$$N' = \sum_{k \neq 0} n_k$$

au nombre total N de particules. Le rapport N'/N s'appelle le facteur de déplétion quantique de l'état fondamental et se trouve lui aussi être de l'ordre de $\left(\rho\, a_0^3\right)^{1/2}$. C'est la valeur petite de ce rapport qui permet de considérer que $n_0 = N - N'$ est prépondérant devant tous les n_k avec k ? 0.

On peut enfin calculer la densité à deux corps dans le nouvel état fondamental, c'est-à-dire la probabilité $\rho_{II}(\vec{r},\vec{r}\,')$ de trouver une particule en $\vec{r}$ et une autre particule en $\vec{r}\,'$. En l'absence de corrélation entre les particules, $\rho_{II}(\vec{r},\vec{r}\,')$ se factoriserait sous forme d'un produit de densités simples $\rho_I(\vec{r})\rho_I(\vec{r}\,')$, $\rho_I(\vec{r})$ étant la probabilité de trouver une particule en $\vec{r}$. On trouve bien effectivement que $\rho_{II}(\vec{r},\vec{r}\,')$ n'est pas un produit et ne tend vers un produit que quand $|\vec{r}-\vec{r}\,'| >> \xi_0$.

Equation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps

Dans de nombreuses expériences, le potentiel extérieur dans lequel est plongé le condensat de Bose-Einstein est modulé dans le temps, de manière à exciter les modes propres de vibration et à mesurer les fréquences propres de ces modes. Dans d'autres expériences, ce potentiel est brusquement coupé et on observe l'expansion balistique du condensat, expansion qui est souvent essentiellement déterminée par les interactions entre les divers atomes du condensat. Les deux dernières séances du cours sont consacrées à l'étude de ces problèmes.

On commence par montrer qu'il est possible de généraliser l'équation de Gross-Pitaevskii étudiée précédemment à de telles situations dépendant du temps. La démarche suivie utilise le fait que l'équation de Schrödinger des N bosons en interactions, où apparaît le Hamiltonien complet du système incluant le potentiel d'interaction entre particules et le potentiel extérieur dépendant du temps, peut être déduite d'un principe variationnel correspondant à une action dont on rappelle l'expression. Au lieu de faire varier la fonction d'onde des N bosons dans tout l'espace de Hilbert, on se restreint à un sous espace de fonctions produits de N fonctions d'onde individuelles, chaque particule étant décrite par la même fonction d'onde dépendant du temps $\varphi(\vec{r},t)$. La fonction $\varphi(\vec{r},t)$ qui minimise l'action se trouve alors obéir à une équation de Schrödinger non linéaire