

C - Piège de Ioffé-Pritchard

① Configurations de courants

- 4 fils verticaux (Fig. 16 a) passant par les 4 sommets d'un carré dans le plan xOy (Fig. 16 b) et parcourus par des courants valant, soit I , soit $-I$. L'allure des lignes de champ dans un plan horizontal est représentée sur la figure 16 b. Champ nul au centre avec des gradients de signes opposés le long de Ox et Oy .
- Aux 4 fils précédents on ajoute 2 bobines circulaires identiques, parcourues par le même courant I' , centrées autour de Oz (axe de symétrie des 4 fils), écartées d'une distance supérieure à celle correspondant à la position de Helmholtz. Le champ longitudinal le long de Oz passe donc par un minimum en $z=0$.
- Le champ des 4 fils permet de confiner le mouvement des atomes dans le plan xOy , celui des 2 bobines le long de l'axe Oz . Nous allons calculer plus loin le champ total et vérifier que son module peut bien être minimal en $\vec{r} = \vec{0}$. Nous discuterons ensuite les avantages et inconvénients d'un tel piège et le comparerons au piège TOP étudié dans la partie B.

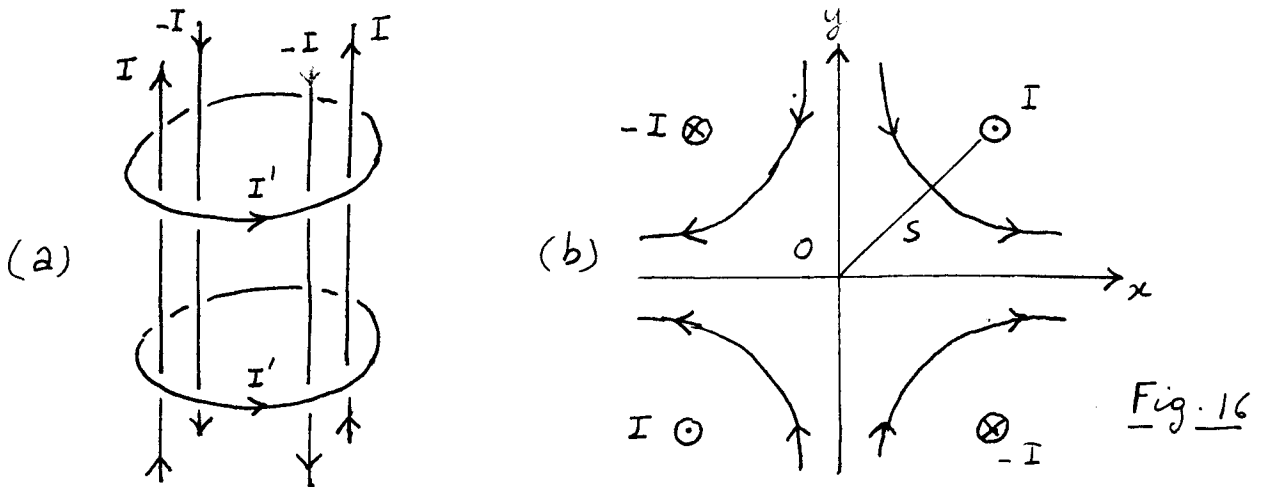


Fig. 16

Une formule utile

Composantes en coordonnées cylindriques du champ créé au voisinage de O par un fil vertical parallèle à Oz , passant par le point A de coordonnées polaires S, α et parcouru par un courant I (Fig. 17)

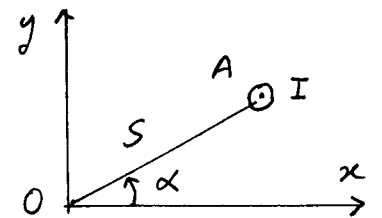


Fig. 17

$$B_\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{S \sin(\varphi - \alpha)}{S^2 + \rho^2 - 2S\rho \cos(\varphi - \alpha)} \quad B_\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{S \cos(\varphi - \alpha) - \rho}{S^2 + \rho^2 - 2S\rho \cos(\varphi - \alpha)} \quad B_z = 0 \quad (4.1)$$

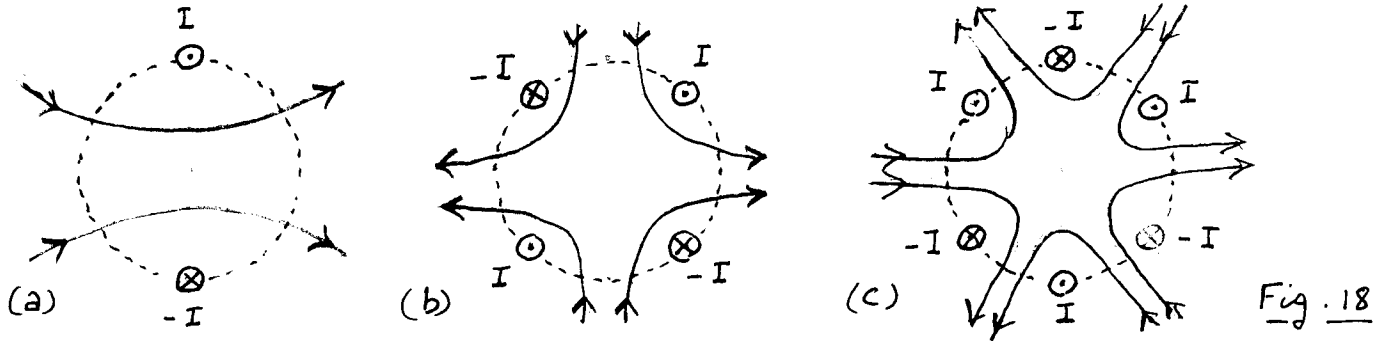
② Champ créé par des fils verticaux symétriquement disposés (ref [21])

Configurations considérées

Les figures 18 a, b, c représentent les intersections des fils

IV-2)

avec un plan horizontal pour 3 configurations formées de 2 fils (Fig. 18 a), 4 fils (Fig. 18 b), 6 fils (Fig. 18 c). Les points d'intersection sont sur un cercle de rayon S et font avec l'axe Ox des angles $\pm \pi/2$ (a), $\pm \pi/4$ et $\pm 3\pi/4$ (b), $\pm \pi/6, \pm 3\pi/6, \pm 5\pi/6$ (c). Les fils sont parcourus par des courants valant alternativement $+I$ et $-I$. Les lignes de champ sont représentées par les courbes



Considérations de symétrie

- D'après les résultats du § B2, on peut écrire

$$\vec{B} = \sum_L \sum_M c_{LM} \vec{B}_{LM} \quad (4.2.a)$$

$$\vec{B}_{LM} = \vec{\nabla} r^L Y_L^M(\theta, \varphi) \quad (4.2.b)$$

- Les configurations de la figure 18 sont invariantes dans des rotations autour de Oz d'un multiple de $2\pi, \pi, 2\pi/3$ respectivement. Les coordonnées cylindriques B_ρ et B_φ de \vec{B} sont donc des fonctions périodiques de φ , de période $2\pi, \pi, 2\pi/3$. Comme la dépendance angulaire en φ de $Y_L^M(\theta, \varphi)$ est $e^{iM\varphi}$, on en déduit que M doit être un multiple de $\pm 1, \pm 2, \pm 3$. Si on se limite, comme nous le ferons ici, aux termes d'ordre le plus bas dans le développement (4.2.a), les seuls termes à prendre en compte sont $L=1, M=\pm 1$ pour a, $L=2, M=\pm 2$ pour b, $L=3, M=\pm 3$ pour c. Les champs magnétiques des configurations de la figure 18 a, b, c sont donc des combinaisons linéaires de la partie réelle et de la partie imaginaire de $\vec{B}_{LL} = \vec{\nabla} r^L Y_L^L(\theta, \varphi)$ avec $L=1$ pour a, $L=2$ pour b, $L=3$ pour c.

Calcul du champ

- Comme $Y_L^L(\theta, \varphi) \propto (\sin \theta)^L e^{iL\varphi}$ et que $\rho = r \sin \theta$, on a

$$\vec{B}_{LL} = \vec{\nabla} (\rho^L e^{iL\varphi}) \quad (4.3)$$

- On en déduit l'expression de \vec{B}_{LL} en coordonnées cylindriques

$$\vec{B}_{LL} = L \rho^{L-1} e^{iL\varphi} \hat{\rho} + iL \rho^{L-1} e^{iL\varphi} \hat{\varphi} \quad (4.4)$$

où $\hat{\rho}$ et $\hat{\varphi}$ sont les vecteurs unitaires du système de coordonnées cylindriques. Les parties réelle et imaginaire de (4.4) valent

$$\text{Re } \vec{B}_{LL} = L \rho^{L-1} \cos L\varphi \hat{\rho} - L \rho^{L-1} \sin L\varphi \hat{\varphi} \quad (4.5.a)$$

$$\text{Im } \vec{B}_{LL} = L \rho^{L-1} \sin L\varphi \hat{\rho} + L \rho^{L-1} \cos L\varphi \hat{\varphi} \quad (4.5.b)$$

- Il est clair sur la figure 18 que $(\vec{B}_{LL})_p$ est non nul pour $\varphi=0$. (IV-3)
 les champs des configurations de la figure 18 sont donc proportionnels, à l'ordre le plus bas, à $\text{Re } \vec{B}_{LL}$.

Au voisinage de $\rho=0$, le module de ce champ est indépendant de ρ pour le champ dipolaire de la figure 18 a, linéaire en ρ pour le champ quadrupolaire de la figure 18 b, quadratique en ρ pour le champ sextupolaire de la figure 18 c.

③ Calcul du champ dans un piège de Ioffe-Pritchard

Champ des fils

D'après (4.5.a) écrit pour $L=2$, les composantes cylindriques de ce champ valent

$$B_\rho = c_2 \rho \cos 2\varphi \quad B_\varphi = -c_2 \rho \sin 2\varphi \quad B_z = 0 \quad (4.6)$$

où c_2 est une constante que l'on peut calculer en développant (4.1) au voisinage de $\rho=0$ et en sommant les contributions correspondant à $\alpha = \pm\pi/4$, $\alpha = \pm 3\pi/4$. On trouve

$$c_2 = \frac{2\mu_0 I}{\pi S^2} \quad (4.7)$$

Champ des bobines

- Utilisons les résultats des §§ B2 et B3 donnant le champ créé par des bobines d'axe Oz . Le champ est une superposition linéaire des champs $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3 \dots$ écrits en (3.7). Comme la configuration des 2 bobines de la figure 16 a est invariante dans une réflexion par rapport à l'origine, le champ \vec{B} créé par les 2 bobines est pair et ne se développe donc que sur $\vec{B}_1, \vec{B}_3, \vec{B}_5 \dots$. Nous ne gardons que les 2 premiers termes et obtenons, compte tenu de (3.7)

$$\vec{B} = c_1 \hat{z} + c_3 \left[\left(z^2 - \frac{\rho^2}{2} \right) \hat{z} - z\rho \hat{\rho} \right] \quad (4.8)$$

où c_1 et c_3 sont 2 constantes calculables à partir de (3.1)

- Le premier terme de (4.8) est un champ uniforme parallèle à Oz , le second un champ quadratique en z et ρ . Le long de l'axe Oz ($\rho=0$), le second terme de (4.8) vaut $c_3 z^2$. Le coefficient c_3 est donc nul quand les bobines sont en position de Helmholtz (le champ varie alors en z^4 au voisinage de $z=0$). Si les bobines sont plus écartées que dans la position de Helmholtz, le champ passe par un minimum en $z=0$ et c_3 est alors positif.

- Les composantes cylindriques du champ (4.8) valent

$$B_\rho = -c_3 z \rho \quad B_\varphi = 0 \quad B_z = c_1 + c_3 \left(z^2 - \frac{\rho^2}{2} \right) \quad (4.9)$$

Champ total

- En ajoutant (4.6) et (4.9), on obtient pour les composantes

cylindriques du champ total

$$\begin{cases} B_\rho = c_2 \rho \cos 2\varphi - c_3 z \rho \\ B_\varphi = -c_2 \rho \sin 2\varphi \\ B_z = c_1 + c_3 \left(z^2 - \frac{\rho^2}{2} \right) \end{cases} \quad (4.10)$$

- Le module carré du champ total vaut, à l'ordre 3 inclus en z et ρ

$$|\vec{B}|^2 = c_1^2 + 2c_1 c_3 z^2 + (c_2^2 - c_1 c_3) \rho^2 - 2c_2 c_3 \cos 2\varphi z \rho^2 \quad (4.11)$$

Conditions de confinement

- Le long de Oz

Le coefficient c_1 est positif car on prend l'axe Oz parallèle à la composante \vec{B}_1 uniforme du champ créé par les 2 bobines. Pour avoir un minimum de $|\vec{B}|^2$ le long de Oz , il faut $c_1, c_3 > 0$. On en déduit qu'il faut

$$c_3 > 0 \quad (4.12)$$

Les 2 bobines doivent donc être plus écartées que dans la position de Helmholtz

- Le long d'une direction radiale

Pour avoir un minimum de $|\vec{B}|^2$ en $\rho=0$, il faut :

$$c_2^2 - c_1 c_3 > 0 \quad (4.13)$$

Comme c_1 et c_3 sont positifs, il faut que c_2 soit suffisamment grand, le champ créé par les fils doit être suffisamment intense.

A cause du dernier terme de (4.11), en $z\rho^2$, il faut des valeurs encore plus grandes de c_2 pour confiner les atomes radialement en dehors du plan $z=0$.

Expression du potentiel de piégeage W

- A l'approximation adiabatique, $W = \mu |\vec{B}|$ (on suppose que les atomes sont des chercheurs de champ faible, μ étant le module du moment magnétique). Prenons la racine carrée de (4.11) et effectuons un développement limité à l'ordre 2 inclus en z et ρ . Il vient

$$W = \mu \left[c_1 + c_3 z^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{c_2^2}{c_1} - c_3 \right) \rho^2 \right] \quad (4.14)$$

Quelques autres configurations utilisées

La configuration de la figure 16 a porté le nom de Ioffé-Pritchard parce qu'elle a été utilisée pour le confinement des plasmas par Ioffé [25], puis par Pritchard pour le piégeage d'atomes neutres [26]. Plusieurs configurations voisines ont été proposées et utilisées, certaines différenciant les unes des autres par la manière dont on referme les courants des fils verticaux, d'autres utilisant d'autres types de géométries. Nous en indiquons ici quelques unes sans entrer dans le détail du calcul du champ.

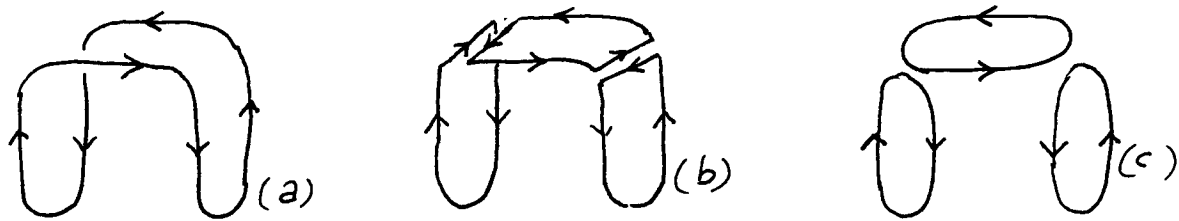


Fig. 19

- C'est la configuration de courants correspondant au circuit fermé de la figure 19.a
- On peut imaginer qu'on sépare ce circuit en 3 circuits fermés en ajoutant 2 paires de fils ^{voisins} parcourus par des courants opposés (Fig 19b)
- Le champ du piège baseball est donc voisin du champ quadripolaire produit par les 2 bobines verticales de la figure 19c auquel on ajoute le champ de la bobine horizontale.

Piège en "fleur de trèfle" [27]

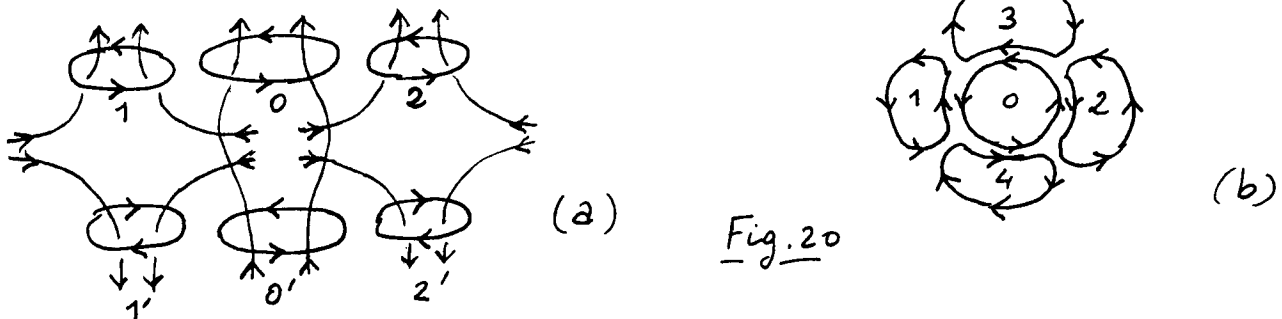


Fig. 20

- Le champ quadripolaire horizontal n'est plus créé par des fils verticaux mais par des bobines circulaires 1, 2, 1', 2' placés dans le même plan que les bobines 0 et 0' créant le champ longitudinal (Fig. 20a)
- On pourrait tout aussi bien utiliser des bobines 3, 4, 3', 4' déduites de 1, 2, 1', 2' par une rotation de $\pi/2$ autour de Oz et parcourus par des courants opposés.
- En ajoutant 1, 2, 3, 4 puis 1', 2', 3', 4' on renforce le champ quadripolaire horizontal. Vues de dessus, les 5 bobines 0, 1, 2, 3, 4 ont l'allure d'un trèfle à 4 feuilles (Fig. 20b)
- Avantage d'un tel dispositif : grand accès optique.

④ Discussion physique

Minimum non nul du champ dans le piège

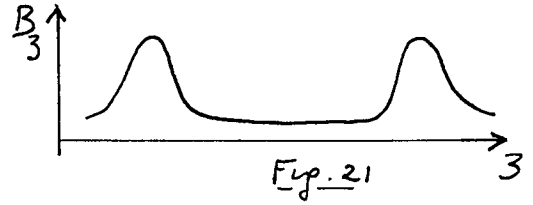
Par rapport au champ quadripolaire, le champ ne s'annule pas au centre d'un piège de Ioffé-Pritchard (terme en C_1 de 4.8 et 4.10). Un tel champ introduit un axe de quantification privilégié et présente plusieurs avantages.

(i) Intérêt pour la spectroscopie

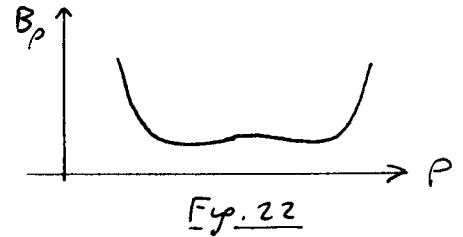
- les déplacements Zeeman sont moins inhomogènes spatialement au centre du piège où les atomes sont concentrés.

IV-6)

- Dans les applications spectroscopiques (voir par exemple [28]), on écarte beaucoup les 2 bobines d'axe vertical de la figure 16 a pour avoir le long de l'axe Oz un minimum aussi plat que possible (faible courbure) limité par 2 "murs" (Fig. 21). Au besoin, on ajoute avec un solénoïde un champ uniforme.



De plus, au lieu de prendre 4 fils verticaux, comme sur la figure 16 a, on en prend 6 (configuration de la figure 18 c) ou même 8. Le champ radial croît alors en ρ^2 ou ρ^3 (voir Eq. 4.5 a avec $L=3$ ou 4). Avec le champ radial produit par les 2 bobines d'axe vertical, on obtient un champ radial plus plat (avec même un léger maximum au centre) et des murs raides (Fig. 22).



La forme du piège se rapproche ainsi de celle d'une boîte cylindrique avec des parois raides, le champ étant relativement homogène à l'intérieur du volume.

(ii) Intérêt pour le refroidissement laser

L'existence d'un axe de quantification bien défini permet d'exciter une transition fermée $F, M_F = F \rightarrow F' = F + 1, M'_F = F + 1$ sur laquelle l'atome peut absorber et réémettre plusieurs photons, avec une probabilité beaucoup plus faible de retomber dans un sous-niveau Zeeman non piégeant.

(iii) Importance moindre des transitions de Majorana

Un atome passant près du centre du piège ne voit pas de changement rapide de la direction du champ, comme c'était le cas pour un piège quadripolaire (voir Fig. 12). Les transitions non adiabatiques sont alors beaucoup moins importantes. Elle dépendent de la valeur minimale du champ, c'est à dire de la valeur du champ au centre du piège.

Comment choisir la valeur minimale du champ au centre ?

- La fréquence de Larmor minimale est $\Omega_L = \gamma B_{1p}$, où nous notons B_{1p} la valeur minimale de \vec{B} au centre d'un piège de Ioffe-Pritchard. La fréquence de rotation apparente du champ Ω_R , quand l'atome oscille dans le piège à la fréquence ω_{vib} , est de l'ordre de ω_{vib} , car la direction du champ tourne d'un angle de l'ordre de π quand l'atome va d'un bout à l'autre du piège dans un temps de l'ordre de π/ω_{vib} . On a donc

$$\Omega_R \approx \omega_{\text{vib}} \quad (4.15)$$

Cette fréquence est beaucoup plus basse que dans un piège quadripolaire, où le champ apparent tourne très vite quand l'atome

passer très près du centre (voir Fig. 13 et Eq. 3.16).

IV-7

- Pour que le spin puisse suivre adiabatiquement le champ, il faut que

$$\Omega_L = \gamma B_{IP} \gg \omega_{vib} \quad (4.16)$$

Comme ω_{vib} est de l'ordre d'une centaine de Hz, il suffit d'avoir un champ de 0.1 G pour satisfaire (4.16).

Courbure longitudinale et courbure radiale

- D'après (4.14), la courbure longitudinale du piège le long de Oz est μc_3 . En reprenant les mêmes notations que dans les équations (3.30), on peut dire que la courbure $(B''_{IP})_z$ du champ le long de Oz est de l'ordre de

$$(B''_{IP})_z \sim \frac{B_0}{R_c^2} \sim \frac{B'}{R_c} \sim \frac{B'^2}{B_0} \quad (4.17)$$

où B_0 est le champ au centre d'une bobine de rayon R_c , et où $B' \sim B_0/R_c$ est de l'ordre du gradient de ce champ (à une distance $\sim R_c$).

- La courbure le long d'une direction radiale, Ox ou Oy , est d'après (4.11) $\mu c_2^2 / 2c_1$. D'après (4.10), c_2 est le gradient du champ quadrupolaire créé par les fils verticaux, lui-même de l'ordre de B' , alors que c_1 est la valeur du champ au centre du piège, égale à B_{IP} . La courbure du champ radial est donc de l'ordre de

$$(B''_{IP})_x = (B''_{IP})_y \sim \frac{B'^2}{B_{IP}} \quad (4.18)$$

Comme B_{IP} peut être beaucoup plus petit que B_0 , la courbure radiale est beaucoup plus grande que la courbure longitudinale.

Comparaison du piège de Joffé-Pritchard et du TOP

- D'après (3.33)

$$B''_{TOP} \sim \frac{B'^2}{B_b} = \frac{B'^2}{B_{TOP}} \quad (4.19)$$

où nous avons noté B_{TOP} le champ B_b tournant à la fréquence ω_b dans le TOP.

- La discussion de la page III-7 montre que dans un TOP la variation temporelle du champ "vu" par le spin peut avoir une fréquence égale à ω_b si l'atome n'est pas exactement au centre du TOP, alors que la fréquence de Larmor minimale est $\Omega_L = \gamma B_{TOP}$. Comme ω_b doit être grand devant la fréquence d'oscillation ω_{vib} de l'atome dans le piège (pour que l'atome puisse moyenner le potentiel), la condition de suivi adiabatique s'écrit

$$\Omega_L = \gamma B_{TOP} \gg \omega_b \gg \omega_{vib} \quad (4.20)$$

La comparaison de (4.16) et (4.20) montre que B_{IP} peut être beaucoup plus petit que B_{TOP} .

- On en déduit, compte tenu de (4.18) et (4.19), que la courbure transversale d'un piège de Joffé-Pritchard peut être beaucoup plus élevée que la courbure d'un TOP. Par contre, comme B_{TOP} est beaucoup plus petit que B_0 , la comparaison de (4.17) et (4.19) montre que la courbure longitudinale d'un piège de Joffé-Pritchard est beaucoup plus faible que celle d'un TOP

$$(B''_{IP})_x \gg B''_{TOP} \quad (B''_{IP})_z \ll B''_{TOP} \quad (4.21)$$

La forme du nuage d'atomes piégés est donc beaucoup plus allongé (forme d'une cigarette) dans un piège de Joffé-Pritchard que dans un TOP.

- Figure de mérite d'un piège

C'est le produit des 3 courbures, dont on peut montrer qu'il caractérise l'efficacité du piège pour le refroidissement évaporatif. Plus ce produit est élevé, plus le refroidissement est aisé.

$$(B''_x B''_y B''_z)_{IP} \sim \frac{B'^6}{B_0 B_{IP}^2} \quad (B''_x B''_y B''_z)_{TOP} \sim \frac{B'^6}{B_{TOP}^3}$$

Typiquement, $B_0 \sim 500$ G, $B_{TOP} \sim 5$ G, $B_{IP} \sim 0.2$ G, de sorte que $B_0 B_{IP}^2$ est en général inférieur à B_{TOP}^3 . La figure de mérite est donc en général meilleure pour un piège de Joffé-Pritchard que pour un TOP.

⑤ Revue de quelques expériences

Nous nous contenterons ici de mentionner la 1^{ère} expérience de piégeage réalisée sur des particules neutres (en fait des neutrons) au moyen de champs magnétostatiques du type de ceux étudiés dans cette partie C ; puis une expérience très récente de spectroscopie à haute résolution effectuée sur des atomes d'Hydrogène piégés. Nous donnons aussi dans la liste des références quelques articles de revue sur les expériences de piégeage effectuées sur des alcalins [28] ou sur l'Hydrogène [32].

Expérience sur les neutrons [29]

- C'est la 1^{ère} expérience de piégeage de particules neutres.
- Principe (Fig. 23)

On reprend la configuration de 6 fils de la figure 18c pour en faire un tore. Le module du champ croît quadratiquement avec l'écart au cercle situé au centre du tore (Eq. 4.5a avec $L=3$).

La force de rappel correspondante compense la force centrifuge des neutrons effectuant un mouvement circulaire à l'intérieur du tore.

- Résultats (Fig. 24)

Après des pertes initiales importantes, le nombre de neutrons

détectés décroît au cours des temps avec un temps correspondant à la durée de vie des neutrons, ce qui prouve bien l'existence d'un piègeage

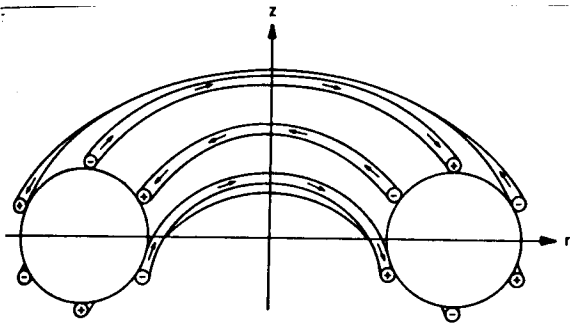


Fig. 23 (extraite de [30])

Expérience récente sur l'Hydrogène [31]

- Atomes H dans un piège de Ioffe-Pritchard et refroidis par évaporation.
- Excitation laser de la transition 1S - 2S potentiellement très fine.
- La largeur de raie observée, due essentiellement pour le moment au bruit de fréquence du laser, est suffisamment fine cependant pour que l'on commence à voir une structure vibrationnelle due aux niveaux quantifiés du mouvement du centre de masse dans le piège (Fig. 25)

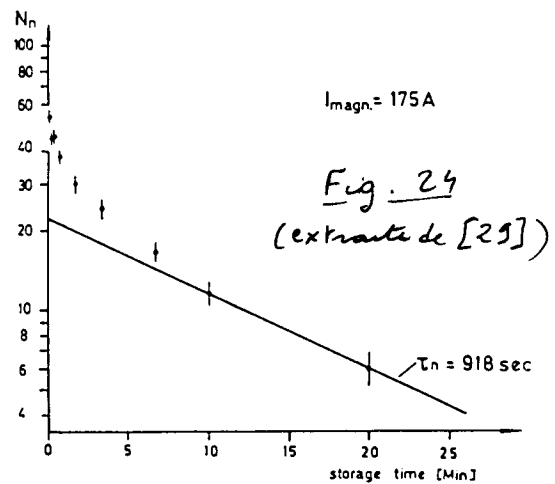


Fig. 24 (extraite de [29])

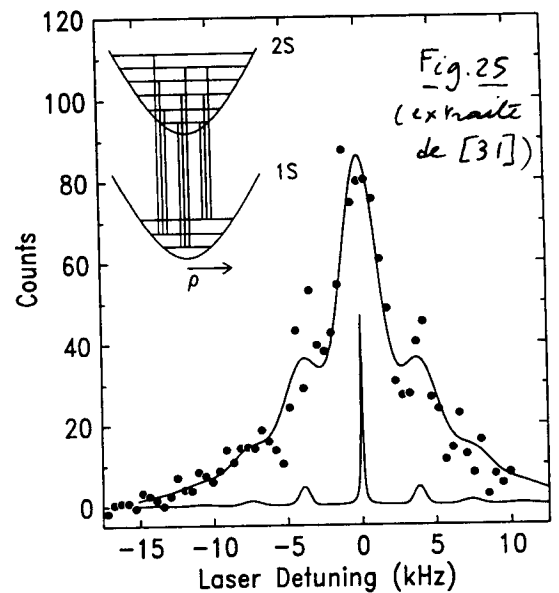


Fig. 25 (extraite de [31])

Références (suite des pages II 9 et III 9)

25. Y. Gott, M. Ioffe, V. Tel'kovski, Nucl. Fusion, Suppl, Pt 3, 1045 (1962)
26. D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 51, 1336 (1983)
27. M.-O. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Kurn, D. Durfee, W. Ketterle Phys. Rev. Lett. 77, 416 (1996)
28. K. Helmerson, A. Martin, D. Pritchard JOSA B9, 483 (1992)
29. K. Kügler, W. Paul, U. Trinks, Phys. Lett. 72B, 422 (1978)
30. H. Metcalf, W. Phillips, Metrologia, 22, 271 (1986)
31. C. Cesar, D. Fried, T. Killian, A. Polyn, J. Sandberg, Ite A. Yu, T. Greytak D. Kleppner, J. Doyle, Phys. Rev. Lett. 77, 255 (1996)
32. J. Walraven, T. Hijmans, Physica B197, 417 (1994)