

Phase relative de 2 condensats
simultanément présents dans le même piège

① Introduction T. 284 - T. 285

- But de ce cours
- Sous-niveaux fondamentaux de 87Rb

② Production d'un mélange de 2 condensats par refroidissement sympathique T. 286 - T. 291

- Principe
- Résultats expérimentaux
- Une telle méthode est-elle généralisable à d'autres alcalins?

③ Une autre méthode pour préparer un mélange de 2 condensats T. 292 - T. 293

- Transition à 2 photons microonde + radiofréquence
- Diverses études possibles

④ Etude de la dynamique des 2 condensats T. 294 - T. 302

- Mélange ou séparation?
- Exemples de résultats

⑤ Etude de la phase relative des 2 condensats T. 303 - T. 315

- Comportement aux temps T très courts
- Temps T plus longs
- Temps T beaucoup plus longs
- Brouillage de la phase relative dû aux interactions

Références T. 316 - T. 317

Phase relative de 2 condensats simultanément présents dans un piège [T.284]

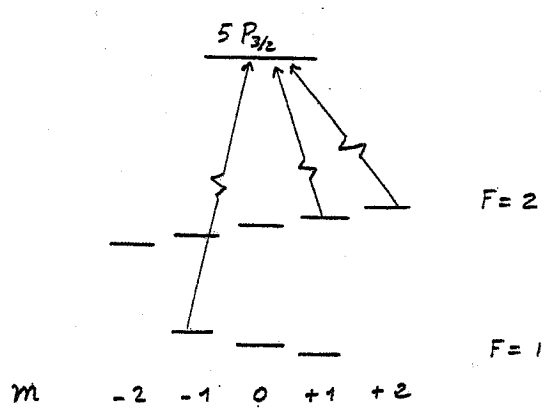
But de ce cours

- Décrire des expériences réalisées à Boulder et portant sur des mélanges de 2 condensats d'atomes de ^{87}Rb préparés dans les niveaux hyperfins $F=1$ et $F=2$ (Références 1 à 6)
- Comment préparer et détecter de tels mélanges ?
- Quelle est leur dynamique sous l'effet des interactions entre atomes ?
- Peut-on les préparer avec une phase relative bien définie et suivre l'évolution ultérieure de cette phase ?

Autres expériences analogues à M.I.T.

sur des condensats d'atomes de Sodium dans des niveaux Zeeman différents, piégés dans un piège laser (Référence 7)

Sous-niveaux de l'état fondamental de ^{87}Rb [T.285]



Dans un piège magnétique, peuvent être piégés les atomes dans les sous-niveaux

$F=2, m=2$ $F=2, m=1$
 $F=1, m=-1$

Par pompage optique, on peut préparer les atomes dans l'un de ces 3 états

On peut détecter optiquement et séparément les populations de ces états

Production d'un mélange de 2 condensats par refroidissement "sympathique" [T.286]

Référence 1

Principe

- On piège simultanément dans un piège magnétique des atomes de ^{87}Rb dans les états $F=2, m=2$ et $F=1, m=-1$
- Comme le moment magnétique de l'état $m=2$ est 2 fois plus grand que celui de l'état $m=-1$, le piège est plus confinant pour l'état $m=2$.
Le nuage d'atomes dans l'état $m=-1$ s'étend plus loin
- L'évaporation RF enlève préférentiellement les atomes $F=1, m=-1$ du piège à l'extrémité du nuage
- Les collisions avec les atomes $F=1, m=-1$ ainsi refroidis diminuent la température des atomes $F=2, m=+2$ et on arrive à obtenir ainsi 2 condensats

Evolution de la température et du nombre d'atomes dans chaque état au cours du refroidissement évaporatif [T.287]

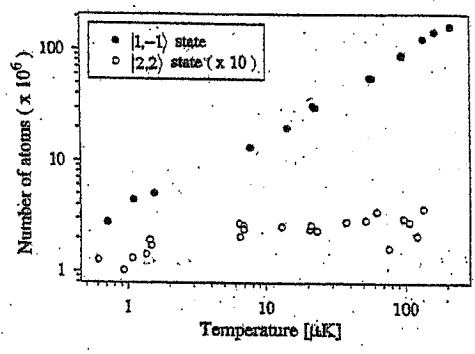


Figure extraite de la référence 1

On constate que le nombre d'atomes dans l'état $F=1, m=-1$ diminue au cours du refroidissement évaporatif alors que le nombre d'atomes dans l'état $F=2, m=+2$ ne change pas

Intérêt du refroidissement "sympathique"

- Mis ici en évidence pour la 4^{ème} fois sur des atomes neutres. T. 288

Auparavant démontré sur des ions qui interagissent avec un potentiel de Coulomb à longue portée (Ref. 11)

- Possibilité de refroidir des isotopes rares ou fermioniques

Pour des fermions polarisés dans le même état de spin, le principe de Pauli interdit les collisions dans l'onde s, les sections efficaces des collisions élastiques sont très faibles et le refroidissement évaporatif très inefficace

- Il est plus judicieux de refroidir un isotope bosonique par évaporation et de refroidir l'isotope fermionique par refroidissement sympathique

Image des 2 condensats

T. 289

- A cause de la gravité, le centre de chaque condensat est déplacé vers le bas, le condensat $F=1, m=-1$ davantage que le condensat $F=2, m=+2$ car le piège est moins raide
- En inclinant légèrement l'axe horizontal du piège (comme de cigare horizontal), on peut séparer spatialement les 2 condensats

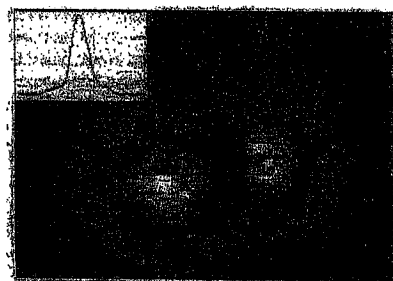


Figure extraite de la référence 1

Image de 2 condensats s'interpénétrant

T. 290

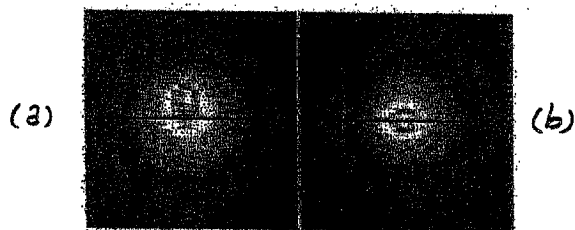


Figure extraite de la référence 1

- Sur la figure b, on a un condensat pur, dans l'état $F=2, m=2$
- Sur la figure a, les 2 condensats sont présents, mais on ne détecte optiquement que le condensat $F=2, m=2$
- Le condensat $F=2, m=2$, que l'on détecte est repoussé vers le haut par le condensat $F=1, m=-1$, non visible ici
- Les centres des images thermiques sont par contre confondus

Une telle expérience est-elle généralisable aux autres alcalins ?

T. 291

- Le refroidissement sympathique d'atomes préparés dans des niveaux hyperfins différents ne peut fonctionner que si les collisions d'échange de spin, qui sont des collisions inélastiques, restent négligeables devant les collisions élastiques
- Ceci est réalisé pour $87Rb$ à cause d'une coïncidence accidentelle entre les longueurs de diffusion a_s et a_T des potentiels singulet et triplet de spin, conduisant à une interférence destructive pour l'amplitude d'échange. Les sections efficaces d'échange de spin, proportionnelles à $(a_s - a_T)^2$, sont alors très faibles
- Une telle circonstance favorable ne se produit pas pour les autres alcalins (Voir Références 8 à 10)

Une autre méthode pour préparer un mélange de 2 condensats T-292

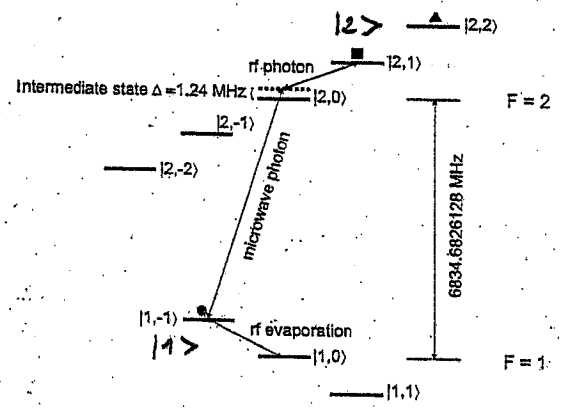


Figure extraite de la référence 2
 Une transition à 2 photons (microonde + radiofréquence) permet de passer de l'état $|1\rangle = |F=1, m=-1\rangle$ à l'état $|2\rangle = |F=2, m=2\rangle$
 On part d'un condensat dans $|1\rangle$ après refroidissement évaporatif
 Couplage de Rabi effectif entre $|1\rangle$ et $|2\rangle$
 Impulsions $\pi/2, \pi \dots$

Diverses études possibles T-293

- ① Après l'impulsion microonde - RF, on peut préparer un état initial contenant des proportions choisies des condensats $|1\rangle$ et $|2\rangle$
 Comme les 2 condensats peuvent être détectés séparément et qu'ils ne se transforment pas spontanément l'un dans l'autre, on peut les considérer comme 2 fluides discernables
 Quelle est leur dynamique sous l'effet des interactions ?
- ② L'impulsion crée une certaine phase relative entre les 2 condensats
 Un instant T après, une 2^{ème} impulsion peut fournir un signal d'interférence sensible à la nouvelle valeur de la phase relative.
 Quelle est l'évolution de la phase relative entre les 2 condensats ?

Etude de la dynamique T-294

Etat initial
 Après avoir préparé un condensat $|1\rangle$, une impulsion très brève peut préparer
 - soit un condensat $|2\rangle$ (impulsion π)
 - soit une superposition linéaire de $|1\rangle$ et $|2\rangle$ (impulsion $\pi/2$)
 Si l'impulsion est très brève, la fonction d'onde initiale du condensat $|1\rangle$, $\phi_0(\vec{r})$, ne change pas. Seul l'état de spin change
 Impulsion π : $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$
 Impulsion $\pi/2$: $|1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$

Paramètres sur lesquels on peut jouer
 En réglant le champ magnétique, en utilisant la gravité et certaines caractéristiques du piège TOP (voir Ref.), on peut faire en sorte que les centres des 2 pièges pour $|1\rangle$ et $|2\rangle$ soient
 - soit confondus
 - soit légèrement décalés verticalement (voir référence 2)

Evolution après l'impulsion T-295

- Equations de Gross-Pitaevskii couplées

$$\begin{cases} i\hbar \dot{\phi}_1 = [-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_1 + g_1 |\phi_1|^2 + g_{12} |\phi_2|^2] \phi_1 \\ i\hbar \dot{\phi}_2 = [-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_2 + g_2 |\phi_2|^2 + g_{21} |\phi_1|^2] \phi_2 \end{cases}$$

$$g_i = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_i \quad g_{ij} = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_{ij} \quad a_{ij} = a_{ji}$$
- Equations qui conservent les nombres N_1 et N_2 d'atomes dans chaque condensat
- Etude à partir de ces équations de la structure de l'état fondamental et des premiers états excités
- Pour ^{87}Rb , la coïncidence entre a_s et a_r entraîne que

$$g_1 \approx g_2 \approx g_{12}$$
 De manière plus précise

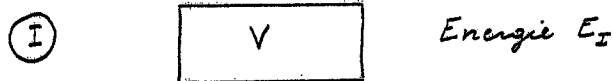
$$g_1 : g_{12} : g_2 = 1.03 : 1 : 0.97$$

Mélange ou séparation ? T. 296

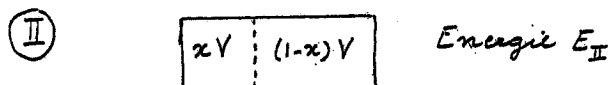
Si g_{12} était beaucoup plus grand que g_1 et g_2 , on conçoit que les 2 condensats auraient tendance à se séparer pour minimiser les interactions 1-2

Dérivation de la condition de séparation pour un système homogène

2 états possibles



2 condensats mélangés
 N atomes $|1\rangle$ dans V
 N atomes $|2\rangle$ dans V



2 condensats séparés
 N atomes $|1\rangle$ dans xV
 N atomes $|2\rangle$ dans (1-x)V

Calcul de E_I T. 297

$$E_I = \frac{1}{2} g_1 \frac{N^2}{V} + \frac{1}{2} g_2 \frac{N^2}{V} + g_{12} \frac{N^2}{V}$$

$$= \frac{N^2}{2V} (g_1 + g_2 + 2g_{12})$$

Calcul de E_{II}

$$E_{II} = \frac{1}{2} g_1 \frac{N^2}{xV} + \frac{1}{2} g_2 \frac{N^2}{(1-x)V} = \frac{N^2}{2V} \underbrace{\left[\frac{g_1}{x} + \frac{g_2}{1-x} \right]}_{G(x)}$$

La valeur optimale de x est celle qui minimise G(x)

$$\frac{dG}{dx} = -\frac{g_1}{x^2} + \frac{g_2}{(1-x)^2} = 0 \rightarrow g_1(1-x)^2 = g_2 x^2$$

$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{g_1}}{\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2}} \quad (1-x) = \frac{\sqrt{g_2}}{\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2}}$$

$$G(x) = \sqrt{g_1}(\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2}) + \sqrt{g_2}(\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2})$$

$$= (\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2})^2 = g_1 + g_2 + 2\sqrt{g_1 g_2}$$

$$E_{II} = \frac{N^2}{2V} [g_1 + g_2 + 2\sqrt{g_1 g_2}]$$

On en déduit $E_I - E_{II} = \frac{N^2}{V} [g_{12} - \sqrt{g_1 g_2}]$

- ① Si $g_{12} > \sqrt{g_1 g_2}$ $E_I > E_{II}$ Séparation
- ② Si $g_{12} < \sqrt{g_1 g_2}$ $E_I < E_{II}$ Mélange

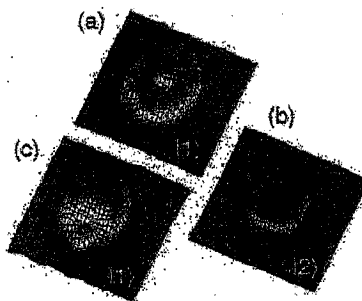
Revenons aux 2 condensats $|1\rangle$ et $|2\rangle$ dans un piège T. 298

Comme g_{12} est très voisin de $\sqrt{g_1 g_2}$ pour ^{87}Rb , l'état du système sera très sensible aux symétries des 2 pièges

- Si les 2 potentiels V_1 et V_2 sont identiques, le fait que $g_1 > g_2$ peut favoriser une structure où le condensat 1 est au pourtour du condensat 2 pour diminuer sa densité
- Un déplacement des centres des 2 pièges peut favoriser par contre une séparation verticale plutôt que radiale
- Ces 2 types de structure ont été observées

Exemple d'image des 2 condensats T. 299

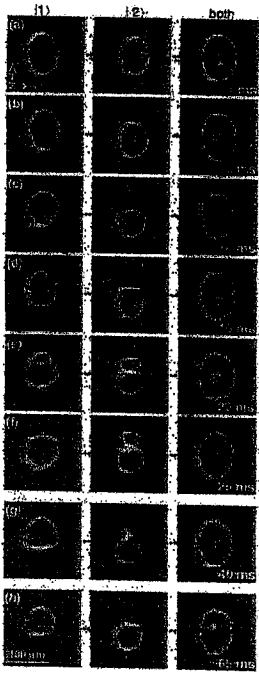
Figure extraite de la référence 4



- (a) Image du condensat $|1\rangle$ formant un anneau
Forme de cratère
- (b) Image du condensat $|2\rangle$ au centre du cratère précédent
- (c) Déplacement des centres des pièges conduisant à un déplacement du condensat $|1\rangle$ vers le haut

Etude détaillée de la dynamique T.300

Figure extraite de la référence 4



A $t=0$, une impulsion $\pi/2$ prépare une superposition des 2 condensats
On peut étudier séparément l'évolution de $|1\rangle$, $|2\rangle$ et de la somme des 2

Caractéristiques intéressantes T.301

① Les structures spatiales des condensats $|1\rangle$ et $|2\rangle$ évoluent de manière importante et se stabilisent au bout d'un certain temps.

L'écart final des 2 distributions est grand devant l'écart entre les centres des 2 pièges

Il y a cependant une zone où les 2 condensats se recouvrent

Evolution temporelle des positions des centres des 2 distributions

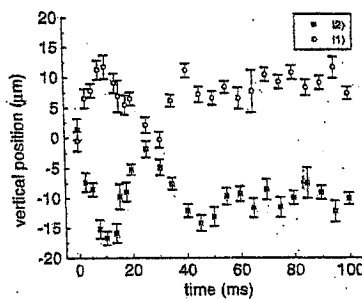


Figure extraite de la référence 4

② La somme des densités des 2 condensats évolue par contre très peu T.302

Interprétation d'un tel résultat
à la limite de Thomas-Fermi

- Les équations de T. montrent que si V_1 est très voisin de V_2 , et si g_1, g_2, g_{12} sont très peu différents, la forme de $|\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$ est, en régime stationnaire, une parabole inversée
- Si le condensat $|1\rangle$ est tout seul, on obtient la même parabole inversée en régime stationnaire - Idem pour $|2\rangle$
- L'état initial obtenu après l'impulsion $\pi/2$ est donc très peu différent de l'état stationnaire pour $|\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$. On comprend pourquoi $|\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$ évolue peu
- Par contre, $|\phi_1|^2$ est sensible aux petites différences existant entre g_1, g_2, g_{12}
Idem pour $|\phi_2|^2$

Etude de la phase relative (Ref.5) T.303

- Une 1^{ère} impulsion $\pi/2$ introduit une phase relative, bien définie entre les 2 condensats
- Une 2^{ème} impulsion appliquée un temps T après permet de "lire" la nouvelle valeur de la phase relative

Analogie avec les franges de Ramsey dans le domaine temporel

Le comportement de la phase relative dépend des valeurs de T

① Temps T très courts

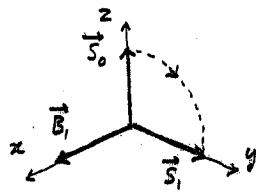
La dynamique spatiale des condensats est négligeable pendant le temps T

Juste après la 1^{ère} impulsion, le recouvrement des 2 condensats est parfait

Seule la dynamique des degrés de liberté de spin est à prendre en compte

Evolution des degrés de liberté de spin

Description en termes de spin fictif $\pi/2$ dans le référentiel tournant T-304

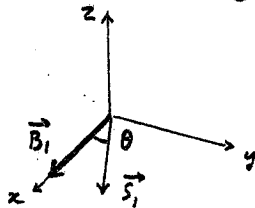


La 1^{ère} impulsion $\pi/2$ fait tourner \vec{S} de $\pi/2$ autour de \vec{B}_1
 $\vec{S}_0 \rightarrow \vec{S}_1$
 Angle $\pi/2$ entre \vec{B}_1 et \vec{S}_1

Pendant le temps d'évolution libre T

\vec{S}_1 tourne dans le plan horizontal à une fréquence $\omega_0/2\pi$ différente de celle, $\omega/2\pi$, de l'oscillateur qui délivre l'impulsion

Quand on applique la 2^{ème} impulsion $\pi/2$
 l'angle entre \vec{B}_1 et \vec{S}_1 n'est plus égal à $\pi/2$ mais à $\frac{\pi}{2} + \delta T$ où $\delta = \omega - \omega_0$



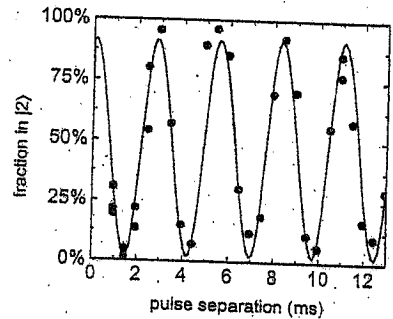
$$\theta = \frac{\pi}{2} + \delta T$$

La précession de \vec{S}_1 autour de \vec{B}_1 va faire apparaître des populations de $|1\rangle$ et $|2\rangle$ variant périodiquement avec T

Exemple de franges de Ramsey T-305

observées pour des temps T très courts

Figure extraite de la référence 6



Le transfert de population vers l'état $|2\rangle$ est une fonction périodique du délai T entre les 2 impulsions $\pi/2$

On a ici $\frac{\delta}{2\pi} = 360 \text{ Hz}$

② Pour des temps T plus longs T-306

Les 2 condensats sont en mouvement

Ils n'ont plus chacun une seule phase. Des gradients de phase apparaissent

De plus, les 2 condensats se séparent et leur recouvrement diminue

↳ Diminution du contraste des franges

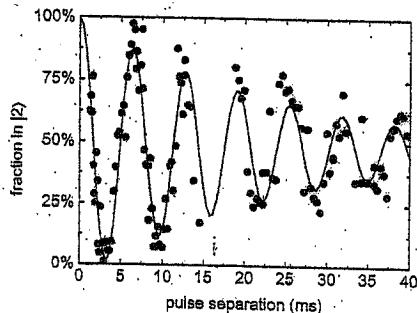


Figure extraite de la référence 6

③ Pour des temps T encore beaucoup plus longs T-307

- Les condensats ont atteint un régime stationnaire. Ils sont immobiles et on peut penser qu'il n'y a plus de gradient de phase pour chacun d'eux

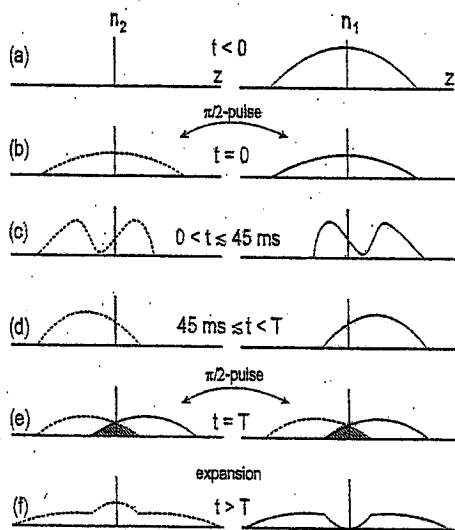
- L'interférence entre les 2 condensats ne peut cependant être observée que dans la zone où ils ont un recouvrement

- La 2^{ème} impulsion $\pi/2$ va donc augmenter la densité de l'un des 2 condensats dans cette zone de recouvrement (interférence constructive) tout en diminuant la densité de l'autre (interférence destructive)

Séquence temporelle

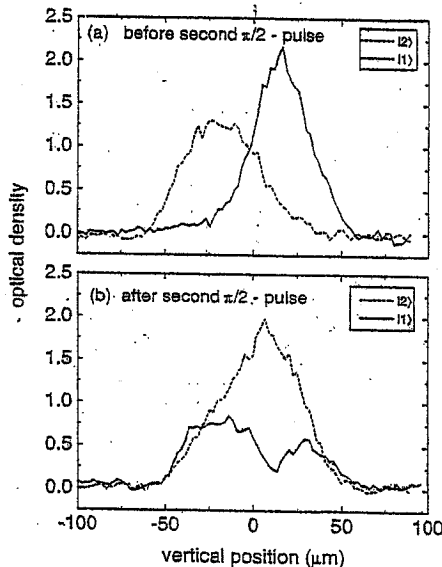
T-308

Figure extraite de la référence 5



En (f), l'interférence est supposée constructive pour n_2 , destructive pour n_1

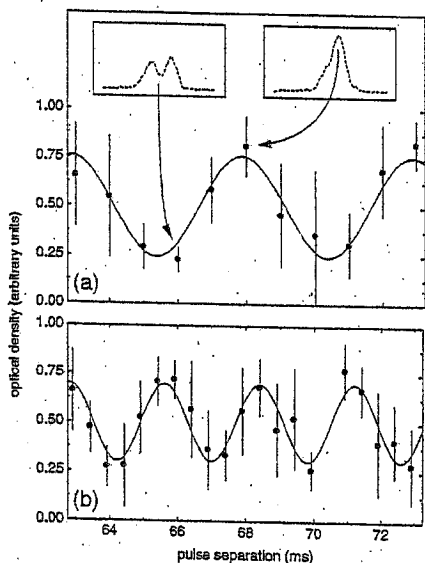
Figure extraite de la référence 5 T-309



Exemple de résultats expérimentaux montrant dans la zone de recouvrement - une interférence constructive pour n_2 - une interférence destructive pour n_1

Variation du signal d'interférence avec T

Figure extraite de la référence 5 T-310



Entre (a) et (b), l'écart $\delta = \omega - \omega_0$ a été augmenté de $2\pi \times 360$ Hz
La période des franges diminue

Brouillage de la phase relative sous l'effet des interactions

T-311

- La dispersion sur $N_1 - N_2$, essentielle pour avoir une phase relative initiale, entraîne un brouillage de la phase relative au cours du temps. (voir cours VI, T. 178 \rightarrow T. 188). On suppose ici $N_1 + N_2 = Cte$
- Ce brouillage est dû au fait que les fréquences de Bohr

$$\Omega(N_1, N_2) = \frac{1}{\hbar} [E(N_1+1, N_2-1) - E(N_1, N_2)]$$

apparaissant dans l'évolution de la fonction de corrélation $\langle \hat{a}_{\psi_1}^+ \hat{a}_{\psi_2} \rangle$ sont dispersées sur un intervalle $\Delta\Omega$ quand N_1 et N_2 varient dans un intervalle ΔN autour de \bar{N}_1 et \bar{N}_2 (avec $N_1 + N_2 = \bar{N}_1 + \bar{N}_2$)

- Par rapport au cours VI, on va tenir compte ici des interactions entre les 2 condensats ($g_{12} \neq 0$), alors que dans le cours VI, seuls g_1 et g_2 étaient non nuls

Voir référence 12

Calcul de $E(N_1+1, N_2-1) = E(N_1, N_2)$ T-312

$$E(N_1+1, N_2-1) \approx \left(\frac{\partial}{\partial N_1} - \frac{\partial}{\partial N_2} \right) E(N_1, N_2) = \mu_1(N_1, N_2) - \mu_2(N_1, N_2)$$

La différence des potentiels chimiques $\mu_1, -\mu_2$ joue en quelque sorte le rôle de la fréquence de Larmor pour un spin 1/2

Calcul de la dispersion $\Delta\Omega$ sur $(\mu_1, -\mu_2)/\hbar$ quand N_1 et N_2 varient sur un intervalle ΔN autour de \bar{N}_1 et \bar{N}_2

$$\hbar\Omega(N_1, N_2) = \mu_1(N_1, N_2) - \mu_2(N_1, N_2)$$

$$\Delta\Omega \approx \Omega(\bar{N}_1 + \Delta N, \bar{N}_2 - \Delta N) - \Omega(\bar{N}_1, \bar{N}_2)$$

$$\approx \Delta N \left(\frac{\partial}{\partial N_1} - \frac{\partial}{\partial N_2} \right) \Omega(N_1, N_2) \Big|_{N_1=\bar{N}_1, N_2=\bar{N}_2}$$

Temps de brouillage : $T_{coh} \approx \frac{1}{\Delta\Omega}$

Pour calculer un ordre de grandeur de $\Delta\Omega$ on va se limiter au cas simple d'un mélange homogène de 2 condensats dans une boîte $V = L^3$

Expression de $E(N_1, N_2)$ pour un mélange homogène de 2 condensats T-313

$$E(N_1, N_2) = \frac{1}{2} g_1 \frac{N_1^2}{V} + \frac{1}{2} g_2 \frac{N_2^2}{V} + g_{12} \frac{N_1 N_2}{V}$$

Expression de $\mu_1(N_1, N_2)$ et $\mu_2(N_1, N_2)$

$$\mu_1(N_1, N_2) = \frac{\partial}{\partial N_1} E(N_1, N_2) = g_1 \frac{N_1}{V} + g_{12} \frac{N_2}{V}$$

$$\mu_2(N_1, N_2) = \frac{\partial}{\partial N_2} E(N_1, N_2) = g_2 \frac{N_2}{V} + g_{12} \frac{N_1}{V}$$

$$\mu_1(N_1, N_2) - \mu_2(N_1, N_2) =$$

$$g_1 \frac{N_1}{V} - g_2 \frac{N_2}{V} + g_{12} \frac{N_2 - N_1}{V}$$

$$\hbar\Omega(N_1, N_2) = \mu_1(N_1, N_2) - \mu_2(N_1, N_2)$$

Calcul de $\Delta\Omega$

$$\Delta\Omega = \Delta N \left(\frac{\partial}{\partial N_1} - \frac{\partial}{\partial N_2} \right) \Omega(N_1, N_2) \Big|_{N_1=\bar{N}_1, N_2=\bar{N}_2}$$

$$= \frac{\Delta N}{\hbar V} (g_1 + g_2 - 2g_{12})$$

Cas où $g_{12} = 0$, mais où $g_1 \neq 0, g_2 \neq 0$ T-314

- On a alors $\Delta\Omega = \frac{\Delta N}{\hbar V} (g_1 + g_2)$

- Prenons

$$\bar{N}_1 = \bar{N}_2 = \frac{N}{2} \quad g_1 = g_2 = g$$

$$\Delta N = \sqrt{N}$$

On obtient $\Delta\Omega = \frac{\sqrt{N}}{\hbar V} g$

- Par ailleurs

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu = \frac{gN}{V}$$

de sorte que $\mu' = \frac{\partial \mu}{\partial N} = \frac{g}{V}$

On en déduit

$$\Delta\Omega = \frac{\mu' \sqrt{N}}{\hbar}$$

et donc $T_{coh} = \frac{1}{\Delta\Omega} = \frac{\hbar}{\mu' \sqrt{N}}$

On retrouve le résultat du cours VI (voir T.188)

Cas où $g_{12} \neq 0$ et où $g_1 + g_2 - 2g_{12} = 0$

On trouve alors $\Delta\Omega = 0$ et $T_{coh} = \infty$

Les interactions entre les condensats 1 et 2 peuvent supprimer le brouillage de phase !

Interprétation physique T-315

- Pour un ΔN donné, ce qui compte, c'est la variation de $\mu_1 - \mu_2$ quand N_1 augmente de +1 et N_2 diminue de -1

- Cas $g_{12} = 0$

Quand N_1 augmente, μ_1 augmente (il y a davantage d'atomes dans le condensat 1)

En même temps N_2 diminue et μ_2 diminue

Donc $\mu_1 - \mu_2$ augmente

- Cas $g_{12} \neq 0$

Quand on fait passer un atome du condensat 2 au condensat 1, l'interaction d'un atome du condensat 1 avec les autres atomes de ce condensat 1 augmente car N_1 augmente. Mais en même temps, l'interaction de cet atome avec les atomes du condensat 2 diminue car N_2 diminue. La variation de μ_1 peut donc être plus faible - Idem pour μ_2

- Pour $g_{12} = 0$, on a à peu près $g_{12} = g_1 + g_2$

On peut ainsi comprendre la "robustesse" de la phase relative survivant après une dynamique spatiale complexe des 2 condensats

Références

T-316

T-317

- (1) C. Myatt, E. Burt, R. Ghrist, E. Cornell, C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997)
- (2) D. Hall, J. Ensher, D. Jin, R. Matthews, C. Wieman, E. Cornell, *S.P.I.E.*, **3270**, 98 (1998)
- (3) M. Matthews, D. Hall, D. Jin, J. Ensher, C. Wieman, E. Cornell, F. Dalfovo, C. Minniti, S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 243 (1998)
- (4) D. Hall, M. Matthews, J. Ensher, C. Wieman, E. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1539 (1998)
- (5) D. Hall, M. Matthews, C. Wieman, E. Cornell *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1543 (1998)
- (6) E. Cornell, D. Hall, M. Matthews, C. Wieman, *J. Low Temp. Phys* **113**, 151 (1998)
- (7) W. Ketterle, D. Durfee, D. Stamper-Kurn
Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CX L
M. Inguscio, S. Stringari, C. Wieman (Eds)
p. 67 (1999)
- (8) J. Burke, J. Bohn, D. Esry, C. Greene *Phys. Rev.* **A55**, R2511 (1997)
- (9) S. Kokkelmans, H. Boesten, B. Verhaar *Phys. Rev.* **A55**, R1589 (1997)
- (10) P. Julienne, F. Mies, E. Tiesinga, C. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997)
- (11) D. Larson, J. Bergquist, J. Bollinger, W. Itano, D. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 70 (1986)
- (12) A. Sinatra, Y. Castin
The Europ. Phys. Journal D
A parasite