Comportement asymptotique de la largeur de $W(\varphi/\varphi_k \cdots \varphi_1)$ quand $k \to \infty$

T-177

$$\frac{1}{\sigma_{k+1}^2} = \frac{1}{\sigma_k^2} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{\sigma_{k+2}^2} = \frac{1}{\sigma_{k+1}^2} + \frac{1}{6} \quad \cdots$$

$$\frac{1}{\sigma_{k+N}^2} = \frac{1}{\sigma_k^2} + \frac{N}{6} \simeq \frac{N}{6} \quad \text{quand } N \gg \frac{1}{\sigma_k}$$

Au bout d'un nombre N suffisamment grand de détections, la largeur de W décroît donc comme $\frac{1}{\sqrt{N}}$

La distribution de phase relative s'affine donc de plus en plus, en $\frac{1}{\sqrt{N}}$, quand le nombre N de détections croît

Après chaque détection, le centre de W se déplace d'une quantité proportionnelle à $\frac{1}{N}$ dans le sens de la nouvelle valeur trouvée

Brouillage de la phase relative φ entre 2 condensats dû aux interactions

Problème étudié (Refs 2 à 5)

T-178

- 2 condensats bien séparés, dans 2 pièges différents 1 et 2
  On suppose $\bar{N}_1 = \bar{N}_2 = \bar{N}$
- A $t=0$, on suppose qu'il y a une phase relative φ bien définie entre les 2 condensats.
  Ils sont décrits par un état cohérent relatif $\hat{\rho}_{AA}(\varphi)$. Mélange statistique de produits d'états cohérents
  $$|A e^{i\theta_1}, A e^{i(\theta_1 - \varphi)}\rangle$$
  avec $A = \sqrt{\bar{N}}$ et φ fixés, θ_1 équiparti
- Les interactions entre atomes à l'intérieur de chaque condensat sont décrites par une théorie de champ moyen
  On néglige les interactions entre atomes du condensat 1 et atomes du condensat 2

Grandeur physique étudiée

T-179

$G^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$: Fonction de corrélation d'ordre 1 entre 2 points : $\vec{r}_1$ situé dans le condensat 1, $\vec{r}_2$ dans le condensat 2

$$G^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \mathrm{Tr}\left\{\hat{\rho}(t)\,\hat{\psi}^+(\vec{r}_1)\,\hat{\psi}(\vec{r}_2)\right\}$$

$\hat{\rho}(t)$: Opérateur densité du système à l'instant t, parti à l'instant $t=0$ de $\hat{\rho}_{AA}(\varphi)$

$$\hat{\psi}(\vec{r}) = \psi_1(\vec{r})\,\hat{a}_{\psi_1} + \psi_2(\vec{r})\,\hat{a}_{\psi_2}$$
$$\hat{\psi}^+(\vec{r}) = \psi_1^*(\vec{r})\,\hat{a}_{\psi_1}^+ + \psi_2^*(\vec{r})\,\hat{a}_{\psi_2}^+$$

$\psi_1(\vec{r})$ ($\psi_2(\vec{r})$) : Fonction d'onde décrivant l'état dans lequel sont condensés les atomes du condensat 1 (2). Solution de l'équation de Gross-Pitaevskii correspondant à $\bar{N}$ atomes. (On néglige les variations de ψ_1 et ψ_2 quand N varie de $\sqrt{\bar{N}}$ autour de $\bar{N}$. Par contre, on tient compte des variations de $E(N)$).

Expression de $G^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$

T-180

Comme $\psi_1(\vec{r}_2) = \psi_2(\vec{r}_1) = 0$, on a

$$G^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \psi_1^*(\vec{r}_1)\,\psi_2(\vec{r}_2)\,\mathrm{Tr}\left\{\hat{\rho}(t)\,\hat{a}_{\psi_1}^+\,\hat{a}_{\psi_2}\right\}$$

Valeur de $G^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0)$

$$\mathrm{Tr}\left\{\hat{\rho}(0)\,\hat{a}^+_{\psi_1}\,\hat{a}_{\psi_2}\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\theta_1$$
$$\langle A e^{i\theta_1}, A e^{i(\theta_1-\varphi)} | \hat{a}^+_{\psi_1}\hat{a}_{\psi_2} | A e^{i\theta_1}, A e^{i(\theta_1-\varphi)}\rangle$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\theta_1\; A e^{i(\theta_1-\varphi)}\, A e^{-i\theta_1} = A^2 e^{-i\varphi}$$

Pour simplifier, on va supposer
$$\varphi = 0$$

$$G^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0) = A^2\,\psi_1^*(\vec{r}_1)\,\psi_2(\vec{r}_2) = \bar{N}\,\psi_1^*(\vec{r}_1)\,\psi_2(\vec{r}_2)$$

Il y a donc une cohérence spatiale non nulle entre les 2 condensats à l'instant initial $t=0$

Comment cette cohérence spatiale va-t-elle évoluer au cours du temps ?