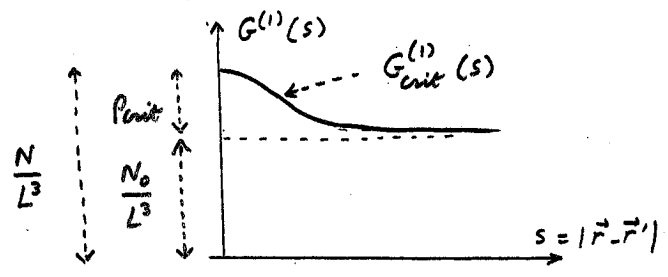


On dépasse la densité critique $\rho > \rho_{crit}$

N_0 n'est plus négligeable. z reste égal à 1

$$G^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}') = \frac{N_0}{L^3} + G_{crit}^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}') \quad (T-45)$$

$$G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}) = \frac{N_0}{L^3} + \rho_{crit} \quad \rho_{crit} = \frac{N-N_0}{L^3}$$



Toute augmentation de N se répercute intégralement sur N_0 .

ρ_{crit} ne change pas. Le fond plat augmente. La "bosse" reste inchangée

On voit apparaître une longueur de cohérence infinie due au condensat

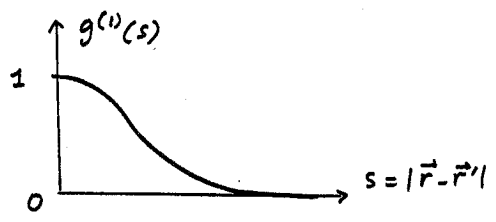
Ordre à longue portée

Fonctions de corrélation normalisée

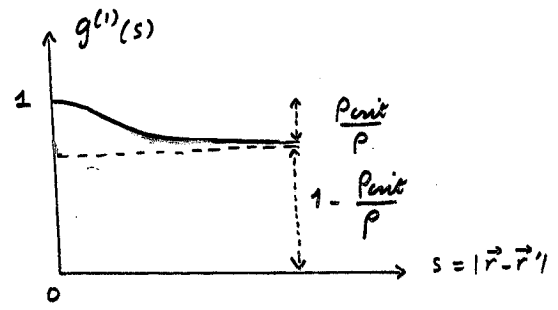
$$g^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}') = \frac{G^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}')}{\sqrt{G^{(1)}(0) G^{(1)}(0)}} \quad (T-46)$$

Gaz très dilué

$$g^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}') = e^{-\frac{\pi(\vec{r}-\vec{r}')^2}{\lambda_T^2}}$$



Gaz très dense



Quand $\rho \rightarrow \infty$, $g^{(1)}(s) \rightarrow 1$

Effet des interactions

(T-47)

On se limite au cas $T=0^\circ K$, où l'on peut valablement utiliser l'approche de Bogolubov. On a toujours

$$G^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}') = \frac{N_0}{L^3} + \sum_{k \neq 0} \frac{\langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_k \rangle}{L^3} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}' - \vec{r})}$$

Les $\langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_k \rangle = \langle \tilde{\Psi}_0 | \hat{a}_k^+ \hat{a}_k | \tilde{\Psi}_0 \rangle$ (où $\tilde{\Psi}_0$ est le nouvel état fondamental perturbé sous l'effet des interactions) ne sont plus nuls quand $k \neq 0$, non pas à cause des excitations thermiques puisque $T=0^\circ K$, mais à cause des collisions élastiques

"Dépletion quantique" du condensat

$$G^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}) = \rho(\vec{r}) = \frac{N_0}{L^3} + \sum_{k \neq 0} \frac{1}{L^3} \langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_k \rangle = \frac{N}{L^3}$$

$$\sum_{k \neq 0} \frac{1}{L^3} \langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_k \rangle = \frac{N-N_0}{L^3} = \frac{8\rho}{3\sqrt{\pi}} (\rho a^3)^{1/2}$$

(Voir transparent T17)

Calcul de $\sum_{k \neq 0} \frac{1}{L^3} \langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_k \rangle e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}' - \vec{r})}$

(T-48)

$$\begin{aligned} \hat{a}_{\vec{k}} &= u_k \hat{b}_{\vec{k}} + v_k \hat{b}_{-\vec{k}} \\ \hat{a}_{-\vec{k}} &= u_k \hat{b}_{\vec{k}} - v_k \hat{b}_{-\vec{k}} \\ \langle \tilde{\Psi}_0 | \hat{b}_{\vec{k}} | \tilde{\Psi}_0 \rangle &= 0 \quad \langle \tilde{\Psi}_0 | \hat{b}_{-\vec{k}}^+ | \tilde{\Psi}_0 \rangle = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Voir} \\ \text{cours 98-99} \\ \text{page VIII-7} \end{array} \right\}$$

$$G^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}') = \frac{N_0}{L^3} + \frac{1}{L^3} \sum_{k \neq 0} v_k^2 e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}' - \vec{r})}$$

$$\approx \frac{N_0}{L^3} + \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k v_k^2 e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}' - \vec{r})}$$

$$v_k^2 = s k^2 \theta_k = \frac{1}{2} \left[\frac{k^2 + k_0^2}{k^2(k^2 + 2k_0^2)} - 1 \right] \quad \text{Cours 98-99 page VII-12}$$

$$k_0 = \frac{1}{\xi_0} \quad \xi_0 = \frac{1}{\sqrt{8\pi} \rho a_0} = \text{longueur de relaxation}$$

$$G^{(1)}(s) \approx \frac{N_0}{L^3} + \frac{k_0^3}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{1}{2} k \left[\frac{k^2 + 1}{\sqrt{k^2 + 2}} - k \right] e^{i\vec{k} \cdot \vec{s} / \xi_0}$$

$$\vec{k} = \frac{k}{k_0} \quad s = |\vec{r}' - \vec{r}'|$$

On retrouve une courbe analogue à celle de T-18. La "bosse" a maintenant une amplitude de l'ordre de $\frac{N-N_0}{N} \propto (\rho a^3)^{1/2}$ et sa longueur est déterminée par la longueur de relaxation ξ_0 .