

Résumé du cours 1999-2000

Le cours de l'année 1999-2000 a poursuivi l'étude, entreprise au cours des deux années antérieures, de la condensation de Bose-Einstein de gaz atomiques ultrafroids. Il a porté plus particulièrement sur l'étude des propriétés de cohérence des condensats.

La première séance est consacrée à un rapide survol des résultats essentiels exposés au cours des deux années antérieures : caractéristique du phénomène de condensation pour un gaz parfait de bosons ; importance des interactions entre atomes et description des collisions binaires entre atomes ultrafroids au moyen de la longueur de diffusion ; théories de champ moyen permettant de décrire la structure et la dynamique des condensats au moyen de l'équation de Gross-Pitaevskii ; théorie de Bogolubov permettant de donner une description plus précise des condensats, en particulier de leurs excitations élémentaires ; limite de Thomas-Fermi et limite hydrodynamique conduisant à des équations plus simples.

Le thème choisi pour le cours 1999-2000 est également précisé et l'organisation générale de ce cours esquissée.

Propriétés de cohérence d'un condensat

Les deux premières séances du cours de cette année sont consacrées à une discussion générale des problèmes qui seront étudiés. En quel sens peut-on dire qu'un condensat est un objet cohérent ? Quelles fonctions permettent de caractériser les propriétés de cohérence d'un condensat ?

Pour progresser dans la compréhension de ces problèmes, il est utile de s'inspirer des études faites sur la cohérence des champs optiques. On commence par rappeler l'expression de quelques états importants du champ de rayonnement quantique : états de Fock correspondant à un nombre N de photons bien défini, états cohérents correspondant à des superpositions linéaires d'états avec des valeurs de N différentes, et se rapprochant le plus possible d'un état classique d'amplitude et de phase bien définies ; mélanges statistiques d'états cohérents de même amplitude et de phase équipartie entre 0 et 2π . On introduit ensuite la fonction de corrélation $G^{(1)}(\bar{r}, \bar{r}')$ qui caractérise les corrélations existant entre les valeurs du champ entre deux points différents \bar{r} et \bar{r}' et qui détermine le contraste des franges d'interférence obtenues en superposant les champs issus de \bar{r} et \bar{r}' . En fait, $G^{(1)}(\bar{r}, \bar{r}')$ ne caractérise pas entièrement le champ et il faut introduire des fonctions de corrélation d'ordre supérieur, $G^{(2)}(\bar{r}, \bar{r}')$, $G^{(3)}(\bar{r}, \bar{r}', \bar{r}'')$, pour préciser les corrélations d'intensité en des points différents. On rappelle enfin les résultats du calcul de ces fonctions de corrélation dans quelques cas simples : champ optique gaussien, ce qui permet d'introduire la notion de longueur de cohérence et de discuter l'effet de groupement de photons, découvert par Hanbury Brown et Twiss ; champ optique cohérent, pour lequel toutes les fonctions de corrélation se factorisent en produits de fonctions de $\bar{r}, \bar{r}', \bar{r}'' \dots$

Par analogie avec l'optique, il est possible alors d'introduire des fonctions de corrélation pour un système de bosons. Les opérateurs champs électriques $\hat{E}^+(\vec{r})$ et $\hat{E}^-(\vec{r})$ sont remplacés par les opérateurs $\hat{\Psi}(\vec{r})$ et $\hat{\Psi}^+(\vec{r})$ qui détruisent ou créent un boson au point \vec{r} . Ces opérateurs champs peuvent être écrits sous forme d'une combinaison linéaire d'opérateurs \hat{a}_i et \hat{a}_i^+ qui détruisent ou créent un boson dans l'un quelconque des états $\varphi_i(\vec{r})$ d'une base orthonormée d'états. Un état de Fock du système de bosons correspond à un nombre bien défini N de bosons dans le même état $\varphi_o(\vec{r})$. Un état cohérent est une superposition linéaire d'états de N différents, qui n'a pas de sens physique clair car, à la différence des photons, les bosons ne peuvent pas être émis ou absorbés, de sorte que toutes les observables physiques commutent avec l'opérateur nombre de particules \hat{N} . Par contre, un mélange statistique d'états cohérents de bosons, d'amplitude bien définie et de phase équipartie entre 0 et 2π , peut s'écrire encore comme un mélange statistique d'états de Fock, qui a un sens physique très clair. Par analogie avec l'optique, on peut également introduire des fonctions de corrélation $G^{(1)}, G^{(2)}, G^{(3)} \dots$ pour un système de bosons, sous la forme de la valeur moyenne d'un produit de 2, 4, 6...opérateurs champs rangés dans l'ordre normal. Ces fonctions de corrélation sont calculées simplement dans un état de Fock, qui décrit assez bien un condensat de Bose-Einstein où N bosons sont condensés dans le même état $\varphi_o(\vec{r})$.

Un autre calcul intéressant est celui de la fonction de corrélation $G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}')$ pour un gaz de N bosons en équilibre thermodynamique à la température T dans une boîte, ou dans un piège harmonique. En l'absence d'interactions, le calcul est très simple et permet de suivre analytiquement l'évolution de $G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}')$ quand on augmente N à T fixée. Pour N très petit, le gaz n'est pas dégénéré et on trouve que $G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}')$ tend vers 0 quand la distance $|\vec{r} - \vec{r}'|$ devient supérieure à la longueur d'onde de de Broglie thermique λ_T . Quand N croît, la portée spatiale de $G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}')$ croît et devient infinie quand N dépasse la valeur critique correspondant au seuil de condensation. La condensation de Bose-Einstein se traduit donc par l'apparition d'un ordre spatial à très longue portée. La modification des résultats précédents sous l'effet des interactions est discutée simplement à partir de la théorie de Bogolubov. On montre enfin comment le théorème de Wick permet de calculer simplement les fonctions de corrélation d'ordre supérieur pour un système de N bosons en équilibre thermodynamique et de les exprimer sous forme d'un produit de fonctions de corrélation $G^{(1)}$.

Quelques remarques sont alors présentées sur les fluctuations ΔN_0 du nombre de particules condensées dans un condensat de Bose-Einstein. Si l'on décrit ce condensat par un état de Fock N_0 , on a bien sûr $\Delta N_0 = 0$. Par contre, dans une description grand canonique on trouve que, en l'absence d'interactions, ΔN_0 est très grand et peut-être de l'ordre du nombre moyen $\langle \hat{N}_0 \rangle$ de particules condensées. Cette différence entre les deux prédictions est en fait artificielle. On montre qu'elle disparaît lorsqu'on tient compte des interactions, ΔN_0 devenant beaucoup plus petit et de l'ordre de $\sqrt{\langle \hat{N}_0 \rangle}$.

Ce chapitre du cours se termine par une revue des études expérimentales des fonctions de corrélation $G^{(2)}$ et $G^{(3)}$ pour des condensats de Bose-Einstein (l'étude de $G^{(1)}$ sera présentée de

manière beaucoup plus détaillée dans des chapitres ultérieurs). La fonction $G^{(2)}(\bar{r}, \bar{r})$ apparaît dans l'énergie d'interaction U d'un condensat, somme des énergies d'interaction d'une paire de bosons quand ils sont très proches l'un de l'autre. La mesure de U est faite sur l'énergie libérée après expansion balistique du condensat. La fonction $G^{(3)}(\bar{r}, \bar{r}, \bar{r})$ intervient dans l'expression des taux de collisions inélastiques à trois corps, collisions qui apparaissent quand trois bosons sont très proches l'un de l'autre. Les expériences correspondantes réalisées au M.I.T. et à Boulder, sont décrites successivement. Les résultats observés sont en accord satisfaisant avec les prédictions théoriques faites sur un état de Fock. Ils diffèrent nettement de ceux prévus pour un gaz peu dégénéré dont la température T est très supérieure à la température critique T_c .

Phase relative de deux condensats

La phase absolue d'un condensat n'a pas de sens physique. Par contre, la différence de phase entre deux points d'un même condensat a un sens physique bien défini. De même, on peut s'intéresser à la différence de phase entre deux condensats différents. Le chapitre suivant du cours est consacré à la description d'états de deux condensats présentant une phase relative φ bien définie.

Le premier exemple d'état de phase relative φ bien définie est construit de la manière suivante. Soient $\psi_a(\bar{r})$ et $\psi_b(\bar{r})$ deux états normés à une particule. Considérons l'état $\psi(\bar{r}) = \alpha\psi_a(\bar{r}) + \beta\psi_b(\bar{r})e^{-i\varphi}$ où α et β sont supposés réels avec $\alpha^2 + \beta^2 = 1$. Une particule dans l'état $\psi(\bar{r})$ est dans une superposition linéaire des états ψ_a et ψ_b avec une phase relative φ bien définie. On introduit alors un état $|N, \varphi\rangle$ de N bosons, où tous les N bosons sont dans l'état ψ précédent. Le formalisme de la seconde quantification, utilisant les opérateurs de création \hat{a}^+ et \hat{b}^+ d'un boson dans l'état $\psi_a(\bar{r})$ et $\psi_b(\bar{r})$ est particulièrement commode pour décrire l'état des N bosons qui s'écrit :

$$|N, \varphi\rangle = (1/\sqrt{N!}) \left[\alpha\hat{a}^+ + \beta\hat{b}^+ e^{-i\varphi} \right]^N |0\rangle$$

où $|0\rangle$ est le vide de particules. En développant l'état précédent, on montre alors que l'état de phase relative $|N, \varphi\rangle$ est une superposition linéaire d'états où n_a bosons sont dans l'état ψ_a , n_b bosons dans l'état ψ_b , avec $n_a + n_b = N$. Alors que $n_a + n_b$ est fixé, $n_a - n_b$ varie d'un état de la superposition à l'autre, la dispersion $\Delta(N_a - N_b)$ sur les valeurs de $n_a - n_b$ étant proportionnelle à \sqrt{N} . L'existence d'une phase relative φ bien définie entre les deux condensats se traduit donc par une incertitude sur la différence $n_a - n_b$ du nombre de particules présentes dans chaque condensat. La phase relative φ apparaît ainsi comme la variable conjuguée de $\hat{N}_a - \hat{N}_b$.

Les propriétés précédentes se manifestent également dans un autre type d'état où la phase relative φ est bien définie. On considère un produit de deux états cohérents $|Ae^{i\varphi_a}\rangle$ et $|Be^{i\varphi_b}\rangle$ relatifs à deux " modes " $\psi_a(\bar{r})$ et $\psi_b(\bar{r})$, A et B étant deux amplitudes réelles et φ_a, φ_b deux phases. On introduit alors un mélange statistique d'états produits $|Ae^{i\varphi_a}\rangle \otimes |Be^{i\varphi_b}\rangle$, où A et B sont fixes, φ_a équipartie entre 0 et 2π , $\varphi_a - \varphi_b$ restant fixe et égal à φ . Un tel mélange est appelé état cohérent relatif, de phase relative φ bien définie. On montre que l'opérateur densité correspondant $\hat{\rho}_{AB}(\varphi)$ n'a

d'éléments de matrice non nuls qu'entre états n_a, n_b et n'_a, n'_b ayant le même nombre total de particules ($n_a + n_b = n'_a + n'_b$), mais que $n_a - n_b$ peut varier ($n_a - n_b \neq n'_a - n'_b$), ce qui montre là encore l'existence d'une dispersion sur $\hat{N}_a - \hat{N}_b$ quand φ est bien définie.

Interférences entre deux condensats

Le cours se poursuit par la description et l'analyse d'une expérience d'interférence réalisée récemment au M.I.T. dans l'équipe de W. Ketterle. Le principe de l'expérience consiste à partir de deux condensats piégés dans deux puits potentiels différents et séparés spatialement. On coupe brusquement les pièges, les deux condensats tombent en subissant une expansion balistique qui leur permet de se recouvrir. La densité d'atomes dans la zone de recouvrement est mesurée et fait apparaître l'existence de franges d'interférence.

On commence par présenter un calcul simple du signal de détection, en supposant que chaque condensat est décrit initialement par un état cohérent. On néglige pour simplifier les interactions entre atomes. Chacun des deux condensats demeure dans un état cohérent relatif aux " modes " $\psi_1(\vec{r}, t)$ ou $\psi_2(\vec{r}, t)$, se déduisant par évolution temporelle des modes initiaux $\psi_1(\vec{r}, 0)$ et $\psi_2(\vec{r}, 0)$. Le signal de détection apparaît alors comme celui résultant de l'interférence entre deux ondes de matière $\sqrt{N_1}\psi_1(\vec{r}, t)e^{i\varphi_1}$ et $\sqrt{N_2}\psi_2(\vec{r}, t)e^{i\varphi_2}$ où $\sqrt{N_1}$, $\sqrt{N_2}$, φ_1 , φ_2 sont les modules et phases des deux états initiaux. Si l'on prend pour $\psi_1(\vec{r}, 0)$ et $\psi_2(\vec{r}, 0)$ des fonctions d'ondes gaussiennes, on peut calculer simplement l'évolution au cours de l'expansion balistique et en déduire toutes les caractéristiques des franges d'interférence. Les résultats sont inchangés si l'on prend pour état initial un état cohérent relatif de phase relative $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ bien définie.

Les résultats expérimentaux de l'équipe du M.I.T. sont alors présentés et comparés aux prédictions théoriques. Une analyse plus quantitative, tenant compte des interactions et basée sur l'équation de Gross-Pitaevskii, est également introduite. L'accord satisfaisant entre la théorie et l'expérience démontre clairement la possibilité de faire interférer les ondes de de Broglie atomiques issues de 2 condensats différents.

Emergence d'une phase relative sous l'effet des processus de détection

Deux condensats indépendants n'ont pas en général une phase relative bien définie. Le problème se pose donc de comprendre comment on peut néanmoins observer des franges d'interférence dans la zone de recouvrement des deux condensats.

La réponse à cette question est que c'est le processus de détection lui-même qui, au fur et à mesure que les atomes sont détectés, fait apparaître une phase relative entre les deux condensats. Bien sûr, la valeur de cette phase relative change aléatoirement d'une réalisation expérimentale à l'autre.

Considérons par exemple le cas simple de deux condensats se trouvant chacun dans un état de Fock. Dans un tel état, la dispersion de $N_1 - N_2$ est nulle. Lorsque les processus de détection commencent, chaque atome détecté a une certaine amplitude de probabilité de provenir du condensat 1, et une autre du condensat 2. Chaque détection fait donc apparaître une dispersion sur $N_1 - N_2$. On conçoit alors que l'augmentation progressive de cette dispersion au fur et à mesure que les atomes sont détectés fasse diminuer corrélativement la dispersion sur la phase relative φ .

Pour préciser cette idée de manière plus quantitative, on calcule alors la probabilité $P(x_1, x_2, \dots, x_k)$ de détecter, au cours d'une réalisation expérimentale, un atome en x_1 , puis un atome en x_2, \dots puis un atome en x_k . Un tel calcul est effectué en utilisant la description générale des processus dissipatifs en termes de sauts quantiques. Chaque détection d'un atome correspond en effet à un saut quantique. On montre ainsi que la probabilité $P(x_1, x_2, \dots, x_k)$ est reliée très simplement aux fonctions de corrélation d'ordre k des opérateurs champ quantiques du système de bosons.

Une première manière d'exploiter le résultat précédent est alors présentée. A partir de la probabilité $P(x_1, x_2, \dots, x_k)$, calculée dans le cas où l'état des deux condensats est un produit d'états de Fock, on effectue des simulations numériques, de type Monte-Carlo, d'une réalisation expérimentale où les atomes sont détectés les uns après les autres. On constate bien effectivement que les positions des divers atomes détectés, apparaissant tout à fait aléatoires au début, se concentrent progressivement sur des franges brillantes séparées par des franges sombres.

Une autre approche, plus analytique, consiste à essayer de comprendre à partir de $P(x_1, x_2, \dots, x_k)$ la manière dont la distribution $W(\varphi)$ des valeurs possibles de la phase relative φ , initialement equipartie entre 0 et 2π , évolue au cours du temps, au fur et à mesure que les atomes sont détectés, et s'affine de plus en plus autour d'une valeur donnée. Un tel calcul est présenté, en prenant pour état initial des deux condensats, un mélange statistique d'états cohérents relatifs $\hat{\rho}_{AB}(\varphi)$ avec une phase relative φ répartie suivant une distribution $W(\varphi)$ initialement uniforme entre 0 et 2π . La simplicité des calculs effectués sur des états cohérents permet de faire une étude analytique de ce problème et de montrer que la largeur de la distribution $W(\varphi)$ de la phase relative décroît en $1/\sqrt{N}$ où N est le nombre d'atomes détectés.

Brouillage de la phase relative entre deux condensats sous l'effet des interactions

Dans les calculs précédents, les interactions entre bosons sont négligées. On présente alors une étude simple de leur effet dans le cadre d'une théorie de champ moyen tenant compte des interactions à l'intérieur de chaque condensat 1 et 2. Par contre, on continue à négliger les interactions entre atomes du condensat 1 et atomes du condensat 2. On suppose en effet que les deux condensats sont initialement bien séparés spatialement et on étudie l'évolution de leur phase relative, bien définie initialement, avant qu'ils n'aient eu le temps de se recouvrir.

La grandeur physique étudiée est la fonction de corrélation $G^{(1)}(\vec{r}_1, 0; \vec{r}_2, t)$ caractérisant les corrélations entre l'opérateur champ au point \vec{r}_1 du condensat 1 à l'instant 0 et l'opérateur champ au

point \vec{r}_2 du condensat 2, à un instant ultérieur t . En l'absence d'interactions, $G^{(1)}$ évolue à une seule fréquence et ne présente pas d'amortissement. La présence d'interactions à l'intérieur de chaque condensat fait apparaître un ensemble de fréquences d'évolution légèrement différentes réparties sur une plage $\Delta\omega$. Les battements entre ces diverses fréquences vont entraîner un amortissement de la cohérence spatiale, existant initialement entre les deux condensats, au bout d'un temps $T_{coh} = 1/\Delta\omega$, appelé temps de cohérence de la phase relative. Par ailleurs, comme les nombres d'atomes N_1 et N_2 de chaque condensat sont discrets, les diverses fréquences d'évolution réparties à l'intérieur de la plage $\Delta\omega$ sont séparées par des intervalles $\delta\omega$ à peu près égaux. Il s'ensuit qu'au bout d'un temps de récurrence $T_{rec} = 1/\delta\omega$, beaucoup plus long que le temps de cohérence T_{coh} car $\Delta\omega \gg \delta\omega$, les battements entre les diverses fréquences d'évolution vont être de nouveaux constructifs et faire réapparaître la cohérence spatiale qui existait initialement entre les deux condensats. Les deux temps T_{coh} et T_{rec} sont calculés en fonction des divers paramètres physiques du problème.

Mesure de la longueur de cohérence d'un condensat

Le cours se poursuit par la description d'une série d'expériences qui ont permis d'établir que la longueur de cohérence d'un condensat est de l'ordre de l'extension spatiale de ce condensat.

Les théories de champ moyen prédisent que, lorsque la température T est très inférieure à la température critique T_C , tous les N atomes sont condensés dans le même état quantique décrit par une fonction d'onde réelle $\psi_0(\vec{r})$, solution de l'équation de Gross-Pitaevskii. Les calculs mentionnés plus haut des fonctions de corrélation permettent alors de montrer que $G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}') = N \psi_0(\vec{r})\psi_0(\vec{r}')$. On en déduit que $G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}')$ reste non nul pour \vec{r} et \vec{r}' séparés par une distance de l'ordre de la dimension du condensat. Peut-on vérifier expérimentalement une telle prédiction ?

Expérience du M.I.T.

La première expérience décrite a été réalisée au M.I.T. dans l'équipe de W. Ketterle. Elle utilise le fait que la cohérence spatiale globale $G(\vec{a}) = \int d^3r G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r} + \vec{a})$, définie comme la somme de toutes les cohérences spatiales entre couples de points \vec{r} et $\vec{r} + \vec{a}$ séparés de \vec{a} , est la transformée de Fourier de la distribution d'impulsion $P(\vec{p})$. Le principe de l'expérience consiste à mesurer la distribution d'impulsion $P(\vec{p})$ des atomes condensés, et en particulier la largeur Δp de $P(\vec{p})$. Comme $P(\vec{p})$ est la transformée de Fourier de $G(\vec{a})$, la largeur de $G(\vec{a})$, c'est-à-dire la longueur de cohérence du condensat, est de l'ordre de $\hbar/\Delta p$. Il faut donc comparer $\hbar/\Delta p$ à l'extension spatiale du condensat.

Pour mesurer $P(\vec{p})$, on pourrait songer à utiliser des méthodes de temps de vol. En fait, à cause des interactions répulsives entre atomes, les atomes sont accélérés au cours de la phase d'expansion balistique et leurs vitesses changent. Les méthodes de temps de vol ne donnent donc pas accès à la distribution des impulsions (ou des vitesses) dans le condensat.

La méthode suivie par l'équipe du M.I.T. pour mesurer $P(\vec{p})$ consiste à utiliser des méthodes optiques, basées sur des transitions par effet Raman stimulé entre deux états fondamentaux de même nombre quantique interne, mais différant par leur vitesse. De telles transitions ont été déjà utilisées pour mesurer des distributions de vitesse, et sont connues sous le nom d'effet Compton stimulé ou de résonances induites par le recul. Comme pour le calcul de l'effet Compton, les conditions de conservation de l'énergie totale et de l'impulsion totale conduisent à une relation simple entre l'écart de fréquence des deux lasers induisant la transition Raman stimulée et la vitesse initiale de l'atome. Dans le cas d'un condensat, il faut de plus tenir compte de l'effet des interactions entre atomes, qui entraîne que dans l'état final de la transition Raman, l'atome n'est pas soumis au même champ moyen que dans l'état initial. Une telle correction est évaluée de manière approchée. On calcule également la transformée de Fourier de la solution de l'équation de Gross-Pitaevskii à la limite de Thomas-Fermi, ce qui permet finalement de préciser ce que doit être la distribution d'impulsion des atomes condensés, si une telle équation décrit correctement le condensat.

Les résultats expérimentaux sont alors présentés, analysés en détail et comparés aux prédictions théoriques. On trouve effectivement que la largeur Δp de la distribution d'impulsion mesurée, corrigée de l'effet des interactions, est en très bon accord avec celle liée à l'extension spatiale finie du condensat. La longueur de cohérence du condensat est donc bien de l'ordre de son extension spatiale.. La même méthode peut être appliquée pour mesurer la distribution des vitesses pour un nuage thermique et pour le nuage obtenu après l'expansion balistique suivant une coupure du piège. On vérifie bien que dans ce dernier cas la distribution des vitesses est beaucoup plus large que pour le condensat, à cause de l'accélération due aux interactions dans la phase d'expansion.

Expérience de Gaithersburg

Une deuxième étude expérimentale de la longueur de cohérence d'un condensat, réalisée par l'équipe de W. Phillips à Gaithersburg, est ensuite présentée. Le principe de l'expérience consiste à réaliser deux "copies" identiques du même condensat, séparées de \vec{a} , puis à mesurer leur intégrale de recouvrement, qui n'est autre que la cohérence spatiale globale $G(\vec{a})$ définie plus haut. Au lieu de mesurer la distribution d'impulsion $P(\vec{p})$ qui n'est autre que la transformée de Fourier de $G(\vec{a})$, on mesure ici directement $G(\vec{a})$.

Pour préparer une "copie" d'un condensat, la méthode suivie consiste à utiliser, comme dans l'expérience précédente, une transition par effet Raman stimulé entre deux états fondamentaux de même nombre quantique interne mais de vitesses différentes. Mais, à la différence de l'expérience du M.I.T. où les impulsions laser qui induisent la transition Raman sont longues, on utilise ici des impulsions très brèves. De manière plus précise, la durée τ des impulsions est très petite devant \hbar/E_R (où $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$ est l'énergie de recul) dans l'expérience de Gaithersburg, alors qu'elle est très longue devant \hbar/E_R dans l'expérience du M.I.T. L'interprétation physique des différences entre ces deux régimes est discutée en détail. On établit en particulier un parallèle avec les différences qui

existent entre le régime de Raman Nath et le régime de Bragg dans les expériences de diffraction d'un jet atomique par une onde laser stationnaire.

L'expérience de Gaithersburg utilise en fait une succession de deux impulsions Raman très brèves, séparées par un intervalle de temps Δt . La première impulsion crée deux copies du condensat initial s'éloignant de ce condensat, vers la droite et vers la gauche, avec des vitesses $\pm 2\hbar k/m$, où $\hbar k$ est l'impulsion des photons. La deuxième impulsion Raman crée deux autres copies du condensat, identiques aux deux premières et séparées d'elles d'une distance $a = 2\hbar k\Delta t/m$. Les deux copies qui s'éloignent vers la droite avec la vitesse $+2\hbar k/m$ sont séparées de a et interfèrent. Le nombre d'atomes qui l'éloignent vers la droite est sensible à leur interférence, et donc à l'intégrale de recouvrement $G(a)$. Il suffit de recommencer l'expérience, avec d'autres valeurs de Δt , donc de a , pour mesurer ainsi $G(a)$ point par point.

Les résultats expérimentaux sont présentés et analysés. On décrit en particulier les précautions prises pour corriger les fluctuations de l'efficacité du transfert Raman d'une impulsion à l'autre. Comme dans l'expérience du M.I.T., les résultats observés montrent que la longueur de cohérence du condensat est de l'ordre de son extension spatiale.

Expérience de Munich

La troisième expérience décrite a été réalisée à Munich dans l'équipe de T. Hansch. Le principe de l'expérience consiste à extraire deux ondes de matière de deux points différents du condensat, séparés d'une distance a . On observe alors les interférences entre ces deux ondes de matière une fois qu'elles ont quitté le condensat dont elles sont issues. L'étude des variations avec a du contraste des franges d'interférence permet de déterminer le degré de cohérence entre les deux ondes de matière, et par suite la cohérence spatiale entre les deux points sources.

Pour extraire une onde de matière d'un condensat, la méthode utilisée à Munich consiste à induire des transitions de radiofréquence entre le sous-niveau Zeeman piégeant dans lequel les atomes condensés se trouvent et un autre sous niveau Zeeman non piégeant ou expulsant, pour lequel les variations de l'énergie Zeeman avec la position dans le champ magnétique inhomogène du piège ne font pas apparaître de puits de potentiel. De tels "coupleurs de sortie" ont déjà été réalisés par d'autres équipes, mais ces équipes utilisaient généralement des impulsions de radiofréquence brèves et intenses, de manière à expulser tous les atomes du condensat, indépendamment de leur position. Le spectre de Fourier d'une impulsion très brève est en effet suffisamment large pour permettre de satisfaire la condition de résonance entre états piégeant et non piégeant en tous les points du condensat. De plus, les fluctuations temporelles du champ magnétique du piège sont alors moins gênantes car elles ne font pas sortir de la plage de résonance, très large. L'équipe de Munich a par contre utilisé des impulsions de radiofréquence peu intenses et très longues. La plage de résonance est alors très étroite et les atomes expulsés proviennent d'une zone d'altitude bien définie dans le condensat. Il faut bien sûr que le champ magnétique du piège soit très stable pour que la zone d'expulsion ne varie pas d'une impulsion à l'autre. On décrit la configuration de champs magnétiques utilisée à Munich, appelée "piège QUIC" qui permet de réaliser un tel objectif.

Pour extraire deux ondes de matière du condensat, il suffit alors d'appliquer deux impulsions de fréquences différentes ω et ω' , pour lesquelles les conditions de résonance sont satisfaites à des altitudes différentes z et z' . En faisant varier ω et ω' , on fait varier z et z' . L'observation des franges d'interférence entre les deux ondes de matière sortantes montrent que le contraste des franges est d'autant plus élevé que $|z - z'|$ est plus petit. On mesure ainsi directement $G^{(1)}(z, z')$. Les observations expérimentales sont en très bon accord avec les prédictions théoriques calculées à partir de l'équation de Gross-Pitaevskii, ce qui montre là encore que la longueur de cohérence du condensat est de l'ordre de son extension spatiale.

Phase relative de deux condensats simultanément présents dans le même piège

La dernière séance du cours 1999/2000 est consacrée à la description d'expériences réalisées à Boulder dans l'équipe de E. Cornell et C. Wieman, et portant sur des mélanges de deux condensats d'atomes de rubidium 87 préparés dans les niveaux hyperfins $F=1$ et $F=2$. Plusieurs questions sont abordées. Comment préparer et détecter de tels mélanges ? Quelle est leur dynamique sous l'effet des interactions entre atomes ? Peut-on les préparer avec une phase relative bien définie et suivre l'évolution ultérieure de cette phase ?

Une première méthode pour préparer un mélange de deux condensats dans les états $F=2, m_F=2$ (état appelé 2) et $F=1, m_F=-1$ (état appelé 1) consiste à utiliser le "refroidissement sympathique". On piège simultanément des atomes de rubidium 87 dans ces deux états. Comme le moment magnétique de l'état 2 est deux fois plus grand que celui de l'état 1, le piège est plus confinant pour les atomes dans l'état 2 et le nuage d'atomes dans l'état 1 s'étend plus loin. L'évaporation radiofréquence enlève préférentiellement les atomes dans l'état 1, à l'extrémité du nuage. Les collisions entre les atomes dans l'état 2 et les atomes dans l'état 1 ainsi refroidis diminuent la température des atomes dans l'état 2 et on arrive finalement à obtenir deux condensats. Une telle méthode mise en œuvre avec succès sur le rubidium à Boulder ne peut être généralisée aux autres alcalins. Le refroidissement sympathique d'atomes préparés dans des niveaux hyperfins différents ne peut en effet fonctionner que si les collisions d'échange de spin, qui sont des collisions inélastiques, sources de pertes d'atomes, restent négligeables devant les collisions élastiques permettant le refroidissement sympathique. Ceci est réalisé pour le rubidium 87 à cause d'une coïncidence accidentelle entre les longueurs de diffusion a_s et a_T des potentiels singulet et triplet de spin, conduisant à une interférence destructive pour l'amplitude d'échange de spin. Une telle circonstance favorable ne se produit pas pour les autres alcalins.

Une autre méthode permettant de préparer un mélange de deux condensats et ne reposant pas sur les refroidissement sympathique a été également mise en œuvre à Boulder. Elle consiste à partir d'un condensat d'atomes dans l'état 1. Une transition à deux photons, microonde et radiofréquence, couple alors de manière résonnante un tel état à l'état 2. Suivant la durée de l'impulsion (impulsion $\pi, \pi/2$), on peut ainsi réaliser un condensat dans l'état 2 ou une superposition de deux condensats dans les états 1 et 2.

Une première série d'expériences réalisées en suivant cette méthode a consisté à étudier la dynamique des deux condensats sous l'effet de leurs interactions. Une excitation optique appropriée permet de les détecter séparément. On présente les résultats obtenus ainsi qu'une interprétation théorique basée sur les équations de Gross-Pitaevskii couplées décrivant les deux condensats et permettant de déterminer les conditions conduisant à un mélange ou à une séparation de ces deux condensats.

Une autre série d'expériences a porté sur l'étude de la phase relative entre les deux condensats. Une première impulsion $\pi/2$ prépare les deux condensats avec une phase relative bien définie. Une deuxième impulsion $\pi/2$ appliquée un intervalle de temps T après permet de lire la nouvelle valeur de la phase relative. On observe ainsi en fonction de T des franges d'interférence sur les signaux de détection, analogues aux franges de Ramsey dans le domaine temporel. La diminution du contraste de ces franges quand T augmente reflète le brouillage de la phase relative. Les temps de cohérence correspondants se révèlent être remarquablement longs. On présente des analyses théoriques permettant d'interpréter un tel résultat et généralisant le traitement du brouillage de la phase relative donnée plus haut à des situations où il faut tenir compte des interactions, non seulement à l'intérieur de chaque condensat, mais également entre les deux condensats.

Thème général choisi pour le cours 2000-2001

Le cours portera sur l'étude des réponses d'un condensat à divers types d'excitations permettant de sonder ses propriétés : diffusion d'un atome, diffusion d'un photon..

Plusieurs régimes seront considérés . Le régime linéaire tout d'abord, où l'excitation est suffisamment faible pour que son effet puisse être calculé perturbativement. La réponse du système est alors caractérisée par diverses fonctions, comme les facteurs de structure dynamique et statique, la polarisabilité dynamique. Ces fonctions seront étudiées pour des condensats homogènes et inhomogènes. Pour des excitations plus fortes, des corrélations apparaissent entre les diffusions successives, donnant naissance à des effets collectifs, comme la superradiance, l'amplification d'ondes de matière...

Des expériences récentes étudiant ces divers effets seront également passées en revue.