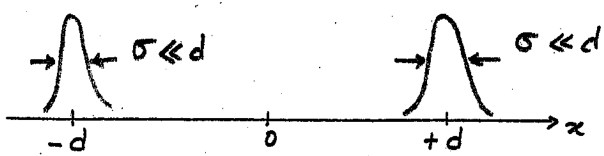
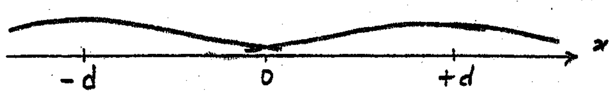
Calcul de l'interfrange

T-105

- A $t=0$, 2 paquets d'ondes réels, centrés en $-d$ et $+d$ - Phase relative φ



- Pour t suffisamment grand, ces 2 paquets d'ondes se recouvrent au voisinage de $x=0$



- Fonction d'onde au voisinage de $x=0$

$$e^{ikx} + e^{-i\varphi}e^{-ikx} \propto \cos\left(kx+\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$k = md/\hbar t$$

- Intensité $\propto \cos^2\left(kx+\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{2}\left[1+\cos(2kx+\varphi)\right]$

$$\text{Interfrange} = \frac{2\pi}{2k} = \frac{\pi\hbar t}{md}$$

Structure spatiale de la figure d'interférences

T-106

Hypothèses

- Les 2 condensats ont leurs centres sur l'axe Ox en $x = \pm d$
- Ils sont décrits par des Gaussiennes

$$\exp\left\{-\frac{1}{\sigma^2}\left[(x\pm d)^2+y^2+z^2\right]\right\} = e^{-(x\pm d)^2/\sigma^2}\, e^{-y^2/\sigma^2}\, e^{-z^2/\sigma^2}$$

Factorisation en un produit de 3 fonctions de x, y, z

- L'expansion balistique est décrite par un Hamiltonien qui se sépare en 3 termes

$$H = \underbrace{\frac{\hat{p}_x^2}{2m}}_{\hat{h}_x} + \underbrace{\frac{\hat{p}_y^2}{2m}}_{\hat{h}_y} + \underbrace{\frac{\hat{p}_z^2}{2m} - mg\hat{z}}_{\hat{h}_z}$$

Conclusions

① La fonction d'onde de chaque condensat reste toujours factorisée à l'instant t en 3 fonctions de x, y, z

T-107

② La fonction d'onde dépendant de y (et z) est la même pour les 2 condensats puisque les fonctions d'onde initiales e^{-y^2/σ^2} (et e^{-z^2/σ^2}) sont les mêmes pour les 2 condensats de même que $\hat{h}_y$ (et $\hat{h}_z$)

③ Par contre, les fonctions d'onde dépendant de x ne sont pas les mêmes puisqu'elles partent de $e^{-(x-d)^2/\sigma^2}$ et $e^{-(x+d)^2/\sigma^2}$

↳ L'état d'interférence ne dépend donc que de x et est le même quels que soient y et z pour un x donné

↳ Dans un plan passant par Ox, les franges d'interférence sont donc des droites perpendiculaires à Ox

Différences avec la figure d'interférence donnée par 2 sources monochromatiques

T-108

- 2 sources situées en $x = \pm d$ sur l'axe Ox et emettant de manière continue des ondes de de Broglie de vecteur d'onde k_0 fixe
- La propagation fait apparaître (en l'absence d'interactions) des ondes sphériques $e^{ik_0 r}/r$ centrées sur les 2 sources

Non factorisables en un produit de 3 fonctions de x, y, z

↳ Dans un plan contenant Ox, les franges d'interférence ne sont plus des droites perpendiculaires à Ox, mais des hyperboles ayant les 2 sources pour foyers