

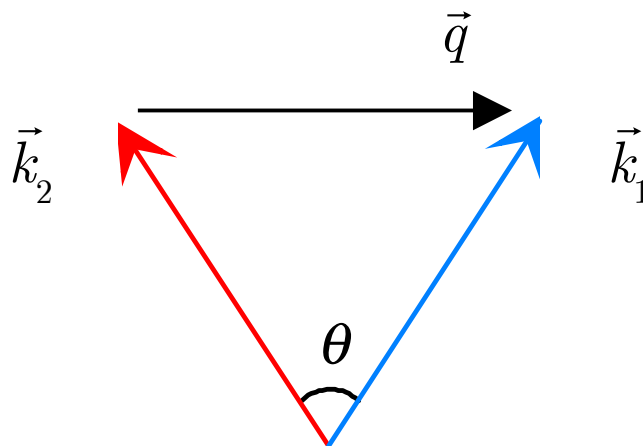
Expériences de M.I.T. sur la diffusion de Bragg

Absorption d'un photon \vec{k}_1, ω_1

Emission stimulée d'un photon \vec{k}_2, ω_2

Atome restant dans le même état interne

Références 12, 15 et 16



Transfert d'impulsion $\hbar \vec{q} = \hbar (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$

Transfert d'énergie $\hbar \omega = \hbar (\omega_1 - \omega_2)$

$$\omega \ll \omega_1, \omega_2 \Rightarrow |\vec{k}_1| \simeq |\vec{k}_2| \simeq k$$

$$|\vec{q}| = 2k \sin(\theta / 2)$$

θ : Angle entre \vec{k}_1 et \vec{k}_2

Fréquences $\omega_1 / 2\pi$ et $\omega_2 / 2\pi$ désaccordées
de 1.7 GHz par rapport à la résonance optique

Pour faire varier $|\vec{q}|$,

on change l'angle θ entre \vec{k}_1 et \vec{k}_2

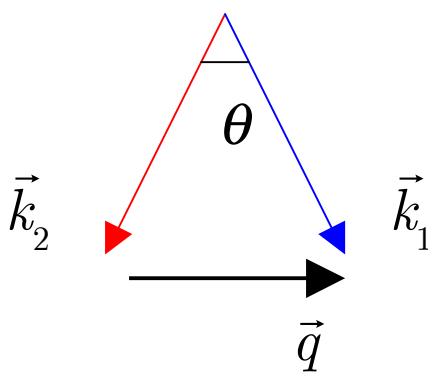
- Transfert maximal d'impulsion

\vec{k}_1 et \vec{k}_2 opposés : $\vec{q} \approx 2\vec{k}_1$



- Petits transferts d'impulsion

Angle θ petit entre \vec{k}_1 et \vec{k}_2



$$|\vec{q}| = 2k \sin \frac{\theta}{2}$$

Pour faire varier ω ,

On fait passer les 2 faisceaux laser, issus de la même source, à travers 2 modulateurs acousto-optiques qui permettent de faire varier ω_1 et ω_2 , donc $\omega_1 - \omega_2$

Mesure du taux de diffusion

On s'arrange pour que les excitations créées au cours du processus de diffusion quittent le condensat et donnent une image bien distincte de celle du condensat après la phase d'expansion balistique nécessaire pour l'imagerie.

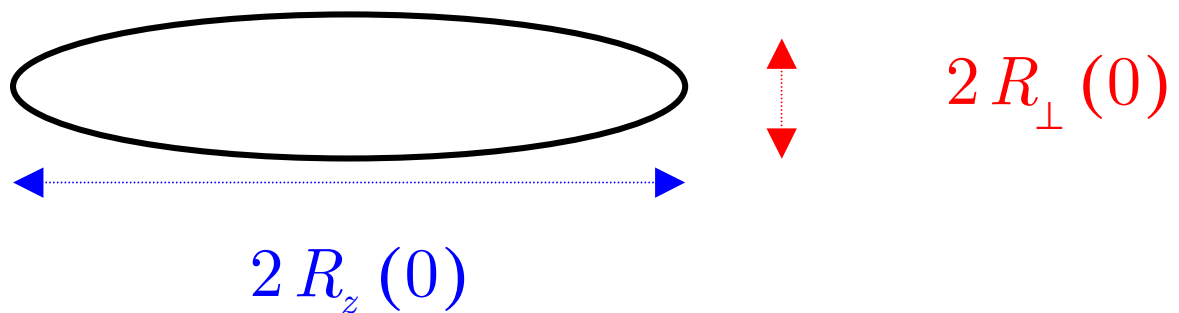
On peut alors mesurer le nombre d'atomes éjectés hors du condensat et étudier comment ce nombre d'atomes varie avec les divers paramètres.

L'expansion balistique du condensat doit être moins rapide que l'éjection des atomes hors du condensat. Sinon les 2 images ne seraient pas séparées.

Rappels sur l'expansion balistique

(voir cours 1998-99, pages X-2 et X-3)

Condensat ayant la forme d'un cigare allongé horizontal



$$A = \frac{R_z (0)}{R_{\perp} (0)} = \text{Rapport d'anisotropie} \gg 1$$

A $t = 0$, le piège est coupé. L'évolution du condensat peut être décrite en termes de dilatations radiale et axiale (voir par exemple réf.13)

$$R_{\perp} (\tau) = R_{\perp} (0) \sqrt{1 + \tau^2}$$

$$R_z (\tau) = R_z (0) \left\{ 1 + \frac{1}{A^2} \left[\tau \text{Arc tan } \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2} \right] \right\}$$

$$\tau = \omega_{0\perp} t$$

$\omega_{0\perp}$ Fréquence d'oscillation radiale du piège.

Expansion balistique radiale

Pour $\tau \gg 1$, c-à-d pour $t \gg 1 / \omega_{0\perp}$

$$\begin{aligned} R_{\perp}(t) &\simeq R_{\perp}(0) \tau \\ &\simeq R_{\perp}(0) \omega_{0\perp} t \end{aligned}$$

Par ailleurs, à la limite de Thomas-Fermi, $R_{\perp}(0)$ est déterminé par l'équation

$$\frac{1}{2} m \omega_{0\perp}^2 R_{\perp}^2(0) = \mu$$

μ : Potentiel chimique

On a donc

$$\omega_{0\perp} R_{\perp}(0) = \sqrt{2 \frac{\mu}{m}} = \sqrt{2} c$$

c : Vitesse du son (au centre du condensat)

On en déduit

$$R_{\perp}(t) \underset{\tau \gg 1}{\simeq} \sqrt{2} c t$$

La vitesse d'expansion balistique radiale est égale à $\sqrt{2} c$

Expansion balistique axiale

Pour $\tau \gg 1$, c-à-d pour $\tau \gg 1 / \omega_{0\perp}$

$$\text{Arc tan } \tau \simeq \pi / 2$$

$$\tau \text{Arc tan } \tau \gg \ln \sqrt{1 + \tau^2}$$

$$R_z(t) \simeq \frac{R_{\perp}(0)^2}{R_z(0)} \omega_{0\perp} \frac{\pi}{2} t$$

$$\omega_{0\perp} R_{\perp}(0) = \sqrt{2} c$$

$$R_z(t) \simeq \frac{1}{A} \frac{\pi}{2} \sqrt{2} c t$$

La vitesse d'expansion axiale est $2 A / \pi$ fois plus petite que la vitesse d'expansion radiale.

Le rapport d'anisotropie $R_z(t) / R_{\perp}(t)$ initialement très grand ($A \gg 1$) devient plus petit que 1.

Vérification expérimentale: voir Figure VI.1 (figure 6.9 de la référence 14).

Comparaison de la vitesse d'une excitation élémentaire et de la vitesse d'expansion balistique.

1-Excitation de type particule libre

On a alors

$$\hbar^2 q^2 / 2m \gg \mu$$

condition équivalente à

$$(\hbar q / m)^2 \gg \mu / m = c^2$$

La vitesse de propagation de l'excitation élémentaire, $\hbar q / m$, est très grande devant la vitesse d'expansion balistique radiale égale à $c\sqrt{2}$.

L'excitation se séparera aisément du condensat, même si elle se propage dans une direction radiale où la vitesse d'expansion balistique est la plus élevée.

2- Excitation de type phonon.

On a alors :

$$\frac{\hbar^2 q^2}{2m} \ll \mu$$

L'excitation se propage à la vitesse du son c , inférieure à la vitesse d'expansion balistique radiale $c\sqrt{2}$.

Si l'excitation se propage dans une direction radiale, elle ne pourra donc pas se séparer du condensat.

Il faut donc créer l'excitation dans la direction axiale pour laquelle la vitesse d'expansion balistique est beaucoup plus faible que c .

Images de temps de vol dans le régime particule libre

Figure VI.2 (Fig.3 de la référence 12)

- Les 2 lasers induisant la transition Raman stimulée sont verticaux, de sens opposés, perpendiculaires au condensat ayant la forme d'un cigare horizontal.
- Ils sont appliqués pendant $500\mu\text{s}$, puis coupés, de même que le piège.
- La figure VI-2 montre une image de temps de vol après 20ms d'expansion balistique, pour diverses valeurs de l'écart $\nu = \omega / 2\pi$ entre les fréquences des 2 lasers. On voit à la fois l'image des atomes éjectés hors du condensat et celle de ceux qui restent.
- Il apparaît clairement une résonance pour une valeur de ν légèrement supérieure à la valeur $\nu_0 = \omega_q^0 / 2\pi$ où $\hbar\omega_q^0$ est l'énergie de recul correspondant à l'impulsion transférée $\hbar q$.

Quelques données expérimentales

$$\omega_q^0 / 2\pi = \nu_0 = 100 \text{ kHz}$$

$$\mu / h = 6 \text{ kHz}$$

On est donc bien dans le régime de particule libre

$$\hbar k / m = 60 \text{ mm/s}$$

$$c = 10 \text{ mm/s}$$

Barycentre du spectre

La figure VI-3 (Fig.3a de la réf. 15) montre le déplacement $\nu - \nu_0$ du barycentre du spectre de la figure VI-2 par rapport à la fréquence ν_0 en fonction de la densité d'atomes au centre du piège. Les ronds et les triangles correspondent à différentes fréquences d'oscillations radiales .

La variation linéaire de $\nu - \nu_0$ avec la densité d'atomes est en très bon accord avec la prédiction théorique $4\mu/7h$ (voir T-115).

Largeur du spectre

La figure VI-4a (Fig.5a de la réf.12) montre la largeur du spectre de la figure VI-2 en fonction de la densité d'atomes au centre du piège. Les ronds et les triangles correspondent à différentes fréquences d'oscillation radiale.

La courbe en traits tiretés est la prédiction théorique $\sqrt{8/147} \mu / h$ pour l'élargissement dû aux interactions (voir T-116)

Les courbes en pointillés sont les prédictions théoriques pour l'élargissement Doppler, différent pour les ronds et les triangles, qui correspondent à des condensats de dimensions différentes.

Les courbes en traits pleins correspondent à l'addition quadratique des 2 largeurs précédentes.

La courbe de la fig.VI-4b donne la largeur Doppler en fonction de la dimension du condensat (en accord avec la limite déduite des relations de Heisenberg).

Images de temps de vol dans le régime phonon

Figure VI.5 (Fig.1 de la référence 16)

- Les lasers sont maintenant symétriques par rapport à la verticale et font un petit angle de 14° . L'impulsion $\hbar q$ transférée est le long de la direction axiale du condensat, pour laquelle l'expansion balistique est la plus lente.
- On a maintenant $\omega_q^0 / 2\pi = \nu_0 = 1.5$ kHz, $\mu / \hbar = 6$ kHz, $\hbar q / m = 7$ mm/s, $c = 10$ mm/s.
- Les lasers sont appliqués pendant $400 \mu s$. Puis, $100 \mu s$ après, le piège est coupé, et on observe les atomes après 70 ms d'expansion balistique.
- La figure VI-5b représente l'image obtenue, la figure VI-5d le profil axial (après moyenne radiale). Pour les figures VI-5c et VI-5e, on applique les lasers après 5ms d'expansion balistique, réduisant la densité d'atomes par un facteur 23.

Commentaires sur les figures VI-5b et 5d

- L'excitation créée par les lasers est de type phonon et se propage au début à la vitesse c . Puis, quand la densité d'atomes diminue au cours de l'expansion balistique, elle se transforme en excitation de particule libre et se propage à la vitesse $\hbar k / m$.

- La vitesse d'expansion axiale est très faible et les atomes éjectés arrivent à se séparer du condensat. Leur nombre est cependant très faible à cause de la réduction du facteur de structure statique pour les faibles valeurs de q .

- On arrive cependant à distinguer ces atomes qui donnent une image un petit peu plus sombre à droite de l'image du condensat sur la figure VI-5b et un léger épaulement à droite de l'image du condensat sur la figure VI-5d

Commentaires sur les figures VI-5c et 5e

- Quand les lasers sont appliqués après 5 ms d'expansion balistique, la densité d'atomes a tellement diminué que les excitations créées sont de type particule libre, se propageant à la vitesse $\hbar q / m$.
- Le facteur de structure est maintenant beaucoup plus grand car la diffusion se fait dans un régime de particule libre. Le nombre d'atomes éjectés est alors beaucoup plus grand et on obtient des images beaucoup plus visibles à droite du condensat sur les figures VI-5c, e.
- Les cercles tracés sur les figures VI-5b et VI-5c indiquent la vitesse du son dans le condensat initial. Cette vitesse est $\sqrt{2}$ fois plus petite que la vitesse d'expansion radiale. L'image des atomes éjectés sur la figure VI-5c est à l'intérieur de ce cercle, ce qui montre que $\hbar q / m$ est bien inférieur à c et que l'excitation se fait dans le régime phonon pour les figures VI-5b,d.

Spectres de diffusion

Figure VI.6 (Fig.2 de la référence 16)

L'impulsion transférée par les lasers est égale au produit du nombre N_{out} d'atomes éjectés hors du condensat par

$$\hbar\vec{q} = \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \quad \text{si } \omega_1 - \omega_2 > 0$$

$$-\hbar\vec{q} = -\hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \quad \text{si } \omega_1 - \omega_2 < 0$$

On mesure N_{out} sur les figures de temps de vol pour diverses valeurs de $\omega / 2\pi = (\omega_1 - \omega_2) / 2\pi$, et on porte l'impulsion transférée en fonction de $\omega / 2\pi$.

La courbe obtenue (voir Fig.VI.2) est une courbe antisymétrique, ajustée par la différence de deux Gaussiennes centrées autour de deux valeurs symétriques de ω . Les ronds vides correspondent aux figures VI.5b et VI.5d, les ronds pleins aux figures VI.5c et VI.5e.

Commentaires sur la figure VI.6

Les ronds vides correspondent à une excitation de type phonon.

Les 2 Gaussiennes sont donc centrées en $\pm \bar{c}q$, avec $\bar{c} = 32c/15\pi$ (voir T-118), et le facteur de structure statique, $S(q) = \hbar q / 2m\bar{c}$, est petit devant 1 (voir T-117).

On comprend ainsi pourquoi ce spectre est moins intense que celui avec les ronds pleins et pourquoi il s'étend plus loin.

Les ronds pleins correspondent en effet à une excitation de type particule libre. Le facteur de structure est alors égal à 1 et les abscisses des maxima du spectre sont égales à $\pm\omega_q^0$, avec ici $\omega_q^0 < \bar{c}q$.

Facteur de structure statique.

Figure VI.7a (Fig.3a de la référence 16)

Le facteur de structure statique $S(\vec{q})$ pour l'excitation dans le régime phonon est déterminé à partir des spectres de la figure VI.6 en mesurant l'aire sous la Gaussienne de droite avec des ronds vides et en la normalisant par l'aire sous la Gaussienne de droite avec des ronds pleins (pour laquelle on sait que $S(\vec{q}) = 1$).

On constate que $S(\vec{q})$ diminue bien quand le nombre d'atomes, c'est à dire encore le potentiel chimique μ , augmente.

La courbe en traits pleins de la figure VI.7a est la prédiction théorique :

$$S(\vec{q}) \approx 1 - 4\mu / 7\hbar\omega_q^0 \quad \text{pour } \mu \text{ petit}$$

$$S(\vec{q}) \approx \hbar q / 2m\bar{c} \propto 1 / \sqrt{\mu} \quad \text{pour } \mu \text{ grand}$$

(voir T-114 et T-117).

Barycentres des spectres.

Figure VI.7b (Fig.3b de la référence 16).

Les ronds pleins de la figure VI.7b sont les abscisses des maxima de la Gaussienne de droite de la figure VI.6 correspondant à une excitation de type phonon (ronds vides), mesurées pour diverses valeurs du potentiel chimique.

La courbe en traits pleins est la prédiction théorique

$$\langle \omega \rangle - \omega_q^0 \simeq 4\mu / 7\hbar \quad \text{pour } \mu \text{ petit}$$

$$\langle \omega \rangle \simeq \bar{c}q \propto \sqrt{\mu} \quad \text{pour } \mu \text{ grand}$$

(voir T-115 et T-118).

Les ronds vides de la figure VI.7b sont les résultats de la référence 15 (voir aussi figure VI.3) pour laquelle q , et donc ω_q^0 , sont plus grands. Tous ces points correspondent alors à une excitation de type particule libre. La droite en pointillés est la prédiction

$$\langle \omega \rangle - \omega_q^0 \simeq 4\mu / 7\hbar$$

Expériences de M.I.T. sur la diffusion d'un atome sonde par un condensat

(Référence 17)

Préparation de l'atome sonde

Transition Raman stimulée de l'état $F = 1, m_F = -1$, dans lequel les atomes sont condensés, vers l'état $F = 1, m_F = 0$ qui n'est pas sensible au champ de piégeage.

Vitesse v de l'atome sonde

Ajustée en variant l'angle entre les 2 faisceaux laser induisant la transition Raman.

Section efficace totale de diffusion

Mesurée sur les images de temps de vol des atomes $F = 1, m_F = 0$ diffusés par le condensat.

Limite $v \gg c$

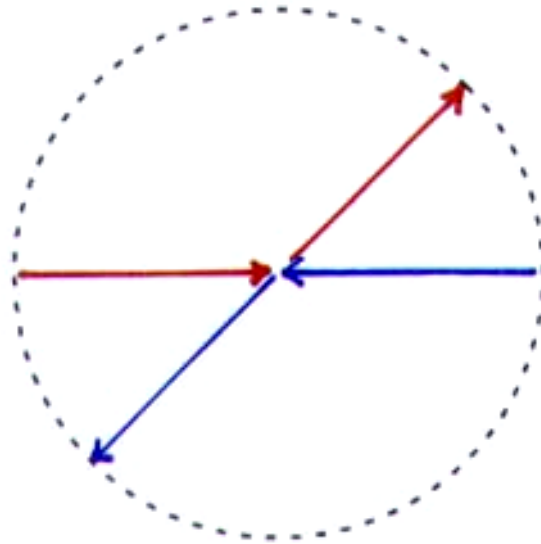
Les extrémités des vecteurs vitesses de l'atome sonde et de l'atome du condensat excité par la collision sont alors sur une sphère de diamètre \vec{v}_s où \vec{v}_s est la vitesse initiale de l'atome sonde (voir T-85 et le transparent T-153 suivant).

Dans l'expérience de la référence 17 (voir la figure VI.8, correspondant à la figure 1 de la référence 17), le régime $v \gg c$ est étudié en prenant $v = 6 \text{ cm/s}$ alors que la vitesse du son est au maximum de 1.1 cm/s .

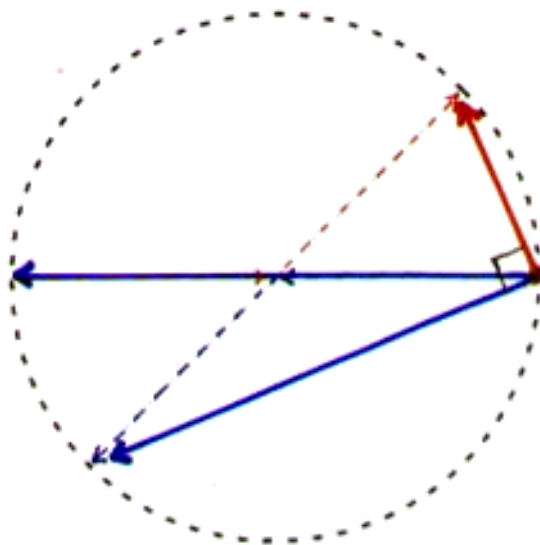
Le champ piégeant est coupé 4ms après l'impulsion Raman. Un gradient de champ est ensuite appliqué pendant 30ms pour séparer par effet Stern-Gerlach les atomes $m_F = 0$ et $m_F = -1$ dans l'image obtenue après un temps de vol de 60ms.

Collision entre 2 atomes de même masse

Dans le référentiel du centre de masse



Dans le référentiel où l'un des 2 atomes est immobile



Limite $v < c$

La vitesse de l'atome sonde est réglée à une valeur plus faible : 7mm/s. Elle est parallèle à l'axe du condensat, direction où l'expansion balistique est lente.

Sous l'effet de la gravité, les atomes tombent et acquièrent une vitesse v_g plus élevée et verticale (perpendiculaire à l'axe du condensat). La vitesse initiale acquise le long de l'axe du condensat lors de la transition Raman permet néanmoins de distinguer les atomes diffusés des atomes non diffusés.

La figure VI.9 (fig.2 de la référence 17) donne les résultats obtenus. Les figures VI.9a et VI.9b correspondent à des nombres d'atomes différents et donc à des vitesses du son différentes, plus grandes pour la figure VI.9a que pour la figure VI.9b.

Commentaires sur la figure VI.9

Pour la figure VI.9a, on est au dessus du seuil de superfluidité. On distingue des zones plus sombres correspondant aux atomes diffusés, aussi bien les atomes sondes (partie supérieure de la figure) que les atomes cibles (partie inférieure de la figure).

Le halo correspondant n'est plus circulaire car la direction de la vitesse des atomes sondes change d'un point à l'autre.

Pour la figure VI.9b, on est en dessous du seuil de superfluidité. On ne distingue plus d'atomes diffusés.

La comparaison avec la théorie du chapitre III est plus difficile car elle nécessite un moyenne spatiale complexe à cause des variations spatiales de v et c . Voir la figure VI.10 (fig.4 de la référence 17).

Références (reprise et suite de T-132)

12. W. Ketterle, Spinor Condensates and Light Scattering from Bose-Einstein Condensates, in Les Houches Summer School 1999, Session LXXII, eds. R.Kaiser, C. Westbrook (cond-mat/0005001).
13. Y.Castin, R.Dum, Phys.Rev.Lett. **77**, 5315 (1996).
14. D.Guéry-Odelin, Thèse, Paris 1998.
15. J.Stenger, S.Inouye, A. Chikkatur, D.Stamper-Kurn, D.Pritchard, W.Ketterle, Phys.Rev.Lett. **82**, 4569 (1999).
16. D.Stamper-Kurn, A.Chikkatur, A.Görlitz, S.Inouye, S.Gupta, D.Pritchard, W.Ketterle, Phys.Rev.Lett. **83**, 2876 (1999).
17. A.Chikkatur, A.Görlitz, D.Stamper-Kurn, S.Inouye, S.Gupta, W.Ketterle, Phys.Rev.Lett. **85**, 483 (2000).