Evolution de la distribution $W(\varphi)$ de la phase relative φ

Etat initial des 2 condensats

A $t=0$, on suppose que la phase relative φ entre les 2 condensats n'est pas définie

Equipartie entre 0 et 2π

Description de cet état initial

Mélange statistique d'états cohérents relatifs

- Produit de 2 états cohérents

$$|\alpha_1\rangle \otimes |\alpha_2\rangle = |\alpha_1, \alpha_2\rangle$$

$$\alpha_1 = A_1 e^{i\theta_1} \qquad \alpha_2 = A_2 e^{i\theta_2}$$

$$A_1 = |\alpha_1| = \sqrt{N_1} \qquad A_2 = |\alpha_2| = \sqrt{N_2}$$

$$\varphi = \theta_1 - \theta_2 = \text{Phase relative}$$

- Etat cohérent relatif (voir T-87)

$$\hat{P}_{A_1A_2}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\theta_1 \, |A_1 e^{i\theta_1}, A_2 e^{i(\theta_1-\varphi)}\rangle\langle A_1 e^{i\theta_1}, A_2 e^{i(\theta_1-\varphi)}|$$

- Etat initial

Mélange statistique d'états cohérents relatifs avec une phase relative φ équipartie entre 0 et 2π

$$\hat{\rho}(t=0) = \hat{\rho}^{(0)} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \; \hat{P}_{A_1A_2}(\varphi)$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta_1 \, |A_1 e^{i\theta_1}, A_2 e^{i(\theta_1-\varphi)}\rangle\langle A_1 e^{i\theta_1}, A_2 e^{i(\theta_1-\varphi)}|$$

Mélange statistique de produits d'états cohérents $|A_1 e^{i\theta_1}\rangle \otimes |A_2 e^{i(\theta_1-\varphi)}\rangle$

A_1 et A_2 fixes – φ et θ_1 équiparties

- On supposera pour simplifier $A_1 = A_2 = A$

- Procédure de calcul

Le calcul sera fait à partir d'un état initial produit de 2 états cohérents, ce qui permet d'obtenir des expressions analytiques pour les diverses probabilités

Ces probabilités seront ensuite moyennées sur θ_1 et φ

Distribution initiale $W^{(0)}(\varphi)$ de φ

On peut écrire

$$\hat{\rho}(t=0) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \; \hat{P}_{AA}(\varphi)$$

$$= \int_0^{2\pi} W^{(0)}(\varphi) \; \hat{P}_{AA}(\varphi)$$

La distribution initiale $W^{(0)}(\varphi)$ de φ est donc

$$W^{(0)}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$$

Problèmes étudiés dans ce cours

① Après k détections d'atomes qui ont donné un atome en x_1, un atome en x_2, ... un atome en x_k, peut-on calculer la nouvelle distribution de la phase relative φ ?

Nous verrons qu'on peut donner une expression analytique de $W(\varphi / x_k, \dots x_2, x_1)$, ou ce qui revient au même de $W(\varphi/\varphi_k, \dots \varphi_2, \varphi_1)$ où l'on a noté $\varphi_1 = 2\pi x_1$, $\varphi_2 = 2\pi x_2$, ... $\varphi_k = 2\pi x_k$

② Après k détections qui ont donné un atome en x_1, ... un atome en x_k, peut-on calculer la probabilité de trouver un atome en x_{k+1} lors de la prochaine détection ?

Nous verrons là aussi qu'on peut donner une expression analytique de $p(x_{k+1} / x_k, \dots x_2, x_1)$

③ Peut-on comprendre comment évolue $W(\varphi/\varphi_k, \dots \varphi_1)$ au fur et à mesure que le nombre de détections augmente ?

Comment varie l'abscisse du maximum de cette fonction ?

Comment varie sa largeur ?

On suivra ici l'approche de la référence 1

Pour une autre approche utilisant des états de phase relative plutôt que des états cohérents relatifs, voir référence 2