Valeur moyenne et écart quadratique moyen de n

T-213

$$\overline{n} = \int_0^{n_0} n\, \mathcal{P}(n)\, dn$$

$$\overline{n^2} = \int_0^{n_0} n^2\, \mathcal{P}(n)\, dn$$

$$\Delta n = \sqrt{\overline{n^2} - \overline{n}^2}$$

Une série d'intégrations par parties donne

$$\int_0^1 u^2 \sqrt{1-u}\; du = \frac{16}{7 \times 15}$$

$$\int_0^1 u^3 \sqrt{1-u}\; du = \frac{4 \times 24}{15 \times 63}$$

On en déduit

$$\overline{n} = \frac{15}{4 n_0^2} \int_0^{n_0} n^2 \sqrt{1-\frac{n}{n_0}}\; dn = \frac{4\, n_0}{7}$$

$$\overline{n^2} = \frac{15}{4 n_0^2} \int_0^{n_0} n^3 \sqrt{1-\frac{n}{n_0}}\; dn = \frac{24}{63}\, n_0^2$$

$$\Delta n^2 = n_0^2\, \frac{8}{147}$$

Déplacement du spectre dû aux interactions

$$(\Delta \delta\omega)_{\text{inter.}} = \frac{g}{\hbar}\, \overline{n} = \frac{4}{7} \frac{g\, n_0}{\hbar}$$

Elargissement du spectre dû aux interactions

T-214

Si l'on approxime le profil de $\mathcal{P}(n)$ par une Gaussienne, le spectre final, qui est le produit de convolution de 2 courbes approximées par des Gaussiennes, est aussi une Gaussienne.

Les variances s'ajoutent alors, et on obtient pour la variance $\Delta(\delta\omega)^2$ de $\delta\omega$

$$\Delta(\delta\omega)^2 = \left[\Delta(\delta\omega)^2\right]_{\text{Doppler}} + \left[\Delta(\delta\omega)^2\right]_{\text{Inter}}$$

$$= \alpha^2 \frac{\hbar^2}{x_0^2} + \frac{8}{147} \frac{g^2 n_0^2}{\hbar^2}$$

avec $\alpha^2 = 3$ ou $\frac{21}{8}$ suivant la théorie

Recapitulation

L'effet des interactions est donc

- de déplacer le spectre Doppler
- d'élargir ce spectre

Le spectre Doppler ne dépend pas de n_0

L'effet des interactions ne dépend pas de x_0

Etude expérimentale (voir Ref. 1)

T-215

- Condensat en forme de cigare horizontal
- On fait varier n_0 et x_0 en changeant la raideur du piège et le nombre N d'atomes condensés
- On mesure n_0 par étude de l'expansion balistique, x_0 par mesure de N et des fréquences du piège
- Les faisceaux laser induisant la transition Raman sont appliqués un temps très court avant la coupure du piège. La durée de l'impulsion est suffisamment grande pour avoir une résolution $\leq 1\,\text{KHz}$ et suffisamment courte devant la période d'oscillation dans le piège
- Comme $g n_0 \ll \hbar^2 k^2/2M$, les atomes ayant subi la transition Raman (qui ont gagné une impulsion $2\hbar k$) se détachent nettement des autres, pendant l'expansion balistique

Exemple de spectre $I(\delta\omega/2\pi)$

T-216

Figure extraite de la Ref. 1

- ● Signal obtenu sur les atomes du condensat
- ▲ Signal obtenu après 3 ms d'expansion balistiques (on mesure les vitesses acquises lors de cette expansion)
- .... Signal calculé pour une distribution $\mathcal{P}(v_x)$ correspondant à l'état fondamental du piège
- — — Signal du nuage thermique