- L'état cohérent $|\alpha_1\rangle_{\psi_1(0)}$, superposition linéaire d'états $|N\rangle_{\psi_1(0)}$ [voir T-94], T-97 devient à l'instant t

$$|\alpha_1\rangle_{\psi_1(t)} = e^{-|\alpha_1|^2/2} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\alpha_1^N}{\sqrt{N!}} |N\rangle_{\psi_1(t)}$$

$$= e^{-|\alpha_1|^2/2} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\alpha_1^N}{N!} \left[\hat{a}^+_{\psi_1(t)}\right]^N |0\rangle$$

Etat cohérent de même α_1 que $|\alpha_1\rangle_{\psi_1(0)}$ mais relatif au mode $\psi_1(t)$ au lieu de $\psi_1(0)$

- Résultats analogues pour $|\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)}$

$$|\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)} = e^{-|\alpha_2|^2/2} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\alpha_2^N}{\sqrt{N!}} |N\rangle_{\psi_2(t)}$$

$$= e^{-|\alpha_2|^2/2} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\alpha_2^N}{N!} \left[\hat{a}^+_{\psi_2(t)}\right]^N |0\rangle$$

- L'évolution unitaire entre 0 et t conserve l'orthogonalité de ψ_1 et ψ_2

$$\int d^3r \; \psi_1^*(\vec{r},t)\, \psi_2(\vec{r},t) = 0$$

Opérateurs champs $\hat{\Psi}(\vec{r},t)$ et $\hat{\Psi}^+(\vec{r},t)$ T-98

$$\hat{\Psi}(\vec{r},t) = \hat{a}_{\psi_1(t)}\, \psi_1(\vec{r},t) + \hat{a}_{\psi_2(t)}\, \psi_2(\vec{r},t) + \sum_{i\neq 1,2} \hat{a}_{\psi_i(t)}\, \psi_i(\vec{r},t)$$

Les $\psi_i(\vec{r},t)$ avec $i \neq 1,2$ sont supposés former avec $\psi_1(\vec{r},t)$ et $\psi_2(\vec{r},t)$ une base orthonormée d'états à 1 particule

Si on se limite à des états où seuls les modes $\psi_1(t)$ et $\psi_2(t)$ sont peuplés et si on s'intéresse à des valeurs moyennes dans ces états de produits d'opérateurs $\hat{\Psi}$ et $\hat{\Psi}^+$ rangés dans l'ordre normal, on peut ignorer les termes $i \neq 1,2$ qui ont une contribution nulle et écrire

$$\hat{\Psi}(\vec{r},t) = \hat{a}_{\psi_1(t)}\, \psi_1(\vec{r},t) + \hat{a}_{\psi_2(t)}\, \psi_2(\vec{r},t)$$

$$\hat{\Psi}^+(\vec{r},t) = \hat{a}^+_{\psi_1(t)}\, \psi_1^*(\vec{r},t) + \hat{a}^+_{\psi_2(t)}\, \psi_2^*(\vec{r},t)$$

Expression du signal de détection

Probabilité $P(\vec{r},t)$ de détecter un boson au point $\vec{r}$ à l'instant t T-99

$$P(\vec{r},t) = \mathrm{Tr}\left[\hat{\rho}\; \hat{\Psi}^+(\vec{r},t)\, \hat{\Psi}(\vec{r},t)\right]$$

Contribution de l'état $|\alpha_1\rangle_{\psi_1(t)} \otimes |\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)}$ du mélange statistique $\hat{\rho}$

$${}_{\psi_1(t)}\langle\alpha_1| \otimes {}_{\psi_2(t)}\langle\alpha_2|\; \hat{\Psi}^+(\vec{r},t)\, \hat{\Psi}(\vec{r},t)\, |\alpha_1\rangle_{\psi_1(t)} \otimes |\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)} =$$

$$= \sum_{i,j\neq 1,2} \psi_i^*(\vec{r},t)\, \psi_j(\vec{r},t) \times$$

$${}_{\psi_1(t)}\langle\alpha_1| \otimes {}_{\psi_2(t)}\langle\alpha_2|\; \hat{a}^+_{\psi_i(t)}\, \hat{a}_{\psi_j(t)}\, |\alpha_1\rangle_{\psi_1(t)} \otimes |\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)}$$

Comme $|\alpha_1\rangle_{\psi_1(t)}$ et $|\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)}$ sont états propres de $\hat{a}_{\psi_1(t)}$ et $\hat{a}_{\psi_2(t)}$ de valeurs propres α_1 et α_2, on en déduit que la contribution de $|\alpha_1\rangle_{\psi_1(t)} \otimes |\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)}$ à $P(\vec{r},t)$ vaut

$$\sum_{i,j\neq 1,2} \alpha_i^* \alpha_j\, \psi_i^*(\vec{r},t)\, \psi_j(\vec{r},t)$$

$$= \left|\alpha_1\, \psi_1(\vec{r},t) + \alpha_2\, \psi_2(\vec{r},t)\right|^2$$

$$= \left|\sqrt{\bar{N}_1}\, e^{i\varphi_1}\, \psi_1(\vec{r},t) + \sqrt{\bar{N}_2}\, e^{i(\varphi_1-\varphi)}\, \psi_2(\vec{r},t)\right|^2$$

Calcul de $P(\vec{r},t)$ pour le mélange statistique T-100

Le facteur de phase $e^{i\varphi_1}$ apparaît comme un facteur de phase global dans l'amplitude associée à $|\alpha_1\rangle_{\psi_1(t)} \otimes |\alpha_2\rangle_{\psi_2(t)}$ et disparaît dans la probabilité

- La moyenne sur φ équipartie entre 0 et 2π ne change donc rien et l'expression finale de $P(\vec{r},t)$ s'écrit

$$P(\vec{r},t) = \left|\sqrt{\bar{N}_1}\, \psi_1(\vec{r},t) + \sqrt{\bar{N}_2}\, e^{-i\varphi}\, \psi_2(\vec{r},t)\right|^2$$

Interférences entre 2 fonctions d'onde macroscopiques $\sqrt{\bar{N}_1}\, \psi_1(\vec{r},t)$ et $\sqrt{\bar{N}_2}\, \psi_2(\vec{r},t)$ déphasées l'une par rapport à l'autre de φ

- Pour interpréter le signal expérimental, il faut donc résoudre l'équation de Schrödinger ordinaire à 1 particule et calculer $\psi_1(\vec{r},t)$ et $\psi_2(\vec{r},t)$ à partir de $\psi_1(\vec{r},0)$ et $\psi_2(\vec{r},0)$