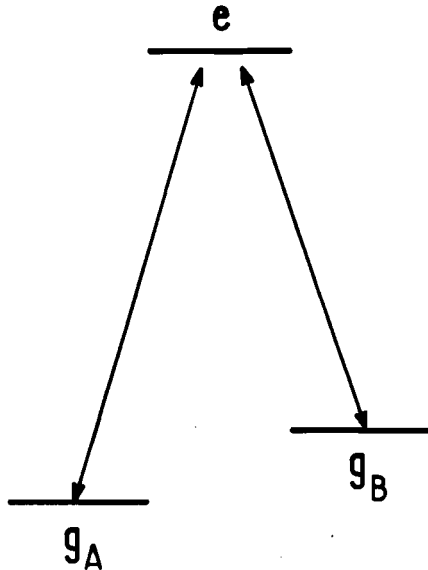


Fig 7. Atome à 3 niveaux g_a, g_b, e en configuration Λ . Les états g_A et g_B sont supposés stables.

Les résonance noires

Une propriété remarquable de cette configuration de niveaux est que toute fluorescence disparaît quand la différence entre les fréquences des 2 laser coïncide avec la fréquence correspondant à l'écart entre g_A et g_B

$$(3.1) \quad \hbar(\omega_A - \omega_B) = E(g_B) - E(g_A)$$

(condition de résonance Raman). Un tel phénomène a été observé pour la première fois dans le laboratoire de A. Gozzini [16]. Un faisceau laser multimode traverse une cellule remplie de sodium et placée dans un gradient de champ magnétique. La fluorescence, visible à l'oeil nu le long du trajet du faisceau, disparaît en tous les points de l'espace où l'écart, entre 2 sous niveaux

de l'état fondamental, déplacés par effet Zeeman et appartenant l'un au niveau hyperfin $F = 1$, l'autre au niveau $F = 2$, coïncide avec $\hbar\Delta\omega$ où $\Delta\omega$ est l'écart de fréquence entre 2 modes laser consécutifs. Plusieurs petites zones noires très fines apparaissent ainsi le long du trajet brillant du faisceau, d'où le nom de "résonances noires" donné à un tel phénomène.

L'intérêt de ces résonances noires est qu'elles sont très fines. Leur largeur est déterminée par le temps de relaxation de la "cohérence" entre g_A et g_B (élargissement dû à l'irradiation laser, collisions, temps de transit) et par l'effet Doppler associé à l'écart entre g_A et g_B , et non par la largeur naturelle de l'état excité e qui est beaucoup plus grande. Les résonances noires sont donc intéressantes pour la métrologie et la spectroscopie à haute résolution [35-36]. Plusieurs travaux théoriques ont été consacrés aux résonances noires. Certains utilisent l'équation du mouvement de la matrice densité atomique et montrent que les résonances noires sont dues à l'accumulation des atomes dans une superposition cohérente des états g_A et g_B oscillant avec une phase telle que les amplitudes d'excitation de l'atome par les 2 ondes laser interfèrent destructivement [37-39]. D'autres utilisent les états habillés du système atome + photons laser et mettent en évidence un piégeage de la population atomique dans un niveau habillé dont la durée de vie devient infinie quand la condition (3.1) est satisfaite [40]. Nous allons montrer ici qu'un tel piégeage de population correspond en fait à une interruption de la cascade radiative de l'atome habillé.

Interprétation en termes de cascade radiative

Quand les fréquences ω_A et ω_B sont voisines des fréquences des 2 transitions $g_A - e$ et $g_B - e$, les 3 niveaux non perturbés $|e, N_A, N_B\rangle$, $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$ et $|g_B, N_A, N_B + 1\rangle$ du système atome+photons laser (N_A et N_B étant les nombres de photons ω_A et ω_B) sont proches l'un de l'autre et forment une multiplicité $\epsilon(N_A, N_B)$ bien isolée des autres (Fig. 8.a). L'hamiltonien d'interaction V entre atome et rayonnement couple $|e, N_A, N_B\rangle$ à $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$ et $|g_B, N_A, N_B + 1\rangle$ et a pour éléments de matrice

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \langle e, N_A, N_B | V | g_A, N_A + 1, N_B \rangle &= \frac{\Omega_A}{2}; \\ \langle e, N_A, N_B | V | g_B, N_A, N_B + 1 \rangle &= \frac{\Omega_B}{2} \end{aligned}$$

où Ω_A et Ω_B sont les fréquences de Rabi associées aux excitations laser aux fréquences ω_A et ω_B (flèches de la figure 8.a).

Supposons la condition de résonance Raman (3.1) satisfaite. Les 2 niveaux $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$ et $|g_B, N_A, N_B + 1\rangle$ ont alors même énergie puisque leur séparation n'est autre que $E(g_B) - E(g_A) + \hbar(\omega_B - \omega_A)$. Avant d'étudier l'effet du couplage V , il est commode d'introduire les 2 combinaisons linéaires

orthogonales de ces 2 états

$$(3.3.a) \quad \left\{ \begin{array}{l} |G\rangle = \frac{\Omega_A}{\Omega} |g_A, N_A + 1, N_B\rangle + \frac{\Omega_B}{\Omega} |g_B, N_A, N_B + 1\rangle \\ (3.3.b) \quad |G'\rangle = \frac{\Omega_B}{\Omega} |g_A, N_A + 1, N_B\rangle - \frac{\Omega_A}{\Omega} |g_B, N_A, N_B + 1\rangle \end{array} \right.$$

où

$$(3.4) \quad \Omega = \sqrt{\Omega_A^2 + \Omega_B^2}$$

En effet, compte tenu de (3.2) et (3.3), il vient

$$(3.5) \quad \langle e, N_A, N_B | V | G \rangle = \frac{\Omega}{2}; \quad \langle e, N_A, N_B | V | G' \rangle = 0$$

L'état $|G'\rangle$ est donc parfaitement découplé de $|e, N_A, N_B\rangle$ et reste inactif par le couplage. Quant aux 2 états $|G\rangle$ et $|e, N_A, N_B\rangle$, ils se repoussent sous l'effet du couplage $\Omega/2$ qui existe entre eux et donnent naissance aux 2 états perturbés représentés sur la partie droite de la figure 8.b.

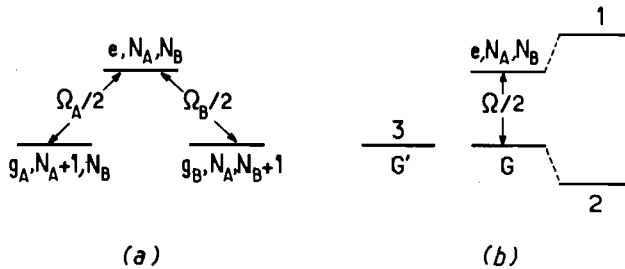


Fig. 8. a - Etats de l'atome habillé $|e, N_A, N_B\rangle$, $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$, $|g_B, N_A, N_B + 1\rangle$ formant une multiplicité de dimension 3 bien isolée des autres. Les flèches représentent les couplages entre états, proportionnels aux fréquences de Rabi Ω_A et Ω_B associés aux 2 excitations lasers aux fréquences ω_A et ω_B . On suppose que $\hbar(\omega_A - \omega_B)$ coïncide avec $E(g_B) - E(g_A)$ (condition de résonance Raman), de sorte que les 2 états $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$ et $|g_B, N_A, N_B + 1\rangle$ ont même énergie.

b - Les 2 états $|G\rangle$ et $|G'\rangle$ sont 2 combinaisons linéaires orthogonales de $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$ et $|g_B, N_A, N_B + 1\rangle$ dont l'une est couplée à $|e, N_A, N_B\rangle$ avec un couplage $\Omega/2$ où $\Omega = [\Omega_A^2 + \Omega_B^2]^{1/2}$ et l'autre non. Sous l'effet du couplage $\Omega/2$, les 2 états $|G\rangle$ et $|e, N_A, N_B\rangle$ donnent naissance aux états couplés 1 et 2. Le troisième état couplé 3 coïncide avec G' .

L'émission spontanée d'un photon de fluorescence fait passer l'atome habillé d'une multiplicité $\varepsilon(N_A, N_B)$ à une multiplicité inférieure $\varepsilon(N_A - 1, N_B)$ ou $\varepsilon(N_A, N_B - 1)$, et ainsi de suite... La figure 9 représente un exemple d'une telle

cascade radiative. Le point important est qu'une fois arrivé dans un niveau de type $|G' \rangle$, l'atome habillé ne peut plus émettre de photon de fluorescence. En effet, il est clair sur (3.3.b) qu'un état habillé $|G' \rangle$, ne contient aucune contamination du niveau atomique excité e et est donc stable vis à vis de l'émission spontanée. Une fois que la cascade radiative a amené l'atome dans un niveau habillé $|G' \rangle$, elle est donc interrompue définitivement et toute fluorescence disparaît.

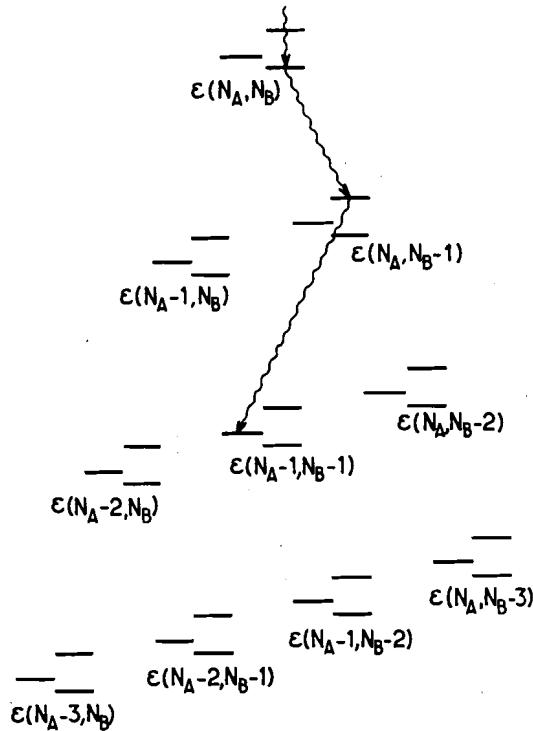


Fig. 9. Cascade radiative interrompue. Quand une transition radiative amène l'atome habillé sur un état $|3 \rangle = |G' \rangle$, qui ne contient aucune proportion d'état atomique excité e , la cascade radiative s'arrête définitivement.

Essayons maintenant de comprendre pourquoi la fluorescence réapparaît quand la fréquence d'un des 2 lasers est changée de δ par rapport à la valeur correspondant à la condition (3.1), et pourquoi la plage de valeurs de δ correspondant à une réapparition notable de la fluorescence (c'est-à-dire encore la largeur de la résonance noire) est petite devant la largeur naturelle Γ de e . Pour un tel désaccord δ par rapport à la condition (3.1), les 2 niveaux $|g_A, N_A + 1, N_B \rangle$ et $|g_B, N_A, N_B + 1 \rangle$ de la figure 8.a ne sont plus dégénérés, mais séparés par $\hbar\delta$. Il est bien sûr toujours possible

d'introduire les 2 combinaisons linéaires (3.3), mais dans cette nouvelle base, l'écart $\hbar\delta$ entre $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$ et $|g_A, N_A, N_B + 1\rangle$ donne naissance à un couplage non diagonal entre $|G\rangle$ et $|G'\rangle$ précisément proportionnel à δ . L'état $|G'\rangle$ va donc être contaminé par l'état $|G\rangle$, et comme ce dernier est couplé à $|e, N_A, N_B\rangle$, l'état $|G'\rangle$ va acquérir une composante non nulle d'état excité e , de sorte que la cascade radiative va pouvoir reprendre. La contamination de $|G'\rangle$ par $|G\rangle$ atteint sa valeur maximale quand le couplage δ entre $|G'\rangle$ et $|G\rangle$ devient de l'ordre de la largeur γ de $|G\rangle$, c'est-à-dire encore de l'ordre de la largeur de l'état fondamental. La largeur des résonances noires est donc de l'ordre de γ qui est beaucoup plus petit que Γ , si les 2 transitions $g_A - e$ et $g_B - e$ ne sont pas saturées ($\Omega_A, \Omega_B \ll \Gamma$).

Retour sur les configurations en V

Revenons au système étudié dans le ¶ 2 ci-dessus et supposons que les fréquences ω_B et ω_R des 2 lasers soient réglées à la condition de résonance Raman inverse entre e_B et e_R

$$(3.6) \quad E(e_B) - E(e_R) = \hbar(\omega_B - \omega_R)$$

Les 2 états $|e_B, N_B - 1, N_R\rangle$ et $|e_R, N_B, N_R - 1\rangle$ de la figure 5 ont alors même énergie et il est tentant d'introduire, comme nous l'avons fait en (3.3), les 2 combinaisons linéaires

$$(3.7.a) \quad \left\{ \begin{array}{l} |E\rangle = \frac{\Omega_B}{\Omega} |e_B, N_B - 1, N_R\rangle + \frac{\Omega_R}{\Omega} |e_R, N_B, N_R - 1\rangle \end{array} \right.$$

$$(3.7.b) \quad \left\{ \begin{array}{l} |E'\rangle = \frac{\Omega_B}{\Omega} |e_B, N_B - 1, N_R\rangle - \frac{\Omega_R}{\Omega} |e_R, N_B, N_R - 1\rangle \end{array} \right.$$

avec

$$(3.8) \quad \Omega = \sqrt{\Omega_B^2 + \Omega_R^2}$$

Le même calcul que celui fait plus haut donne

$$(3.9) \quad \langle E|V|g, N_B, N_R\rangle = \Omega/2 \quad \langle E'|V|g, N_B, N_R\rangle = 0$$

On peut alors essayer d'étendre aux configurations en V le raisonnement fait plus haut pour les configurations en A, D'après (3.9), l'état $|E'\rangle$ n'est pas couplé à $|g, N_B, N_R\rangle$ et reste donc in affecté par le couplage. Or, d'après (3.7.b), il ne contient aucune composante d'état fondamental g . Donc, il ne peut pas être le niveau d'arrivée d'une transition radiative d'émission spontanée se produisant à partir d'un niveau habillé d'une multiplicité plus élevée. Or, c'est précisément l'arrivée dans un état $|E'\rangle$ qui est le point de départ d'une période noire, puisque, d'après (3.7.b) et la condition $\Omega_B \gg \Omega_R$, l'état $|E'\rangle$ est très peu contaminé par l'état e_B de courte durée de vie et a donc une durée de vie

beaucoup plus longue que les 2 niveaux habillés résultant du couplage intense ($\Omega \sim \Omega_B$) entre $|E\rangle$ et $|g, N_B, N_R\rangle$. Le raisonnement précédent semble donc indiquer que les périodes noires devraient disparaître quand la condition de résonance Raman (3.6) est satisfaite (la déviation représentée en pointillé sur la cascade radiative de la figure 6 devenant interdite).

En fait, un tel raisonnement est insuffisant car il néglige les largeurs naturelles des niveaux e_B et e_R . La différence des largeurs naturelles de e_B et e_R apparaît comme une différence d'énergie complexe entre e_B et e_R qui introduit un couplage entre $|E\rangle$ et $|E'\rangle$, proportionnel à $\Gamma_B - \Gamma_R$, de la même façon que, dans le paragraphe précédent, la différence d'énergie réelle δ entre $|g_A, N_A + 1, N_B\rangle$ et $|g_B, N_A, N_B + 1\rangle$ introduisait un couplage entre $|G\rangle$ et $|G'\rangle$. L'état $|E'\rangle$ est donc indirectement couplé à $|g, N_B, N_R\rangle$ via $|E\rangle$ et possède toujours une composante non nulle d'état fondamental $|g\rangle$, même si la condition (3.6) est remplie, ce qui autorise les déviations en pointillés de la figure 6. Dans les configurations en Λ , c'est parce que les largeurs naturelles des 2 niveaux g_A et g_B sont égales (en fait, elles sont nulles) que l'état $|G'\rangle$ est découplé, non seulement de $|e, N_A, N_B\rangle$, mais aussi de $|G\rangle$ quand la condition de résonance (3.1) est remplie.

Finalement, pour une configuration en Λ , avec 2 niveaux inférieurs de même largeur naturelle (nulle), la cascade radiative de l'atome habillé peut être complètement interrompue, quand l'atome tombe dans un niveau $|G'\rangle$. C'est là l'origine des résonances noires. Dans une configuration en V avec 2 niveaux supérieurs e_B et e_R , de largeurs naturelles très différentes $\Gamma_B \gg \Gamma_R$, la cascade radiative a toujours une faible probabilité de dévier vers un état $|E'\rangle$ où l'atome reste longtemps avant de retomber plus bas. Cette intermittence de la cascade radiative est à l'origine des périodes noires.

References

- [1] A. EINSTEIN, *Physikal Zeitschrift*, **18**, 121 (1917).
- [2] P.A.M. DIRAC, *Proc. Roy. Soc.*, **114**, 243 (1927).
- [3] V. WEISSKOPF and E. WIGNER, *Zeitschrift Phys.*, **63**, 54 (1930).
- [4] F. SCHUDA, C.R. STROUD and M. HERCHER, *J. Phys.*, **B7**, L 198 (1974).
- [5] R.E. GROVE, F.Y. WU and S. EZEKIEL, *Phys. Rev.*, **A15**, 227 (1977).
- [6] J.D. CRESSER, J. HAGER, G. LEUCHS, M. RATEIKE and H. WALTHER, in "Dissipative Systems in Quantum Optics" ed. Bonfacio (Springer Verlag, 1982).
- [7] M. DAGENAIS and L. MANDEL, *Phys. Rev.*, **A18**, 2217 (1978).
- [8] C. COHEN-TANNOUDJI in "Frontiers in Laser Spectroscopy" Les Houches, Session XXVII, 1975, eds. Balian, Haroche, Liberman (North Holland, 1977).
- [9] B.R. MOLLOW in "Progress in Optics XIX" ed. E. Wolf, p. 1 (North Holland, 1981)
- [10] A. ABRAGAM "The Principles of Nuclear Magnetism" (Oxford Univers. Press, 1961) ou "Les Principes du Magnétisme Nucléaire" (Presses Universitaires de France, 1961).

- [11] C. COHEN-TANNOUDJI and S. REYNAUD, *J. Phys.*, **B10**, 345 (1977). Voir aussi mêmes auteurs in "Multiphoton Processes", eds. J. Eberly and P. Lambropoulos, Wiley 1978.
- [12] H.G. DEHMELT, I.E.E.E. *Trans. Instrum. Meas.*, **2**, 83 (1982); *Bull. Amer. Phys. Soc.*, **20**, 60 (1975).
- [13] W. NAGOURNEY, J. SANDBERG and H. DEHMELT, *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 2797 (1986).
- [14] TH. SAUTER, W. NEUHAUSER, R. BLATT and P.E. TOSCEK, *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 1696 (1986).
- [15] J.C BERGQUIST, R.B. HULET, W.M. ITANO and P.E. TOSCHEK, *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 1696 (1986).
- [16] G. ALZETTA, G. GOZZINI, L. MOI and G. ORRIOLS, *Il Nuovo Cim.*, **36B**, 5 (1976).
- [17] S. REYNAUD, *Annales de Physique*, **8**,315 (1983).
- [18] C. COHEN-TANNOUDJI and S. REYNAUD, *Phil Trans. Roy. Soc. London*, **A393**, 223 (1979).
- [19] D. WALLS, *Nature*, **280**, 451 (1979).
- [20] L. MANDEL, *Optics Letters*, **4**, 205 (1979).
- [21] R.J. COOK, *Phys. Rev.*, **A23**, 1243 (1981).
- [22] P.A. APANASEVICH and S.Y. KILIN, *J. Phys.*, **B12**, L.83, (1979).
- [23] A. ASPECT, G. ROGER, S. REYNAUD, J. DALIBARD and C. COHEN-TANNOUDJI, *Phys. Rev. Lett.*, **45**, 617 (1980).
- [24] J. DALIBARD and S. REYNAUD in "Frontiers in Laser Spectroscopy" (référence 8).
- [25] R.J. COOK and H.J. KIMBLE, *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 1023 (1985).
- [26] C. COHEN-TANNOUDJI and J. DALIBARD, *Europhys Lett.*, **1** (9), 441 (1986).
- [27] J. JAVANAINEN, *Phys. Rev.*, **A33**, 2121 (1986).
- [28] D.T. PEGG, R.LOUDON and P.L. KNIGHT, *Phys. Rev.*, **A33**, 4085 (1986).
- [29] F.T. ARECCHI, A. SCHENZLE R.G. DE VOE, K. JUNGMAN and R.G. BREWER, *Phys. Rev.*, **A33**, 2124 (1986).
- [30] A. SCHENZLE, R.G. DE VOE and R.G. BREWER, *Phys. Rev.* **A33**, 2127 (1986).
- [31] A. SCHENZLE and R.G.BREWER, *Phys. Rev.*, **A34**, 3127 (1986).
- [32] H.J. KIMBLE, R.J. COOK and A.L. WELLS, *Phys. Rev.*, **A34**, 3190 (1986).
- [33] P. ZOLLER, M. MARTE and D.F. WALLS, *Phys. Rev.*, **A35**, 198 (1987).
- [34] A. BARCHIELLI, preprint Oct. 1986.
- [35] J.E. THOMAS, P.R. HEMMER, S. EZEKIEL, C.C. LEIBY, R.H. PICARD and C.R. WILLIS, *Phys. Rev. Lett.*, **48** 867 (1982).
- [36] G. JANIK, W. NAGOURNEY and H.G. DEHMELT, *J.O.S.A.*, **B2**, 1251 (1985).
- [37] E. ARIMONDO and G. ORRIOLS, *Lettere al Nuovo Cim.*, **17**, 333 (1976).
- [38] H.R. GRAY, R.W. WHITLEY and C.R. STROUD, *Opt. Lett.*, **3**, 218 (1978).
- [39] G. ORRIOLS, *Nuovo Cim.*, **B53**, 1 (1979).
- [40] P.M. RADMORE and P.L.KNIGHT, *J. Phys.*, **B15**, 561 (1982).