

22.10.85

Effet des collisions et de la charge d'espace dans un piège de Paul

III-1

But de ce cours

Analyser de manière qualitative diverses perturbations (collisions, charge d'espace) qui limitent les performances d'un piège de Paul par augmentation de l'énergie désordonnée (chauffage RF), limitation du nombre d'ions qui peuvent être piégés.

1 - Introduction (Transparents T1 et T2)

2 - Collisions ion-atome neutre

- Effet d'une collision (T3 à T4)
- Influence du rapport entre la masse de l'ion et la masse de l'atome neutre (T5 à T7)
- Observation expérimentale (T8 à T9)

3 - Collisions d'échange de charge (T10 à T11)

4 - Collisions entre ions identiques (T12 à T14)

5 - Effets de la charge d'espace (T15 à T16)

Références : page III-5

Divers types de collisions (1)

① Collisions ion-atome neutre



② Collisions d'échange de charge



③ Collisions entre ions



Hypothèses

On considère uniquement la limite adiabatique où il est possible de distinguer un mouvement lent et un mouvement rapide

Problème étudié

Quel est l'effet de ces divers types de collisions sur le mouvement lent des ions ?

Produisent-elles un chauffage, un refroidissement, une thermalisation ?

Cas simple d'une particule se déplaçant le long de Oz (2)

$$\vec{z} = \vec{z}_0 + \vec{\xi}$$

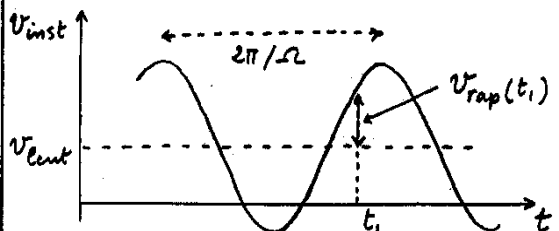
$$\vec{z}_0 = \vec{z}_0 \cos \omega t \quad \text{Mouvement lent à } \omega$$

$$\vec{\xi} = -\frac{qE(\vec{z}_0)}{m\Omega^2} \cos \Omega t \quad \text{Vibration rapide à } \Omega$$

Vitesse

$$\dot{\vec{z}} = \dot{\vec{z}}_0 + \dot{\vec{\xi}}$$

$$v_{inst} = v_{lent} + v_{rap}$$



v_{lent} varie beaucoup plus lentement que v_{rap} et peut être considérée comme constante sur quelques périodes $2\pi/\Omega$

Collision ion - atome neutre (3)

- Temps de collision τ_c suffisamment court (en particulier devant $2\pi/\Omega$) pour qu'on puisse négliger la présence du champ RF pendant la collision
- L'effet de la collision est de faire varier brusquement la vitesse instantanée de l'ion sans changer sa position (déplacement négligeable pendant τ_c : $\Delta \vec{z} = 0$)

$$v_{rap}(t) = \frac{q E(\vec{z}) \sin \Omega t}{m \Omega}$$

La forme de v_{rap} (amplitude et phase) est imposée par le seul champ $E(\vec{z}) \cos \Omega t$ en \vec{z}

$v_{rap}(t)$ a donc la même forme avant et après la collision

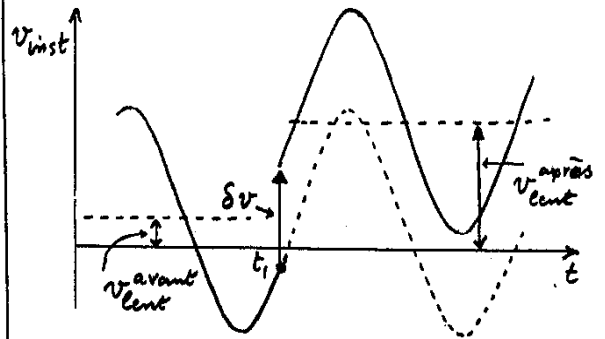
Effet d'une collision se produisant en t_1 et changeant v_{inst} de δv (4)

$$v_{inst}(t_1 + \epsilon) - v_{inst}(t_1 - \epsilon) = \delta v$$

$$\tau_c \ll \epsilon \ll 2\pi/\Omega$$

Comme $v_{rap} = q E(\vec{z}) \sin \Omega t / m \Omega$ ne change pas entre $t_1 - \epsilon$ et $t_1 + \epsilon$ (puisque $\epsilon \ll 2\pi/\Omega$), on en déduit

$$v_{lent}(t_1 + \epsilon) - v_{lent}(t_1 - \epsilon) = \delta v$$



Translation globale Δv sur la sinusoïde qui garde (localement) la même phase et la même amplitude

Collisions avec un gaz d'atomes neutres B plus lourds que les ions A+ (5)

La vitesse instantanée de l'ion change de manière importante et aléatoire à chaque collision. Peut changer de signe (rebondissement de A^+ sur B)

Changement important de v_{lent} à chaque collision

Dispersion importante apparaissant sur les vitesses lentes

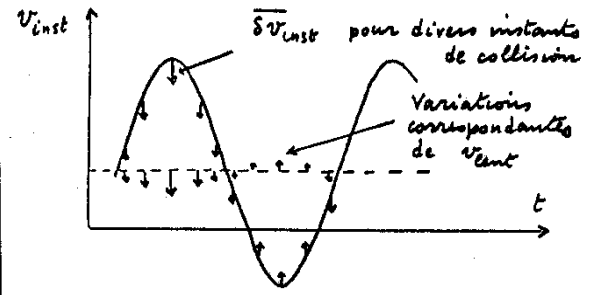
Echauffement du mouvement lent appelé chauffage RF

Sous l'effet de ce chauffage, les dimensions du nuage augmentent et les ions viennent heurter les électrodes

↳ Temps de vie fini d'un ion dans le piège

Collisions avec un gaz d'atomes neutres B plus légers que les ions A+ (6)

La vitesse instantanée de l'ion change très peu à chaque collision et tend à diminuer en module



Suivant l'instant où se produit la collision, v_{lent} diminue ou augmente. Mais, en moyenne sur une période, v_{lent} diminue plus souvent qu'il n'augmente

Amortissement et refroidissement du mouvement lent

Confirmation de cette discussion qualitative par des calculs plus précis (7)

- utilisant des modèles de collision (sphères dures ...)
- des équations statistiques décrivant l'évolution de la fonction de distribution des paramètres caractérisant l'état des divers ions sous l'effet de ces collisions
- des résolutions numériques de ces équations

↳ Détermination de la répartition spatiale et énergétique des ions, du temps de piégeage ...

Voir références (2), (4) à (8)

Observation expérimentale (8)

du refroidissement du mouvement lent par collisions avec des particules neutres très légères devant les particules chargées

Petites sphères chargées en aluminium dans un piège de Paul dans lequel on a fait entrer un gaz qui amortit le mouvement lent des sphères

Si l'amortissement est suffisamment important, on observe une "cristallisation".

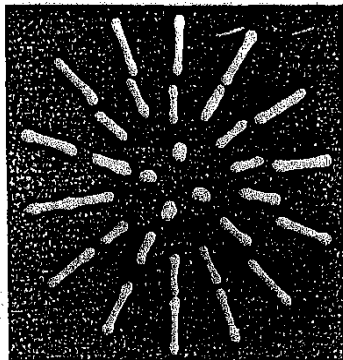
Les petites sphères forment un réseau régulier tel que les répulsions de Coulomb entre elles équilibrent les forces attractives du piège

Observation visuelle de cette "cristallisation", voir référence (3)

Exemples de résultats expérimentaux
Figures extraites de (3) (9)

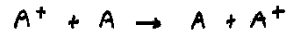


Système de 5 sphères



Système de 32 sphères

Collisions d'échange de charge (10)



- Comme A^+ est généralement produit par bombardement électronique de A , les atomes A existent sous forme de gaz résiduel dans le piège.

- Dans un piège RF (sans refroidissement laser), la température des ions est beaucoup plus élevée que la température ambiante.

Donc, avant la collision, A^+ est beaucoup plus rapide que A , qui peut être considéré comme étant au repos

- Le passage d'un électron de A à A^+ inverse la situation



Effet global de la collision (11)

Tout se passe comme si on avait un ion A⁺ dont la vitesse instantanée passe brusquement, à l'instant t₁ de la collision, de v_{inst} à 0

$$\Delta v = v_{inst}(t_1 + \epsilon) - v_{inst}(t_1 - \epsilon) = 0 - v_{inst}(t_1 - \epsilon) = -v_{lent}^{avant} - v_{rap}(t_1)$$

Or, $v_{lent}^{après} = v_{lent}^{avant} + \Delta v$

Donc, $v_{lent}^{après} = -v_{rap}(t_1)$

Comme la collision peut se produire à n'importe quel instant t₁, et que $v_{rap}(t_1) = qE(\vec{z}) \sin \Omega t_1 / m\Omega$, il apparaît une grande dispersion sur l'énergie cinétique du mouvement lent

Collisions entre ions identiques (12)

Notations plus simples

avant	$v_{inst} = v$	après	$v_{inst} = v'$
avant	$v_{lent} = v_l$	après	$v_{lent} = v_l'$
avant	$v_{rap} = v_r$	après	$v_{rap} = v_r'$

Conservation de l'impulsion et de l'énergie au cours d'une collision

(on peut ignorer le champ RF durant t_c)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

Si les ions sont identiques, m₁ = m₂

$$v_1 + v_2 = v_1' + v_2'$$

$$v_1^2 + v_2^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

Problème

Peut-on écrire des équations analogues pour le seul mouvement lent ?

Vitesse du mouvement rapide (13)

Dans une collision à courte portée, on peut considérer que les 2 ions "voient" le même champ RF avant et après la collision. Comme la vitesse du mouvement rapide ne dépend que de ce champ RF,

$$v_{1r}' = v_{1r} = v_{2r}' = v_{2r} \quad (a)$$

On déduit alors des équations de conservation écrites en (12) que

$$v_{1l}' + v_{2l}' = v_{1l} + v_{2l}$$

$$v_{1l}'^2 + v_{2l}'^2 = v_{1l}^2 + v_{2l}^2$$

Les relations (a) et m₁ = m₂ entraînent donc que les équations de conservation sont valables pour le seul mouvement lent

Remarque

Si les collisions sont à longue portée, l'inhomogénéité du champ RF entraîne que (a) n'est plus valable

Conséquence

Les collisions à courte portée entre ions identiques redistribuent l'énergie cinétique du mouvement lent entre ces ions, ce qui permet au mouvement lent de parvenir à un équilibre, puisque, en général, le temps de vie d'un ion dans le piège est très long devant le temps entre collisions

Possibilité de phénomènes comme l'évaporation où un ion prend suffisamment d'énergie aux autres ions pour sortir du piège.

En présence d'effets à longue portée (ou de défauts du piège), les collisions entre ions identiques ne conservent plus l'énergie du mouvement lent et provoquent un échauffement des ions

Charge d'espace

(15)

En plus du potentiel électrique effectif qui sert à les piéger

$$\Psi_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{q} = \frac{q A^2}{m \Omega^2} [\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + 4 \bar{z}^2],$$

les ions "voient" le potentiel électrostatique coulombien qu'ils créent eux mêmes

Si $n(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ est la densité d'ions dans le piège en $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, (et si l'on néglige les corrections liées au mouvement de vibration rapide), le potentiel Coulombien que ces ions créent (potentiel de charge d'espace) est donné par l'équation de Poisson

$$\Delta \Psi_{\text{ce}} + \frac{1}{\epsilon_0} q n = 0$$

Contenance maximale du piège (16)

Si n est tel que Ψ_{ce} devient plus grand que Ψ_{eff} , la répulsion entre ions l'emporte sur l'attraction du piège. La densité maximale n_{max} est telle que $\Psi_{\text{ce}} + \Psi_{\text{eff}} = C^2$, de manière que le champ total \vec{E} soit nul

$$\begin{aligned} n_{\text{max}} &= -\frac{\epsilon_0}{q} \Delta \Psi_{\text{ce}} = +\frac{\epsilon_0}{q} \Delta \Psi_{\text{eff}} \\ &= \frac{12 \epsilon_0 A^2}{m \Omega^2} = \frac{12 \epsilon_0 V_0^2}{m \Omega^2 (r_0^2 + 2z_0^2)^2} \end{aligned}$$

Ordre de grandeur typique

$$n \sim \text{quelques } 10^7 \text{ ions/cm}^3$$

En fait, les valeurs observées sont plus faibles à cause du chauffage RF qui fait sortir les ions du piège

Autre effet de la charge d'espace

Modification des fréquences de vibration lente

Références

- (1) H. G. Dehmelt, Adv. At. Mol. Phys. 3, 53 (1967)
- (2) F. G. Major, H. G. Dehmelt, Phys. Rev. 170, 91 (1968)
(Voir en particulier l'appendice A)
- (3) R. F. Wuerker, H. Shelton, R. V. Langmuir, J. Appl. Phys. 30, 352 (1959)
- (4) J. André, J. Physique 37, 719 (1976)
- (5) J. André, F. Vedel, J. Physique 38, 1381 (1977)
- (6) J. André, Thèse d'état, Marseille (1978)
- (7) J. André, F. Vedel, M. Vedel, J. Physique Lettres 40, L633 (1979)
J. Physique 42, 391 (1981)
- (8) F. Vedel, J. André, M. Vedel, G. Breueourt, Phys. Rev. A 27, 2321 (1983)

Buts de ce chapitre

Passer en revue diverses méthodes de production et de détection des ions (les méthodes de détection optique feront l'objet de développements ultérieurs)

1 - Production des ions (T1 à T2)

2 - Détection des ions

- Ejection et comptage - Fluorescence laser (T3)
- Calcul du courant induit par le mouvement de vibration du centre de masse (T4 à T10)
- Excitation et détection de la vibration axiale du centre de masse (T11)
- Méthode bolométrique (T12 à T16)

Références : page III-9

Production des ions

Méthode la plus directe

Création des ions in situ par bombardement électronique d'un gaz ou d'une vapeur d'atomes neutres

Inconvénient du gaz résiduel d'atomes neutres : collisions d'échange de charge $A^+ - A$ qui produisent un chauffage RF des ions

Particules chargées entrant dans le piège

Il faut leur faire perdre de l'énergie dans le piège pour qu'elles n'en ressortent pas

Exemple des positrons (voir cours 84-85)

Projets sur l'antiproton

(1) Piégeage d'ions multichargés (2)

Création in situ de ces ions sous forme d'ions de recul de faible énergie produits dans un gaz d'atomes neutres traversé par un faisceau d'ions lourds rapides

Exemple Ne^{10+} (noyau nu) formé par collision de Ne neutre avec un faisceau de Xe^{38+} de 3,5 MeV/u

L'énergie de recul des ions formés est assez faible (quelques volts) pour qu'ils puissent être piégés. [voir référence (4)]

Intérêt Etude de processus faisant intervenir des ions multichargés de basse énergie (par exemple capture d'électrons dans une collision $Ne^{10+} - Ne$)

Détection des ions

Ejection et comptage

Analyse en q/m des ions extraits par application d'une tension
Méthode destructive

Fluorescence laser

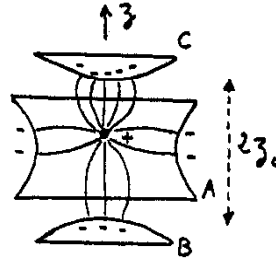
Méthode valable pour des ions ayant des raies de résonance dans un domaine commode de λ

- Etude de la répartition spatiale des ions par déplacement d'un faisceau laser étroit
- Mesure du nombre total d'ions
- Mesure de la température sur la largeur Doppler

Méthode très sensible

Si $\tau_R = 5 \cdot 10^{-9}$ sec, 10^8 photons émis par seconde par un seul ion (à saturation)

(3) Charges induites sur les compelles (4) par un ion piégé



Ion sur l'axe O_3
Plus proche de C que de B

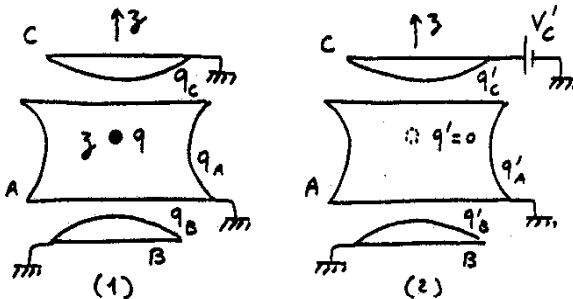
Plus de lignes de champ vont vers C que vers B

La charge négative q_c induite par l'ion sur C est plus grande (en valeur absolue) que q_B

Lorsque l'ion vibre lentement sur O_3 ($2\pi/\omega_z \ll z_0/c$), les charges induites q_B et q_C oscillent en opposition de phase: Un courant circule dans le circuit électrique des compelles

Calcul de q_c

Etude de 2 états d'équilibre



Etat (1) Ion q en z $V_A = V_B = V_C = 0$
Etat (2) Pas d'ion en z $V'_A = V'_B = 0$ $V'_C \neq 0$

Identité de Gauss

$$V_A q'_A + V_B q'_B + V_C q'_C + V(z) q' = V'_A q_A + V'_B q_B + V'_C q_C + V'(z) q$$

$$\hookrightarrow 0 = V'_C q_C + V'(z) q$$

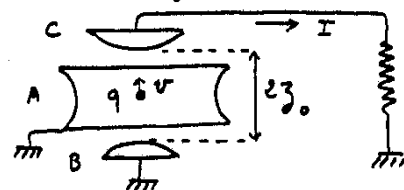
Variation dz de $z \rightarrow$ Variation dq_c de q_c

$$dq_c = - \frac{q}{V'_C} \frac{dV'(z)}{dz} dz = q \frac{E'(z)}{V'_C} dz$$

(Démonstration due à J.P Faroux)

Expression du courant induit (6)

Electron de vitesse v le long de O_3 au voisinage du centre du piège



$$I = - \frac{dq_c}{dt} = - q \frac{dz}{dt} \frac{E'(z=0)}{V'_C}$$

$E'(z=0)$: champ en $z=0$ quand on applique une différence de potentiel V'_C entre C et B,A. Si l'on avait un condensateur plan on aurait

$$E'(z=0) = - \frac{V'_C}{z_0}$$

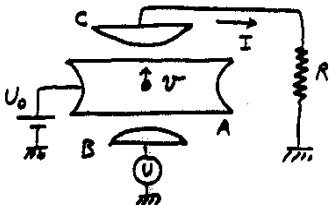
En fait, $E'(z=0) = -\alpha \frac{V'_C}{z_0}$

α : Coefficient géométrique sans dimension

$$\hookrightarrow I = \alpha \frac{qv}{z_0}$$

Circuit électrique équivalent à l'ion (7)

En plus des tensions U_0 permettant de piéger l'ion avec une force de rappel $-m\omega_z^2 z$ sur Oz , on applique une différence de potentiel U à B



$$V_C - V_B = -(U - RI)$$

$$E(z=0) = \frac{\alpha(U - RI)}{2z_0}$$

Equation de la dynamique

$$m\ddot{z} = \underbrace{-m\omega_z^2 z}_{\text{Force de rappel}} + \underbrace{q\alpha \frac{(U - RI)}{2z_0}}_{\text{Force due à } U}$$

Or $v = \dot{z} = \frac{2z_0}{\alpha q} I$ $z = \frac{2z_0}{\alpha q} \int I dt$

$\hookrightarrow U = L_1 \dot{I} + \frac{1}{C_1} \int I dt + RI$

Ion dans le piège équivalent à un circuit LC série résonnant à ω_z

$$L_1 = 4mz_0^2 / \alpha^2 q^2 \quad L_1 C_1 \omega_z^2 = 1$$

Cas d'un nuage de N ions (8)

- Dimensions petites devant z_0 .
- \hookrightarrow Même coefficient α pour chaque ion
- Quand on ajoute les équations de la dynamique pour chaque ion, les forces entre ions disparaissent

\hookrightarrow Même équation que pour un ion unique avec des valeurs différentes de l et C

$$L_N = \frac{4(Nm)z_0^2}{\alpha^2(Nq)^2}$$

$$C_N = N C_1$$

Liens entre le courant I et les variables du centre de masse

$$I = \alpha \frac{q}{2z_0} (v_1 + v_2 + \dots + v_N)$$

$$v_{CM} = \frac{1}{N} (v_1 + v_2 + \dots + v_N)$$

$$\hookrightarrow I = \frac{\alpha q}{2z_0} N v_{CM}$$

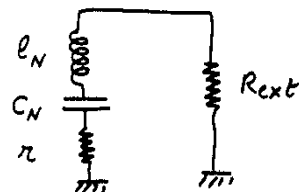
Couplage entre la vibration axiale du centre de masse et les autres degrés de liberté du nuage (9)

Plusieurs phénomènes parasites (collisions avec des neutres, échange de charge, anharmonicités dues à des termes non quadrupolaires du potentiel...) couplent le mouvement du centre de masse le long de Oz à d'autres degrés de liberté :

Mouvement transversal dans le plan xOy (cyclotron, magnétron, vibration) ; Modes internes où les divers ions vibrent en opposition de phase, le centre de masse restant au repos sur Oz .

τ_z : Temps caractéristique au bout duquel ces couplages amortissent la vibration axiale du centre de masse

Représentation du nuage d'ions par un circuit électrique (10)



r : résistance (fictive) représentant l'amortissement de la vibration axiale du centre de masse par couplage avec les autres degrés de liberté du nuage

$$\tau_z = \frac{L_N}{r}$$

R_{ext} : résistance (vraie) du circuit électrique des coupelles

$$\tau_R = \frac{L_N}{R_{ext}}$$

Temps d'amortissement de v_{CM} due à l'effet Joule dans R_{ext}

Excitation et détection de la vibration axiale du centre de masse (11)

Principe de l'expérience

En appliquant une tension $U \cos \omega t$ entre les 2 coupelles, on excite une oscillation forcée du centre de masse le long de Oz

Les variations résonnantes du courant induit, quand ω varie autour de ω_3 , sont détectées sur la tension aux bornes de R_{ext}

Paramètres physiques obtenus à partir d'une telle expérience

ω_3, N, τ_3

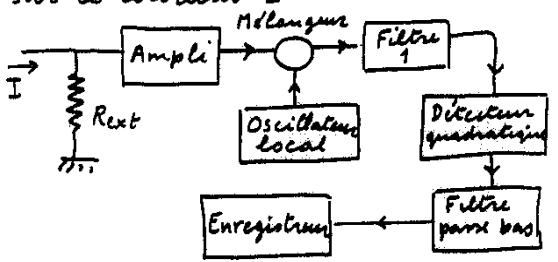
Sensibilité

Peut être très grande
 Détection d'un électron unique
 (Voir cours 84-85)

Méthode bolométrique (12)

Principe de l'expérience

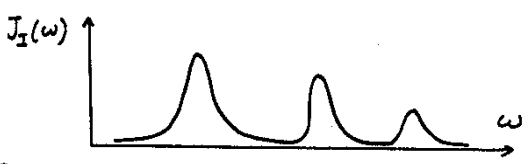
Au lieu d'exciter un mouvement forcé de v_{cm} , on observe le bruit sur v_{cm} , c'est à dire le bruit sur le courant I



En variant la fréquence ω de l'oscillateur local (ou la position de la bande passante du filtre 1), on mesure le spectre de bruit de I , plus précisément la densité spectrale $J_I(\omega)$ de I

Propriétés de $J_I(\omega)$ (13)

- ① La densité $J_I(\omega)$ est centrée sur la fréquence de vibration ω_3 de l'ion. S'il y a plusieurs types d'ions, il y a plusieurs pics dans $J_I(\omega)$



- ② Aire sous un pic donné

$\int J_I(\omega) d\omega \sim \overline{I^2}$

Moyenne du carré de I produit par les N ions dont la fréquence de résonance ω_3 correspond à celle du pic considéré

Comme $I \sim N v_{cm}$

$\overline{I^2} \sim N^2 \overline{v_{cm}^2}$

Cas où l'on peut définir une température (pour la vibration axiale du centre de masse) (14)

$M \overline{v_{cm}^2} = k T_{cm}$

$M = N m$

$\hookrightarrow \overline{I^2} \sim N^2 \overline{v_{cm}^2} \sim N T_{cm}$

L'aire sous un pic donné est proportionnelle au nombre d'ions correspondant à ce pic et à la température de vibration axiale de leur centre de masse

1^{ère} Application : Si T_c reste à peu près constant, les variations de $\overline{I^2}$ reflètent celles de N

Méthode de détection non destructive et sélective

Exemple : étude de la cinétique de divers processus (recombinaison) faisant disparaître des ions

2^{ème} Application

Si N reste à peu près constant, les variations de \bar{I}^2 reflètent celles de T_{em}

(15)

Exemple 1

Excitation d'un autre degré de liberté du nuage, par exemple excitation de la résonance cyclotron. L'échauffement ainsi produit est transféré au centre de masse. T_{em} augmente et \bar{I}^2 augmente "Détection bolométrique" de la résonance cyclotron

Très grande sélectivité en q/m

Exemple 2

Etude de la cinétique du refroidissement radiatif produit par un laser

Exemple de résultats expérimentaux

Détection bolométrique de T_{em}

(16)

Cinétique du refroidissement laser d'ions Mg^+ dans un piège de Penning

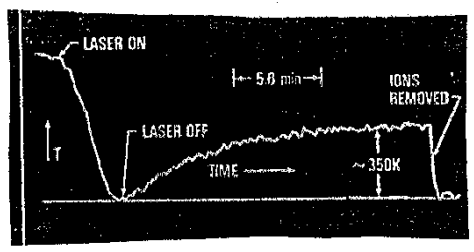


Figure extraite de
D.T. Wineland, R.E. Drullinger
F.L. Walls
Phys. Rev. Lett. 40 1639 (1978)

Références

- (1) H.G. Dehmelt Adv. At. Mol. Phys. 5, 109 (1969)
- (2) H.A. Schuessler, E.N. Fortson, H.G. Dehmelt
Phys. Rev. 187, 5 (1969) [voir en particulier la partie IV]
- (3) D.J. Wineland, W.M. Itano, R.S. Van Dyck
Adv. At. Mol. Phys. 19, 135 (1983)
- (4) C.R. Vane, M.H. Prior, R. Marcus, Phys. Rev. Lett. 46, 107 (1981)
- (5) D.J. Wineland, H.G. Dehmelt, J. Appl. Phys. 46, 919 (1975)
- (6) H.G. Dehmelt, F.L. Walls, Phys. Rev. Lett. 21, 127 (1968)
- (7) D.A. Church, H.G. Dehmelt, J. Appl. Phys. 40, 3421 (1969)
- (8) F.L. Walls, G.H. Dunn, Physics Today, August 1975, p.30