II - 6

T-41

On augmente N tout en restant en dessous de la densité critique

N_0 reste négligeable, mais z croît et on ne peut plus négliger les termes $\ell > 1$ dans la série $\sum_{\ell=1}^{\infty}$

$G^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}\,')$ est une somme de Gaussiennes de largeurs croissantes $\frac{\lambda_T}{\sqrt{\pi}}, \frac{\lambda_T\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}, \frac{\lambda_T\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}}, \dots$

La largeur de $G^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}\,')$ croît quand N croît.

On atteint le régime critique $\rho_{crit}\lambda_T^3 = 2.612$

On a alors $z=1$. On peut toujours négliger N_0 qui n'a pas encore commencé à croître et faire $z=1$ dans la série $\sum_{\ell=1}^{\infty}$

$$G^{(1)}_{crit}(\vec{r}-\vec{r}\,') = \frac{1}{\lambda_T^3}\sum_{\ell=1}^{\infty}\frac{1}{\ell^{3/2}}\,e^{-\frac{\pi(\vec{r}-\vec{r}\,')^2}{\ell\lambda_T^2}}$$

Courbe qui ne dépend plus que de λ_T

$$G^{(1)}_{crit}(\vec{r},\vec{r}) = \frac{1}{\lambda_T^3}\sum_{\ell=1}^{\infty}\frac{1}{\ell^{3/2}} = \frac{2.612}{\lambda_T^3} = \rho_{crit}$$

On retrouve bien la valeur de la densité critique pour $G^{(1)}(\vec{r},\vec{r}) = \rho(\vec{r})$

T-42

Comportement asymptotique de $G^{(1)}(\vec{r}-\vec{r}\,')$ pour $|\vec{r}-\vec{r}\,'| = s \gg \lambda_T$

- Revenons à l'expression de $\langle n_k\rangle$

$$\langle n_k\rangle = \frac{z\,e^{-\beta\varepsilon_k}}{1-z\,e^{-\beta\varepsilon_k}} \qquad \varepsilon_k = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$$

Sans faire le développement en puissances de z

- Comme $G^{(1)}(s)$ est la transformée de Fourier de $\langle n_k\rangle$, le comportement de $G^{(1)}(s)$ aux grands s est déterminé par celui de $\langle n_k\rangle$ aux petits k

$$\langle n_k\rangle = \frac{z}{e^{\beta\hbar^2k^2/2m} - z}$$

$$\underset{k\to 0}{\simeq} \frac{z}{1-z+\frac{\beta\hbar^2}{2m}k^2} = \frac{z}{\beta\hbar^2/2m}\;\frac{1}{k^2+k_c^2}$$

$$k_c^2 = \frac{1-z}{\beta\hbar^2/2m} = \frac{4\pi(1-z)}{\lambda_T^2}$$

On en déduit

$$z<1 \;\longrightarrow\; G^{(1)}(s) \underset{s\gg\lambda_T}{\propto} \frac{e^{-s\frac{\sqrt{4\pi(1-z)}}{\lambda_T}}}{s}$$

$$z=1 \;\longrightarrow\; G^{(1)}_{crit}(s) \underset{s\gg\lambda_T}{\propto} \frac{1}{s}$$

T-43

Au dessus du seuil $z<1$

La somme de la série de Gaussiennes $e^{-\pi s^2/\ell\lambda_T^2}$ avec $\ell = 1,2,3\dots$ tend vers une "courbe de Yukawa" en $\frac{e^{-\gamma s}}{s}$ avec $\gamma = \frac{\lambda_T}{\sqrt{4\pi(1-z)}}$

Quand on atteint le seuil $z=1$

La somme de la série de Gaussiennes tend vers une courbe en $\frac{1}{s}$

Disparition de toute échelle de longueur (loi de puissance) dans la portée des corrélations spatiales

T-44

Etude numérique de $G^{(1)}_{crit}(s)$

(faite par Yvan Castin)

Comparaison de $G^{(1)}_{crit}(s)$ et de la Gaussienne la plus étroite ($\ell=1$) normalisées à la même valeur en $s=0$