

03.12.85

Standards de fréquence à ions piégés
Performances - Applications - Perspectives

VIII - 1

Performances

Précision - Exactitude (T1 à T2)

Etude des diverses causes de déplacements

- Effet Doppler du 2^{ème} ordre (T3)
- Champs électriques (T4 à T8)
- Champ magnétique statique (T9)
- Rayonnement du corps noir (T10 à T11)
- Déplacements lumineux - Collisions avec des neutres (T12)
- Rotation de la terre (T13)

Réalisation d'un standard à ions ${}^9\text{Be}^+$ refroidis par laser (T14 à T17)

Applications à la recherche d'une anisotropie éventuelle de l'espace

Le modèle de Cocconi et Salpeter (T18 à T19)

Les expériences de Hughes - Drever (T20)

Autres modèles plus récents (T21)

Expérience récente du groupe de NBS Boulder (T22 à T24)

Projet de standard "mono-ion" utilisant les ions du groupe III A
(T25 à T28)

Références

- (1) D.J. Wineland in Precision Measurement and Fundamental Constants II (Taylor and Phillips, Eds) NBS Special publication 617, p. 83 (1984)
- (2) D.J. Wineland, J.C. Bergquist, W.M. Itano, J.J. Bollinger, J.D. Prestage Symposium A. Kastler 1985 Annales de Physique à paraître
- (3) H.G. Dehmelt IEEE Trans. Instrum. Meas. IM 31, 83 (1982)
- (4) H.G. Dehmelt J. de Physique 42, C-8.299 (1981)
- (5) W.M. Itano, L.L. Lewis, D.J. Wineland, Phys. Rev. A25, 1233 (1982)
- (6) L. Hollberg, J. Hall, Phys. Rev. Lett. 53, 230 (1984)
- (7) J.J. Bollinger, J.D. Prestage, W.M. Itano, D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 54, 1000 (1985)
- (8) G. Cocconi, E. Salpeter, Nuovo Cimento 10, 646 (1958)
Mêmes auteurs, Phys. Rev. Lett. 4, 176 (1960)
- (9) V.W. Hughes, H.G. Robinson, V. Beltran-Lopez, Phys. Rev. Lett. 4, 342 (1960)
- (10) S.A. Lewis, W.L. Williams, V.W. Hughes, Bull. Am. Phys. Soc. 11, 121 (1966)
- (11) R.W.P. Drever, Philos. Mag. 6, 683 (1961)
- (12) J.D. Prestage, J.J. Bollinger, W.M. Itano, D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 54, 2387 (1985)
- (13) H.G. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 18, 1521 (1973) et 20, 60 (1975)
- (14) D.J. Wineland, H.G. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975)
- (15) R.J. Cook, H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett. 54, 1023 (1985)

Standards de fréquence (1)

Performances caractérisées par

① Précision de la mesure

Déterminée par le facteur de surtension, $Q = \nu / \Delta\nu$, de la résonance et le rapport Signal / Bruit

$$\text{Résolution : } \frac{1}{Q \frac{\nu}{B}}$$

Pour les ions piégés, relaxation très faible (voir cours précédent). $\Delta\nu$ est le plus souvent déterminée par le temps de mesure. On a donc intérêt à choisir ν aussi élevée que possible

Noter cependant que la réalisation d'une horloge nécessite de pouvoir compter les périodes, ce qui est plus facile dans le domaine microonde que dans le domaine optique

② Exactitude (2)

Le standard de fréquence est d'autant plus exact que les déplacements de fréquence de la raie étudiée sont plus faibles et mieux contrôlables.

Il est important d'éliminer les effets systématiques qui, s'ils ne sont pas contrôlés, détériorent la reproductibilité

Origine physique des déplacements

- Effet Doppler
- Champs électriques (du piège et des autres ions)
- Champs magnétiques
- Rayonnement du corps noir
- Déplacements lumineux
- Rotation de la terre
- Gaz neutre résiduel

Références (1) à (4)

Effet Doppler du 2^{ème} ordre (3)

(Effet Doppler du 1^{er} ordre supprimé par le confinement. Effet Lamb-Dicke)

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu} \sim \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} = \frac{Mv^2/2}{Mc^2} \approx \frac{k_B T}{Mc^2}$$

Avec un refroidissement laser, $k_B T \sim \hbar \Gamma$ (si $\Omega \ll \Gamma$)

$$\hookrightarrow \frac{\Delta\nu_D}{\nu} \sim \frac{\hbar \Gamma}{Mc^2}$$

Pour $M = 100 \text{ u.a.}$, $\frac{\Gamma}{2\pi} = 10 \text{ MHz}$,

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu} \sim 5 \cdot 10^{-19} \quad \text{Négligeable}$$

Problème : Pour éliminer les déplacements lumineux produits par le laser de refroidissement, il faut l'arrêter pendant les périodes de mesure. La remontée de température ne doit pas être trop grande pendant ces périodes.

Champs électriques (4)Effet Stark du 1^{er} ordre

Proportionnel à $\langle E \rangle$ s'il existe

Mais $\langle E \rangle$ est nul car, s'il ne l'était pas, l'ion ne serait pas piégé

Effet Stark du 2^{ème} ordre

- Proportionnel à $\langle E^2 \rangle$

Partie scalaire (déplacement global du niveau) et partie tensorielle (levée de dégénérescence Zeeman)

- Origine physique du déplacement Stark d'une structure hyperfine

Déformation de la fonction d'onde du niveau atomique par le champ électrique, ce qui change $|\Psi(\vec{0})|^2$, et donc aussi l'importance du terme de contact

Ordre de grandeur des déplacements Stark

- Déplacement de fréquence hyperfine : Exemple de Cs (atome très polarisable)

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim -2,15 \cdot 10^{-16} \langle E^2 \rangle$$

E en volt/cm

- Autre exemple : déplacement du niveau $^2D_{5/2}$ dans Hg^+ ou Ba^+

$$h \Delta\nu \sim \frac{q^2 a_0^2 \langle E^2 \rangle}{E(^2D_{5/2}) - E(^2P_{3/2})}$$

$$(\Delta\nu) \text{ en Hz} \sim 10^{-3} \langle E^2 \rangle \quad E \text{ en V/cm}$$

Il faut donc calculer un ordre de grandeur du $\langle E^2 \rangle$ "vu" par un ion dans le piège et provenant, soit du piège, soit des autres ions.

Ordre de grandeur de $\langle E^2 \rangle$ (6)

(pour un ion confiné dans un piège de Paul)

Energie du mouvement lent de l'ordre de l'énergie cinétique du mouvement de vibration rapide.

$$\hookrightarrow \frac{1}{2} \frac{q^2 \langle E^2 \rangle}{m \Omega^2} \sim \frac{1}{2} k_B T$$

$$\hookrightarrow \langle E^2 \rangle \sim \frac{k_B T m \Omega^2}{q^2}$$

Si $\Omega/2\pi = 1 \text{ MHz}$, $m = 100 \text{ u.a.}$

$$\langle E^2 \rangle = 210 \text{ (V/cm)}^2 \text{ si } T = 300 \text{ K}$$

$$\langle E^2 \rangle = 10^{-4} \text{ (V/cm)}^2 \text{ si } k_B T = \hbar \Gamma$$

(refroidissement laser avec $\frac{\Gamma}{2\pi} = 10 \text{ MHz}$)

L'ion refroidi est de plus en plus confiné au voisinage du centre du piège où E est nul

Champ électrique produit par les autres ions

Moyenne du $\langle E^2 \rangle$ produit par un ion sur l'autre quand la distance r entre les 2 ions varie entre 2 sphères, l'une correspondant à la distance minimum d'approche d_0

$$\frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 d} \sim k_B T$$

l'autre à la distance moyenne entre ions

$$T = 300 \text{ K} \quad n = 10^8 / \text{cm}^3$$

$$\hookrightarrow \langle E^2 \rangle \sim 3 \text{ (V/cm)}^2$$

Possibilité d'éliminer cet effet en travaillant sur un ion unique

Couplages quadrupolaires (8)

Interaction entre le moment quadrupolaire d'une couche électronique non sphérique (par exemple, états D de Hg^+ ou Ba^+) et le gradient du champ électrique produit par le piège ou les autres ions

- Ion unique dans un piège de Paul. Le couplage quadrupolaire instantané peut atteindre 10 kHz, mais il a une moyenne temporelle nulle (car le gradient de E est oscillant)

- Dans un piège de Penning, le gradient de E est statique, mais en général moins élevé. ($\Delta\nu \sim 10 \text{ Hz}$)

- 2 ions à une distance de 5 μm

Couplage quadrupolaire de l'ordre de 200 Hz

Champ magnétique statique (9)Piège de Paul

Possibilité de blinder le champ magnétique. Etude de transitions en champ nul (comme $m_F = 0 \leftrightarrow m_F' = 0$)

Piège de Penning

La présence du champ \vec{B}_0 est indispensable

A cause des inhomogénéités spatiales et temporelles de \vec{B}_0 , il vaut mieux utiliser des transitions dont la fréquence est indépendante de B_0 au 1^{er} ordre en B_0 au voisinage d'une certaine valeur de B_0 .

Effet résiduel en $(\delta B_0)^2$. Pour la transition de $^9\text{Be}^+$ étudiée plus loin,

$$\frac{\delta \nu}{\nu} \sim -0.017 \left(\frac{\delta B_0}{B_0} \right)^2$$

$$\text{Si } \frac{\delta B_0}{B_0} = 10^{-6}, \quad \frac{\delta \nu}{\nu} \sim 2 \cdot 10^{-14}$$

Raisonnement du corps noir (10)

Toujours présent si $T \neq 0^\circ \text{K}$.

$$\langle E^2 \rangle = (8,319 \text{ V/cm})^2 (T(\text{K})/300)^4$$

$$\langle B^2 \rangle = (2,775 \cdot 10^{-6} \text{ T})^2 (T(\text{K})/300)^4$$

Voir référence (5)

Premier type d'effet

"a.c. Zeeman shift"

Couplage des moments magnétiques de l'atome avec un champ magnétique oscillant.

Cas simple où la fréquence du champ oscillant est grande devant la fréquence des transitions dipolaires magnétiques.

Pour la structure hyperfine d'un état fondamental $^2S_{1/2}$, le calcul donne [référence (5)]

$$\frac{\delta \nu_{\text{hyperfine}}}{\nu_{\text{hyperfine}}} \sim -1,3 \cdot 10^{-17} (T(\text{K})/300)^2$$

Deuxième type d'effet

"a.c. Stark effect"

Mécanisme différent suivant que la fréquence ω du champ E est inférieure ou supérieure aux fréquences ω_0 des transitions dipolaires électriques.

- Si $\omega \ll \omega_0$, effet Stark habituel proportionnel à $E^2 \cos^2 \omega t = E^2/2$

- Si $\omega \gg \omega_0$, vibrations rapide de l'électron dans le champ $E \cos \omega t$, superposé au mouvement lent à ω_0 .

Pour l'état fondamental de Ca , on est dans le cas $\omega \ll \omega_0$.

$$\frac{\delta \nu_{\text{hyperfine}}}{\nu_{\text{hyperfine}}} = -1,69 \cdot 10^{-14} (T(\text{K})/300)^4$$

Observation récente de l'effet du raisonnement du corps noir sur un état de Rydberg (référence (6))

Déplacements lumineux

(11)

Produits par le laser de refroidissement. Peuvent être très importants (de l'ordre de Γ ou plus). Il faut arrêter le laser pendant la mesure.

Collisions avec un gaz neutre résiduel

Les déplacements de la fréquence hyperfine de $^{137}\text{Ba}^+$ et $^{199}\text{Hg}^+$ dus à des collisions avec He ont été mesurés et sont de l'ordre de

$$\frac{\delta \nu}{\nu} \sim 5 \cdot 10^{-11} P_{\text{He}} (\text{Pascal})$$

A des pressions de 10^{-8} Pa , ces déplacements sont complètement négligeables.

(12)

Rotation de la terre

(13)

Si la transition étudiée est une transition $\Delta m_F = \pm 1$, le champ de radiofréquence qui induit cette transition est un champ tournant

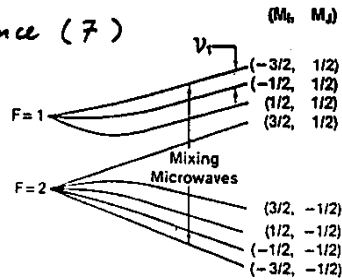
Les bobines qui créent le champ statique et le champ RF tournent à la fréquence de rotation de la terre, $f_R = 1,16 \cdot 10^{-5}$ Hz. Le passage dans ce référentiel tournant introduit une correction de fréquence $f_R \cos \beta$ (β : angle entre le champ \vec{B}_0 et l'axe de rotation de la terre)

Pour l'expérience sur $^9\text{Be}^+$ décrite plus loin, $\nu \approx 303$ MHz et

$$\frac{f_R}{\nu} = \frac{1,16 \cdot 10^{-5}}{3,03 \cdot 10^8} = 3,8 \cdot 10^{-14}$$

Réalisation d'un standard à ions $^9\text{Be}^+$ refroidis par laser

Référence (7)



Refroidissement sur la transition $^2S_{1/2}, m_F = -3/2, m_S = -1/2 \leftrightarrow ^2P_{1/2}, m_F = -3/2, m_S = -3/2$

Pompage dans le niveau $^2S_{1/2}, -3/2, -1/2$

Fluorescence LF importante

Triple résonance optique, microonde, RF

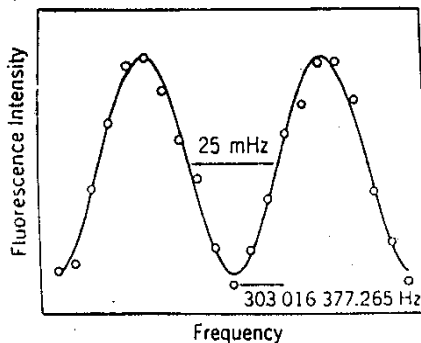
- Microonde à 23,914 GHz
 $-3/2, -1/2 \rightarrow -3/2, +1/2$ LF diminue
- RF à la fréquence $\nu_1 = 303$ MHz
 $-3/2, +1/2 \rightarrow -1/2, +1/2$

Fréquence indépendante de B_0 au 1^{er} ordre. LF diminue encore

Exemple de résultats expérimentaux

(15)

Figure extraite de (7)



Franges de Ramsey temporelle observées avec 2 impulsions RF de 0,5 sec séparées par 19 sec

Le laser et la microonde sont arrêtés pendant le temps de la mesure

Résultat obtenu pour ν_1

$$\nu_1 = 303\,016\,377,265\,070(57) \text{ Hz}$$

Réchauffement des ions pendant l'arrêt du laser

(16)

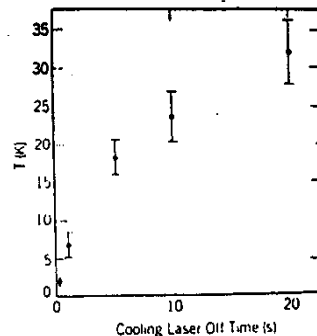


Figure extraite de (7)

Contribution la plus importante à l'erreur systématique

Suggestion d'utiliser un mélange de 2 ions, $^9\text{Be}^+$ et $^{24}\text{Mg}^+$, le refroidissement étant effectif en permanence sur $^{24}\text{Mg}^+$ et transféré par interaction de Coulomb à $^9\text{Be}^+$ (En plus, possibilité de séparation spatiale centrifuge des 2 ions)

Estimation des erreurs systématiques

TABLE I. Estimated systematic errors. The size of the effect is the fraction of the transition frequency ν_1 .

Systematic effect	Size of effect
Second-order Doppler	$-38(9) \times 10^{-14}$
Magnetic field fluctuations	$-1.3(\pm 1.3) \times 10^{-14}$
Rotation of Earth	$-1.8(0.2) \times 10^{-14}$
Microwave leakage	$\approx 1 \times 10^{-14}$
Background slopes	$\approx 5 \times 10^{-15}$
Servo offsets	$\approx 5 \times 10^{-15}$
Blackbody radiation shift	$-3(3) \times 10^{-16}$
Coherence between cycles	$< 1 \times 10^{-15}$
Background gas collisions	$< 1 \times 10^{-15}$
Stark shifts	$< 1 \times 10^{-15}$
First-order Doppler	$< 1 \times 10^{-15}$
ac Zeeman shifts	$< 1 \times 10^{-15}$
Total systematic offset	$-41.1(9.4) \times 10^{-14}$

Tableau extrait de (7)

Le modèle de Cocconi et Salpeter

- D'après le principe de Mach, la ⁽¹⁷⁾ masse inerte d'un corps en un point serait déterminée par la distribution de matière dans l'univers.
- Comme cette distribution est non uniforme et non isotrope, une conséquence du principe de Mach pourrait être que la masse inerte d'un corps dépend de la direction de l'accélération : la masse inerte serait un tenseur et non un scalaire
- Modèle simple où la direction privilégiée est l'axe joignant la terre au centre de la galaxie. Décomposition du tenseur en une partie scalaire et une partie tensorielle, de trace nulle, symétrique autour de l'axe précédent (référence (8))

Comment tester ce modèle ? ⁽¹⁹⁾

- Comparaison des énergies de 2 états d'un électron ou d'un noyau, qui diffèrent par l'orientation moyenne de l'accélération de la particule
- Par exemple, les états $m_l = 0$ et $m_l = \pm l$ d'un niveau de moment cinétique orbital l n'ont pas la même accélération vis à vis de l'axe de quantification

- D'après le modèle de Cocconi-Salpeter, le déplacement δE d'un niveau, dû à l'anisotropie $\frac{\delta m}{m}$ de l'inertie, serait

$$\delta E \approx \frac{\delta m}{m} \bar{T} P_2(\cos \theta)$$

- \bar{T} : énergie cinétique moyenne de la particule dans l'état étudié
- θ : angle entre l'axe terre - centre de la galaxie et l'axe de quantification
- P_2 : polynôme de Legendre d'ordre 2

Les expériences de Hughes et Drever ⁽²⁰⁾

Expériences de RMN sur des noyaux de Li^7
 Voir références (9) à (11)

Explications de ce choix

- L'énergie cinétique moyenne \bar{T} est plus élevée pour les noyaux d'un noyau que pour les électrons d'un atome ($\bar{T} \sim 10$ MeV)
- Raies RMN très fines (beaucoup plus fines que les raies Mossbauer proposées par Cocconi et Salpeter)
- Spin nucléaire $I = 3/2$

Recherche d'un déplacement différent des niveaux $|m_x| = 1/2$ et $|m_x| = 3/2$, variant au cours de la journée (en même temps que l'angle entre \vec{B}_0 et l'axe terre - centre de la galaxie)

Résultats Pas de variation détectable

↳ Borne supérieure pour $\delta m/m$

$$\frac{\delta m}{m} \leq 5 \cdot 10^{-23}$$

Autres modèles plus récents (21)

(cités dans la référence (12))

- Couplage direct entre le spin d'un nucléon et le champ de gravitation
 ↳ Interaction en $I_z P_1(\cos\theta)$
 θ : angle entre le champ \vec{B}_0 et l'axe joignant le nucléon à la source du champ de gravitation

- Couplage quadrupolaire entre la vitesse d'un nucléon (dans le référentiel du labo) et la vitesse de la terre par rapport à un référentiel privilégié (celui du rayonnement à 3°K)

↳ Interaction en $Q P_2(\cos\theta)$ Q : moment quadrupolaire du noyau

Tous ces modèles, comme celui de Cocconi Salpeter, violent le principe d'équivalence d'Einstein

Principe de l'expérience récente du groupe de NBS Boulder (22)

Référence (12)

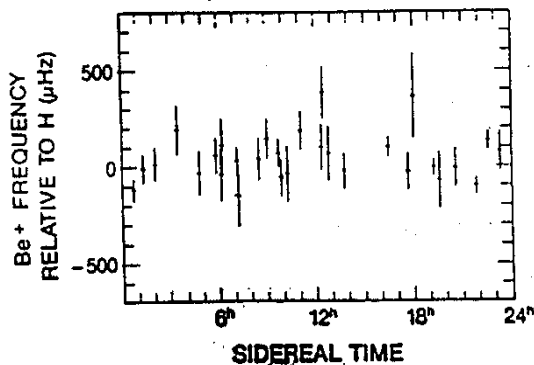
- Comparer en permanence la fréquence de l'étalon à $^9\text{Be}^+$ décrit plus haut à celle d'un maser à hydrogène

- Pour le maser à hydrogène, tous les modèles précédents donnent une correction nulle car, comme $I = S = 1/2$, tous les quadrupoles sont nuls. De plus, $\langle \vec{I} \rangle$ et $\langle \vec{S} \rangle$ sont nuls dans les 2 états $F=1, M_F=0$ et $F=0, M_F=0$
 Par contre, pour $^9\text{Be}^+$, $I = 3/2$

- Recherche d'une variation, au cours de la journée, de la fréquence de l'étalon. Variation en $P_1(\cos\theta)$, $P_2(\cos\theta)$, $P_3(\cos\theta)$, θ étant défini vis à vis de plusieurs directions privilégiées possibles

Résultats obtenus (23)

Figure extraite de (12)



Plusieurs directions privilégiées envisagées: soleil, centre de la galaxie, superamas de la vierge

Plusieurs vitesses de déplacement: par rapport au soleil, au rayonnement à 3°K

Aucune variation significative observée en $P_k(\cos\theta)$ ($k=1, 2, 3$)

Gain de 2 ordres de grandeur par rapport aux expériences de Hughes, Drever

Conclusion (24)

Confirmation du principe d'équivalence d'Einstein d'après lequel

- tous les corps "tombent" avec la même accélération dans un champ de gravitation

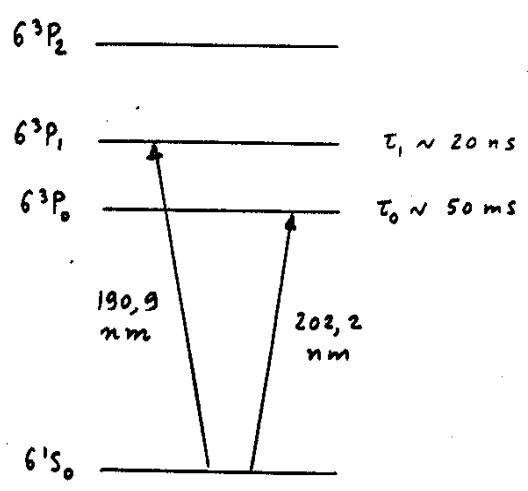
- toute expérience non gravitationnelle locale est indépendante de la vitesse et de l'orientation du laboratoire en "chute libre", indépendante du lieu et du temps de l'expérience dans l'univers

En particulier, le rapport entre les fréquences de 2 étalons atomiques très proches l'un de l'autre est indépendant de la vitesse et de l'orientation du laboratoire en "chute libre" où ces 2 étalons se trouvent

Projets de standards monoisotopiques (25)
utilisant les ions du groupe III A

B, Al, Ga, In, Tl
 Voir références (3), (4), (13), (14)

Exemple de $^{205}\text{Tl}^+$ (Niveaux analogues à ceux de Hg neutre)



Avantages de l'ion Tl^+ (26)

① Coeexistence de 2 transitions

- l'une, intense, à 190,9 nm, permettant de refroidir l'ion
 - l'autre, très faible, à 202,2 nm, servant d'étalon. Transition de facteur de surtension très grand.

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} \approx 5 \cdot 10^{14}$$

② Possibilité de détection très sensible

L'absorption d'un photon à 202,2 nm met l'ion (unique) sur "l'étagère" 6^3P_0 .

Pendant le temps de vie (50 ms) de 6^3P_0 , la fluorescence intense à 190,9 nm est arrêtée. La transition $6^1S_0 - 6^3P_0$ est détectée par l'absence de

$$\frac{\tau_0}{2\tau_1} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-9}} \sim 10^6 \text{ photons à } 190,9 \text{ nm}$$

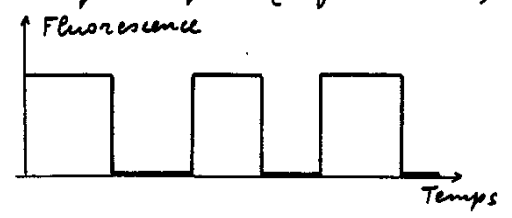
③ La transition fine est entre 2 niveaux $J=0$

- Pas de moment quadripolaire
- Pas de magnétisme électronique, et donc sensibilité beaucoup moins grande au champ magnétique (En fait, le moment magnétique nucléaire est plus grand dans 6^3P_0 que dans 6^1S_0 , à cause de la contamination de 6^3P_0 par 6^3P_1 , via l'interaction hyperfine, et les raies $\Delta m_J = 0$ dépendent du champ)

Enfin, compte tenu des estimations données plus haut des diverses causes de déplacement, il ne semble pas exclu d'abaisser les effets systématiques au niveau de 10^{-18} .

Autre intérêt physique d'un tel système (28)

Possibilité d'observation directe de sauts quantiques (référence 15)



Le passage de l'ion de 6^1S_0 à 6^3P_0 arrête brusquement la fluorescence à 190,9 nm. Cette dernière réapparaît brusquement lors du retour de l'ion dans 6^1S_0 .

Grand intérêt actuel pour ce problème. Plusieurs calculs basés sur l'étude des fonctions de corrélation du champ.