

Etude de la longueur de cohérence
d'un condensat - Expérience de Munich

- ① Introduction T. 253 - T. 255
 - Principe
 - Couplage de sortie
- ② Extraction d'atomes avec des impulsions RF très brèves T. 256 - T. 262
 - Etat du système après l'impulsion RF
 - Passage adiabatique
 - Résultats expérimentaux
- ③ Le piège "PVIC" T. 264 - T. 268
 - Principe - Cartes de champ
 - Avantages d'un tel piège
- ④ Extraction d'une onde de matière en régime quasi-continu T. 269 - T. 277
 - Exemple de résultat
 - Spectroscopie du condensat
 - Etude plus précise de l'extraction
 - Fonction d'onde de l'état final
 - Ordres de grandeur
 - Effet des interactions
- ⑤ Extraction de 2 ondes de matière T. 278 - T. 282
 - Interférences entre les 2 ondes sortantes
 - Calcul du signal
 - Résultats expérimentaux

Références T. 283

Longueur de cohérence d'un condensat

T.253

3 Méthodes différentes ont été utilisées

① Mesure de la distribution d'impulsion $\mathcal{P}(p)$ qui est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation spatiale $G(a)$

M. I. T. Cours VII

② Mesure directe de $G(a)$
Intégrale de recouvrement de 2 "copies" du condensat séparées de a

Gaithersburg Cours VIII

③ Mesure directe de la cohérence entre 2 ondes de matière issues de 2 points différents du condensat

Munich Cours IX

But de ce cours

T.254

- Décrire une 3^{ème} méthode de mesure de la longueur de cohérence d'un condensat

Expérience réalisée à Munich (Ref. 1)

- L'idée consiste à extraire 2 ondes de matière de 2 points différents du condensat, séparés d'une distance a

On observe alors les interférences entre ces 2 ondes de matière une fois qu'elles ont quitté le condensat dont elles sont issues

- L'étude des variations avec a du contraste des franges d'interférence permet de déterminer le degré de cohérence entre les 2 ondes de matière, et par suite la cohérence spatiale entre les 2 points sources

Couplage de sortie

T.255

Il faut d'abord expliquer comment extraire une onde de matière d'un condensat

- Le cours VIII a décrit un 1^{er} exemple de coupleur de sortie utilisant des transitions Raman stimulées entre un état piégeant et un état non piégeant (T.247 à T.250)

- En fait, le 1^{er} coupleur de sortie réalisé utilisait des transitions de radiofréquence entre un état piégeant et un état non piégeant (Ref. 2)

- Nous commencerons donc par une brève revue des coupleurs de sortie radiofréquence en distinguant

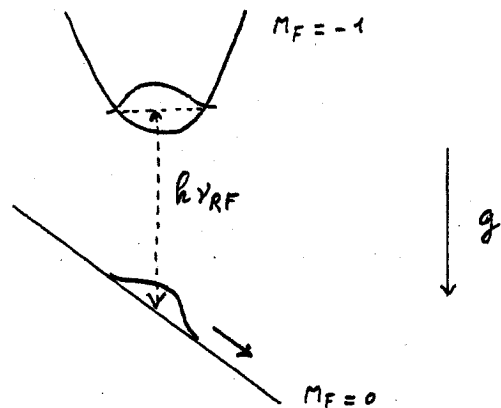
- le cas des impulsions RF brèves (Ref. 2)
- et celui des impulsions RF longues (Refs 1, 5)

Coupleurs de sortie RF avec des

T.256

impulsions laser très brèves (Ref. 2)

- Les atomes condensés sont dans l'état piégeant $|F=1, M_F=-1\rangle$ du niveau hyperfin $F=1$ de Na



- Une impulsion RF de durée τ très courte les porte quasi-instantanément dans l'état non piégeant $M_F=0$, où ils subissent l'effet de l'accélération de la pesanteur g qui les fait tomber

Durée τ de l'impulsion RF T.257

Très courte devant

- les périodes de vibration du condensat
- la plage des fréquences de résonance du champ de radiofréquence quand on se déplace d'un point à l'autre du condensat

Cette plage dépend de la courbure du potentiel piégeant, des interactions, de la gravité g

Conséquences de cette durée courte

- L'impulsion RF peut être considérée comme résonnante pour tous les atomes du condensat
- Seuls les degrés de liberté de spin changent pendant l'impulsion RF, la fonction d'onde $\phi(\vec{r})$ des atomes condensés demeurant inchangée

Etat du système après l'impulsion RF T.258

Système à 2 états de spin $|1\rangle$ et $|2\rangle$

- Comme seuls les degrés de liberté de spin évoluent pendant τ , l'état final $|\psi_f\rangle$ s'écrit

$$|\psi_{\text{final}}\rangle = \prod_{i=1}^N |\phi\rangle_i [t|1\rangle + r|2\rangle];$$

où $\phi(\vec{r})$ est la fonction d'onde solution de l'équation de Gross-Pitaevskii, et où

$$t = \cos \frac{\omega_R \tau}{2} \quad r = \sin \frac{\omega_R \tau}{2}$$

ω_R : Fréquence de Rabi

- L'état $|\psi_{\text{final}}\rangle$ peut aussi s'écrire

$$|\psi_{\text{final}}\rangle = \sum_{n=0}^N \sqrt{\frac{N!}{n!(N-n)!}} t^{N-n} r^n |N-n, n\rangle$$

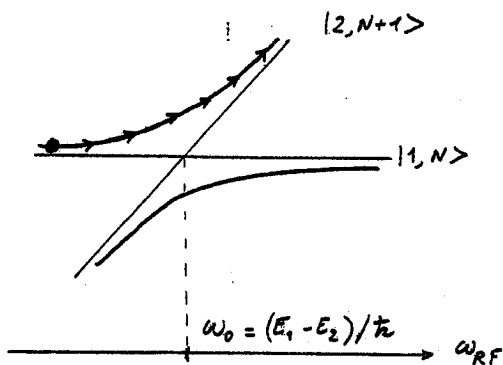
où $|N-n, n\rangle$ représente l'état avec $N-n$ atomes dans l'état 1, n dans l'état 2

On reconnaît là un état de phase relative (voir cours III, T.82)

- Proportion d'atomes transférés dans l'état 2

$$\frac{\langle n \rangle}{N} = |r|^2 = \sin^2 \frac{\omega_R \tau}{2}$$

Transfert par passage adiabatique T.259



$|1, N\rangle$: Atome dans l'état $|1\rangle$ avec N photons RF

$|2, N+1\rangle$: Atome dans l'état $|2\rangle$ avec $N+1$ photons RF

Formule de Landau-Zener pour un balayage de ω_{RF} à vitesse constante

$$|r|^2 = 1 - e^{-2\pi\Gamma} \quad |t|^2 = e^{-2\pi\Gamma}$$

$$\Gamma = \omega_R^2 \left(4 \frac{d\omega_{RF}}{dt} \right)^{-1}$$

Généralisation à un système à 3 niveaux T.260

Spin 1. $F=1, m_F = -1, 0, +1$

- Il faut remplacer

$$\cos \frac{\omega_R \tau}{2} |1\rangle + \sin \frac{\omega_R \tau}{2} |2\rangle$$

par

$$\cos\left(\frac{\omega_R \tau}{2}\right) |-1\rangle + i\sqrt{2} \sin(\omega_R \tau) |0\rangle - \sin^2\left(\frac{\omega_R \tau}{2}\right) |+1\rangle$$

- On peut également généraliser la formule de Landau-Zener

Résultat numérique approximé à mieux que 0.1% près par

$$|a_{-1}|^2 = e^{-2\pi\Gamma}$$

$$|a_0|^2 = 2e^{-\pi\Gamma} (1 - e^{-\pi\Gamma})$$

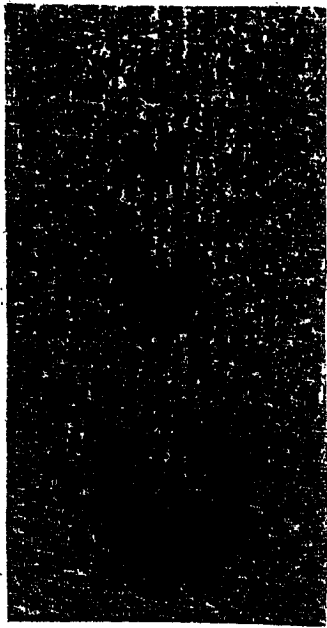
$$|a_{+1}|^2 = (1 - e^{-\pi\Gamma})^2$$

$$\Gamma = \omega_R^2 \left(2 \frac{d\omega_{RF}}{dt} \right)^{-1}$$

Le balayage commence avec le système dans l'état $|1\rangle$

Image des atomes sortant du condensat

Succession d'impulsions séparées de 5 ms
(Figure extraite de la référence 3)

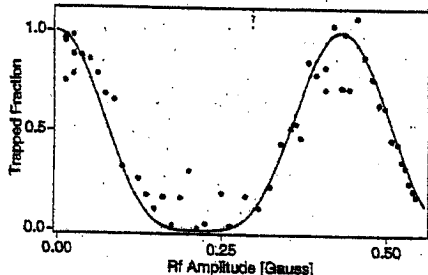


T-261

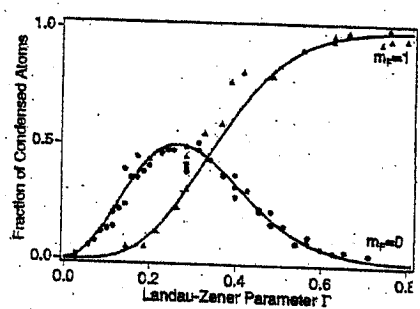
La forme en croissant est due à l'effet combiné des interactions répulsives entre atomes (qui produisent une expansion sphérique) et de la gravité.

Oscillations de Rabi du nombre d'atomes

restant condensés $\propto \cos^4\left(\frac{\omega_R T}{2}\right)$ d'après T-262 T.260



Transfert par passage adiabatique



Courbes en trait plein : Théorie
Figures extraites de la référence 2

Extraction d'atomes d'un condensat en régime continu

T.263

Intérêt

Réaliser un laser à atomes en régime continu

Problèmes à résoudre

1 - Reformuler le condensat au fur et à mesure que les atomes s'en échappent

Ce problème ne sera pas abordé ici

2 - Réaliser un coupleur de sortie en régime continu

La transition RF doit être induite par un champ RF d'amplitude constante et se produire dans une zone très bien définie

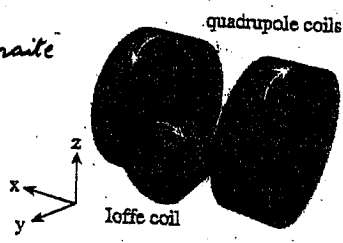
Difficultés soulevées par le point 2

Le champ magnétique dans lequel sont piégés les atomes doit être très stable

Le piège "QUIC" (Ref. 4)

T.264

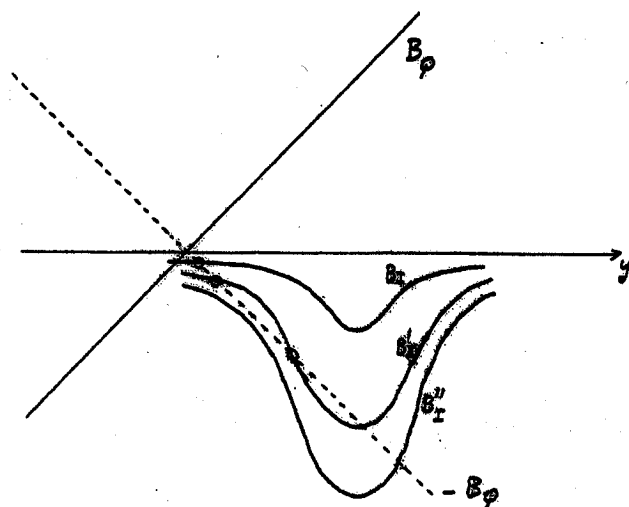
Figure extraite de la réf.



- Combinaison d'un piège quadrupolaire et d'une configuration Ioffe "Quadrupole Ioffe Configuration"
- Les atomes sont piégés dans un MOT
- Transférés ensuite dans un piège quadrupolaire (bobines d'axe Ox)
- On branche alors le courant dans la petite bobine de Ioffe d'axe Oy
- Le centre du piège quadrupolaire commence à se déplacer vers la bobine de Ioffe. Puis, un 2^{ème} zéro de champ apparaît. Enfin les 2 zéros se confondent et disparaissent pour donner un piège de Ioffe

Champ le long de Oy

T.265



B_p : Champ créé par les bobines quadrupolaires

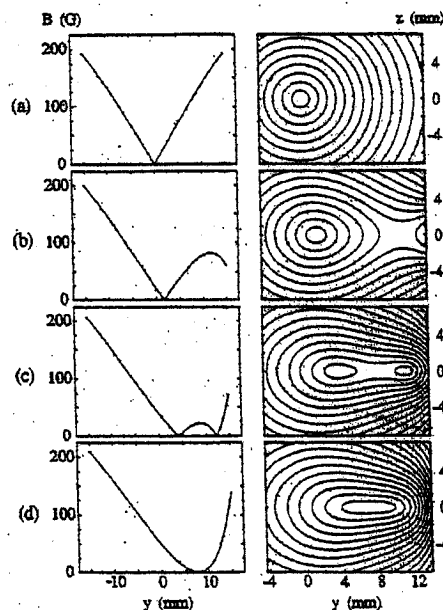
B_z : Champ créé par la bobine de Ioffe pour 3 valeurs croissantes du champ $B'_z > B''_z > B_z$

Les points où s'annule le champ total sont donnés par les intersections de B_z et de la droite $-B_p$

Valeurs absolues du champ le long de Oy et contours d'égal |B| dans le plan yOz

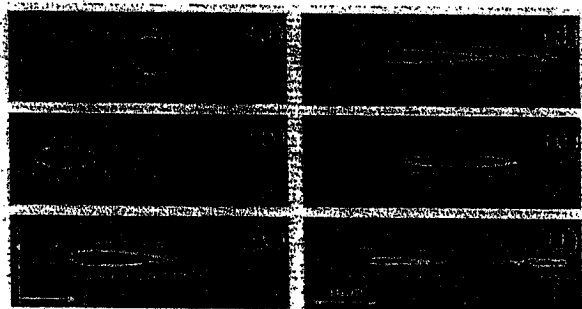
T.266

Figure extraite de la référence 4



Une fois le piège de Ioffe réalisé (Fig. d), le champ minimum ("bias") peut être très faible

T.267



(a) → (e)

Images du nuage d'atome piégés à différentes étapes de la conversion du piège quadrupolaire en piège Ioffe

(f)

Retour en arrière du piège de Ioffe à une situation correspondant à 2 zéros de |B|

Figure extraite de la référence 4

Avantages d'un tel piège

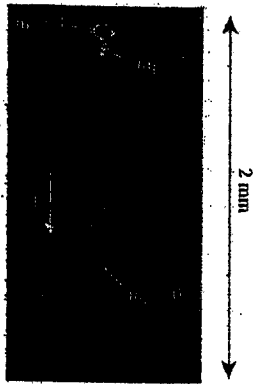
T.268

- Permet d'obtenir aisément un condensat après refroidissement évaporatif
- Piège très compact et opérant avec de courants ~~pas~~ élevés (≤ 25 A)
La puissance dissipée reste inférieure à 600 W.
- Possibilité de placer le piège à l'intérieur d'un blindage de μ -métal qui réduit les fluctuations du champ environnant.
Avec une alimentation de courant bien stabilisée, les fluctuations du champ agissant sur les atomes sont réduites à un niveau de 0.1 mG
- Possibilité de contrôler précisément et de manière stable le point où les atomes sont extraits du condensat sous l'effet d'un champ RF d'amplitude constante

IX-6

Exemple de faisceau de sortie obtenu après 15 ms d'irradiation RF T.265

Figure extraite de la référence 5



Expérience faite sur des atomes condensés dans l'état $F=2, M_F=2$ de ^{87}Rb

Observation des atomes après une période d'expansion balistique

Un gradient de champ magnétique appliqué pendant cette période permet de séparer spatialement les atomes restés dans $M_F=2$ et $M_F=+1$

Le laser à atomes cesse de fonctionner quand il ne reste plus d'atomes dans le condensat

Régions du piège où le champ RF est résonnant T.270

Les lignes d'égal $|B|$ dans les plans xOz (et yOz) sont des cercles (et des ellipses) centrés sur Oy (et Oz)

A cause de la gravité, le centre du condensat est déplacé vers le bas de $7.67 \mu\text{m}$

A chaque valeur de ω_{RF} correspond une région du condensat d'où les atomes peuvent s'échapper

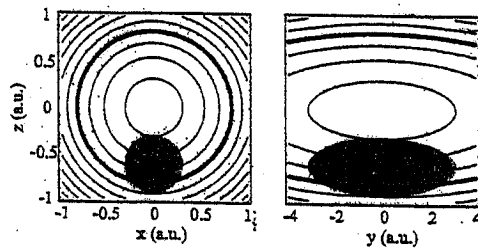
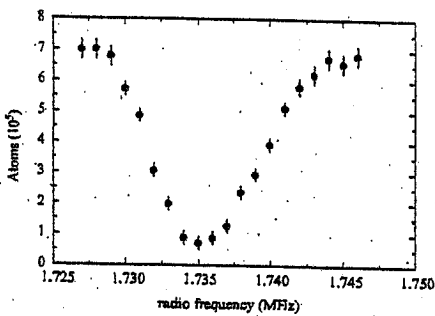


Figure extraite de la référence 5

Spectroscopie du condensat T.271

En variant la fréquence ν_{RF} du champ RF, on explore des différentes régions résonnantes du condensat

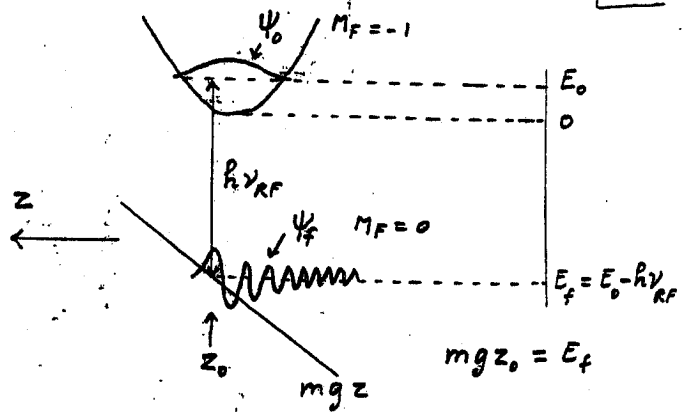
Figure extraite de la référence 5



En supposant une distribution de Thomas-Fermi pour $n(\vec{r})$, on trouve que les atomes peuvent être extraits pour ν_{RF} variant dans un intervalle de largeur $\Delta\nu = 10.2 \text{ KHz}$

Expérimentalement, on trouve $\Delta\nu = 13.1 \text{ KHz}$

Etude plus précise de l'extraction
Négligeons tout d'abord les interactions T.272



- Initialement, tous les atomes sont dans $M_F = -1$ et dans l'état fondamental ψ_0 du piège

- La perturbation sinusoïdale de fréquence ν_{RF} couple l'état précédent à l'état $M_F = 0$, ψ_f situé à une distance $h\nu_{RF}$ en dessous. ψ_f est un état du spectre continu dans le potentiel mgz

z_0 : Abscisse de l'intersection du potentiel mgz avec l'horizontale d'ordonnée $E_0 - h\nu_{RF}$

Fonction d'onde ψ_f de l'état final

T.273

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_f}{dz^2} + mgz \psi_f = E_f \psi_f$$

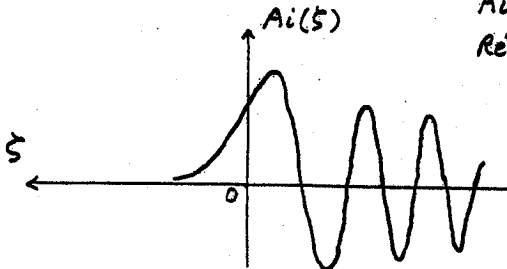
$$\frac{d^2 \psi_f}{dz^2} - \frac{2m^2 g}{\hbar^2} \left(z - \frac{E_f}{mg} \right) \psi_f = 0$$

Posons $\xi = \frac{1}{\ell} \left(z - \frac{E_f}{mg} \right)$ $\ell^3 = \frac{\hbar^2}{2m^2 g}$

$$\frac{d^2 \psi_f}{d\xi^2} - \xi \psi_f = 0$$

Solution de cette équation: Fonction d'Airy

$Ai(\xi)$
Référence 6



- Décroissance rapide pour $\xi > 0$, en $\xi^{-1/4} e^{-\frac{2}{3}\xi^{3/2}}$
- Pour $\xi \gg 1$, $Ai(\xi) \propto |\xi|^{-1/4} \exp(i\frac{2}{3}|\xi|^{3/2})$
- Largeur du 1^{er} lobe au voisinage de $\xi = 0$
 $\Delta \xi \approx 1 \rightarrow \Delta z \approx \ell$

Ordres de grandeur

T.275

- Pour $87Rb$

$$\ell = \left(\frac{\hbar^2}{2m^2 g} \right)^{1/3} \approx 0.3 \mu m$$

- L'extension de l'état fondamental du piège dans la direction z vaut

$$\Delta z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_z}} \approx 0.9 \mu m$$

$$\omega_z / 2\pi = 140 \text{ Hz}$$

- Comme le condensat "gonfle" sous l'effet des interactions répulsives entre atomes, on a pour la largeur du condensat une valeur de l'ordre de 3 à 4 μm

- On a donc bien $\Delta z \gg \ell$, et on peut considérer que les atomes sont extraits d'une région d'altitude z_0 bien définie

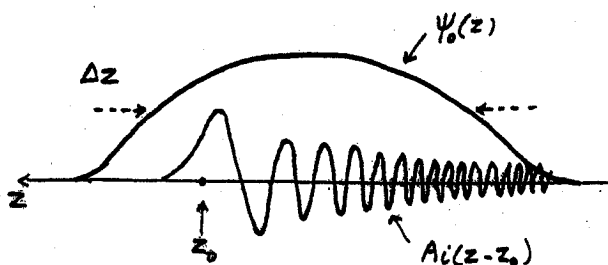
Amplitude de transition $\psi_0 \rightarrow \psi_f$

T.274

Proportionnelle à l'intégrale de recouvrement de l'état initial ψ_0 avec l'état final ψ_f

$$\int \psi_0(z) Ai(z-z_0) dz$$

Analogie avec un facteur de Franck-Condon



$$z_0 = \frac{E_f}{mg} = \frac{E_0 - \hbar \nu_{RF}}{mg}$$

L'essentiel de la contribution à l'intégrale de recouvrement provient du voisinage de z_0 . A partir des transformées de Fourier de ψ_0 et ψ_f , on peut montrer (Y. Castin) que pour $\Delta z \gg \ell$

$$\int \psi_0(z) Ai(z-z_0) dz \propto \psi_0(z_0)$$

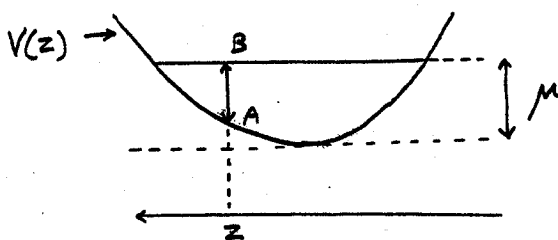
Effet des interactions

T.276

Limite de Thomas-Fermi

Détermination graphique de $gn(z)$

L'énergie de ψ_0 est égale au potentiel chimique μ (et non à E_0)



En chaque point z , on a

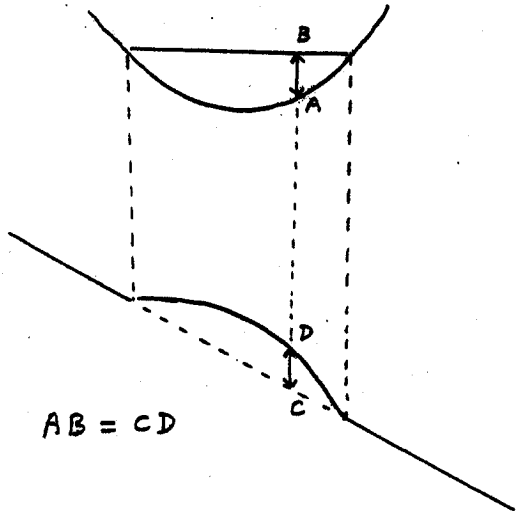
$$V(z) + gn(z) = \mu$$

puisque l'on néglige l'énergie cinétique

On en déduit que $gn(z)$ est égal à la longueur du segment AB

Potentiel "vu" par les atomes sortant du condensat

T.299

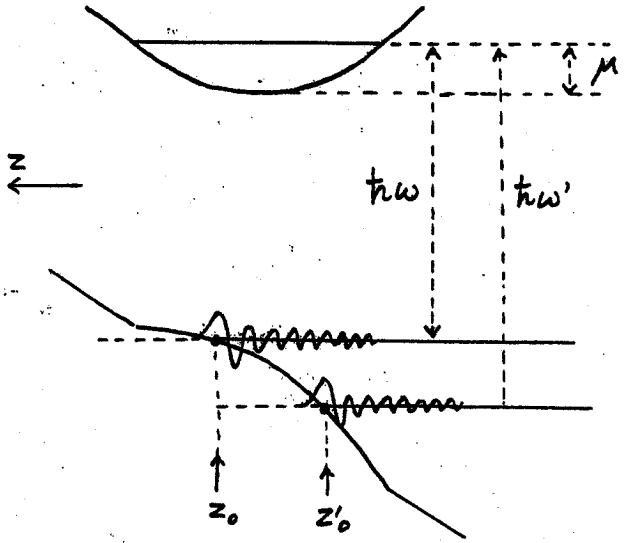


Un traitement approché simple consiste à ajouter le terme $mgz(z)$ au potentiel en l'absence d'interaction. Ce résultat demeure valable tant que $m(z)$ n'a pas trop changé par suite de la perte d'atomes.

Extraction de 2 ondes de matière T.298

Application de 2 champs RF de fréquence ω et ω'

Les altitudes z_0 et z'_0 des points d'où sortent les 2 ondes de matière sont données par la construction suivante



Interférences entre les 2 ondes sortantes

T.299

Pour simplifier, on néglige les interactions

$$\Phi_{out}(\xi) \propto \frac{1}{|\xi|^{1/4}} \exp\left\{i\left[\frac{2}{3}|\xi|^{3/2} - (\mu - \hbar\omega)\frac{\xi}{\hbar}\right]\right\}$$

$$\Phi_{out}(\xi') \propto \frac{1}{|\xi'|^{1/4}} \exp\left\{i\left[\frac{2}{3}|\xi'|^{3/2} - (\mu - \hbar\omega')\frac{\xi'}{\hbar}\right]\right\}$$

$$\xi = \frac{1}{e}(z - z_0) \quad \begin{cases} z_0 = \frac{E_f}{mg} = \frac{\mu - \hbar\omega}{mg} \\ z'_0 = \frac{E'_f}{mg} = \frac{\mu - \hbar\omega'}{mg} \end{cases}$$

$$\xi - \xi' = \frac{E'_f - E_f}{mge} = \frac{\hbar\Delta\omega}{mge} \quad \Delta\omega = \omega - \omega'$$

Signal $S = |\Phi_{out}(\xi) + \Phi_{out}(\xi')|^2$

$$S \propto \frac{1}{|\xi|^{1/2}} \left| e^{i\left(\frac{2}{3}|\xi|^{3/2} + \omega t\right)} + e^{i\left(\frac{2}{3}|\xi'|^{3/2} + \omega' t\right)} \right|^2$$

$$S \propto \frac{1}{|\xi|^{1/2}} \left\{ 1 + 1 + 2 \cos\left[\frac{2}{3}(|\xi|^{3/2} - |\xi'|^{3/2}) + (\omega - \omega')t\right] \right\}$$

Expressions du signal S

T.280

$$|\xi|^{3/2} = |\xi + \xi' - \xi|^{3/2} = |\xi|^{3/2} + \frac{2}{3}(\xi' - \xi)|\xi|^{1/2}$$

On en déduit

$$\frac{2}{3}(|\xi|^{3/2} - |\xi'|^{3/2}) = (\xi - \xi')|\xi|^{1/2}$$

$$\xi - \xi' = \frac{\hbar\Delta\omega}{mge} = \frac{\Delta z}{e}$$

et par suite

$$S \propto \frac{1}{\sqrt{z}} \left\{ \frac{1}{2} + \cos[q\sqrt{z} + (\omega - \omega')t] \right\}$$

$$\text{où } q = \frac{\Delta z}{e^{3/2}} = \frac{m\Delta z\sqrt{2g}}{\hbar}$$

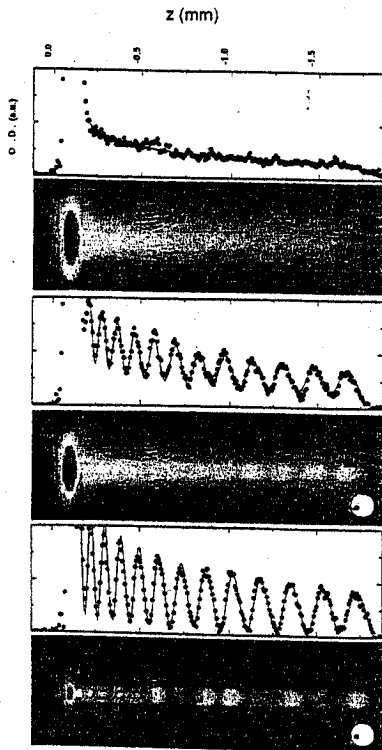
On ajuste les résultats expérimentaux par

$$S \propto \frac{1}{\sqrt{z}} \left\{ \frac{1}{2} + V \cos[q\sqrt{z} + (\omega - \omega')t] \right\}$$

où V est introduit pour caractériser le contraste des franges d'interférence

Figure extraite de la référence 1

T.281



$T > T_c$

$T \sim T_c$

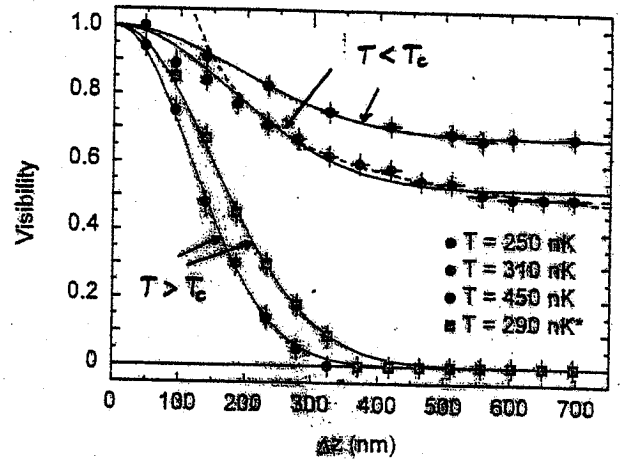
$T \ll T_c$

Batttements entre les 2 ondes sortantes

$$\Delta z = 465 \text{ nm} \quad (\omega - \omega')/2\pi = 1000 \text{ Hz}$$

Courbe extraite de la référence 1

T.28.



Pour $T > T_c$, le contraste tend vers 0 quand $\Delta z \rightarrow \infty$

Pour $T < T_c$, le contraste tend vers une constante

Les courbes en trait plein sont des fits Gaussiens

La courbe en trait tiré pour $T < T_c$ est un fit en $1/\Delta z$

Références

T.283

- (1) I. Bloch, T. Hänsch, T. Esslinger
Nature, à paraître
- (2) M.O. Mewes, M. Andrews, D. Kurn,
D. Durfee, C. Townsend, W. Ketterle
Phys. Rev. Lett. 78, 582 (1997)
- (3) W. Ketterle, D. Durfee, D. Stamper-Kurn
Proceedings of the International School
of Physics "Enrico Fermi", Course CXL
M. Inguscio, S. Stringari, C. Wieman (Eds)
p. 67 (1999)
- (4) T. Esslinger, I. Bloch, T. Hänsch
Phys. Rev. A 58, R2664 (1998)
- (5) I. Bloch, T. Hänsch, T. Esslinger
Phys. Rev. Lett. 82, 3008 (1999)
- (6) L. Landau, E. Lifchitz
Mécanique Quantique
Editions Mir, Moscou, 1988