I-10

Collisions élastiques

$m_1 = m_2 = m \qquad m_{red} = \mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{m}{2}$

Mouvement du centre de masse

Particule libre de masse $M = 2m$

Particule "relative"

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

Etat stationnaire de diffusion

$$e^{ikz} + f(\theta, \varphi)\, \frac{e^{ikr}}{r}$$

Potentiel central - Déphasages

$$\varphi_{k\ell m}(\vec{r}) = \frac{u_{k\ell}(r)}{r}\, Y_\ell^m(\theta,\varphi) \qquad u_{k\ell}(0) = 0$$

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r)\right] u_{k\ell}(r) = 0$$

$$u_{k\ell}(r) \underset{r\to\infty}{\simeq} C \sin\left[kr - \ell\frac{\pi}{2} + \delta_\ell(k)\right]$$

Pour une particule libre ($V=0$), $\delta_\ell = 0$

Amplitude de diffusion en fonction des $\delta_\ell(k)$

$$f_k(\theta,\varphi) = \frac{1}{k}\sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2\ell+1)}\; e^{i\delta_\ell(k)} \sin\delta_\ell(k)\; Y_\ell^0(\theta)$$

Limite des basses énergies

$\lambda_{\text{de Broglie}} \gg$ Portée du potentiel

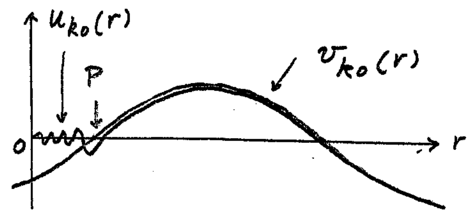
C'est uniquement dans l'onde s ($\ell = 0$) que les particules peuvent s'approcher suffisamment l'une de l'autre pour ressentir l'effet du potentiel d'interaction

Dans le développement en ondes partielles de $f_k(\theta)$, on se limite à l'onde s

$$f_k = \frac{1}{k}\, e^{i\delta_0(k)} \sin\delta_0(k)$$

$$u_{k0}(r) \underset{r\to\infty}{\simeq} C\sin\left[kr + \delta_0(k)\right]$$

Fonction "prolongée" $\quad v_{k0}(r) = C\sin\left[kr + \delta_0(k)\right]$



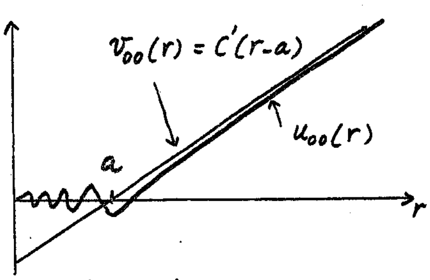
Abscisse du point P où $v_{k0}(r)$ s'annule

$$r_P = -\frac{\delta_0(k)}{k} \qquad -\frac{\pi}{2} \leq \delta_0(k) \leq +\frac{\pi}{2}$$

Longueur de diffusion a

$$a = \lim_{k\to 0} \frac{-\delta_0(k)}{k}$$

Limite de l'abscisse du point P quand $k \to 0$



Amplitude de diffusion

$$f_k \underset{k\to 0}{\simeq} -a$$

Etat stationnaire de diffusion

$$e^{ikz} - a\,\frac{e^{ikr}}{r}$$

Section efficace totale

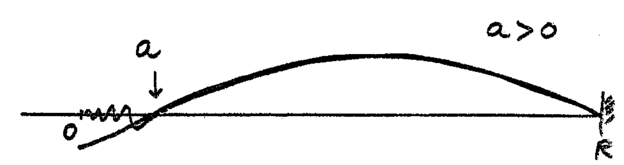
$$\sigma_{tot} = 8\pi a^2$$

Expression plus précise de f_k

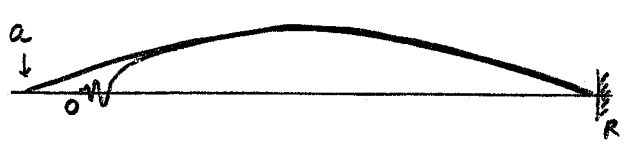
$$f_k \underset{k\to 0}{\simeq} \frac{-a}{1 + ika - \frac{1}{2} r_e k^2 a}$$

r_e : Portée effective

Lien entre le signe de a et le signe des corrections introduites par V sur les états d'énergie positive



$\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$ décroît , k croît , $\delta E > 0$



$\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$ croît , k décroît , $\delta E < 0$