

Introduction

Le but de ce chapitre est d'étudier les divers processus couplant l'électron dans le piège de Penning au monde extérieur, et introduisant ainsi un amortissement du mouvement de cet électron et un bruit.

Le vide dans l'enceinte est supposé, suffisant pour qu'on puisse négliger les collisions avec le gaz résiduel.

Le premier processus étudié est l'émission spontanée de rayonnement, qui n'est appréciable que pour le mouvement cyclotron (§1)

Un phénomène beaucoup plus important est lié aux charges induites par l'électron sur les électrodes. La variation de ces charges induites quand l'électron est en mouvement lent fait apparaître un courant dans les circuits extérieurs et par suite, une dissipation d'énergie par effet Joule dans les résistances de ces circuits, de même qu'un bruit associé aux fluctuations thermiques du voltage dans les résistances. Enfin, l'interaction de l'électron avec les charges qu'il induit sur les électrodes peut modifier légèrement ses fréquences propres. Ces divers effets sont étudiés qualitativement (§2), puis quantitativement (§3).

Plan

- ① Relaxation par émission spontanée de rayonnement
 - a - Amortissement radiatif du mouvement de la charge (1 à 3)
 - b - Amortissement radiatif du mouvement du spin (4)
- ② Couplage aux circuits électriques extérieurs. Etude qualitative
 - a - Charges induites par l'électron sur les coupelles (5)
 - b - Courant induit par le mouvement de vibration (6)
 - c - Amortissement du mouvement de vibration (7)
 - d - Déplacement de fréquence (8)
 - e - Fluctuations introduites sur le mouvement de vibration (9)
 - f - Couplages des mouvements cyclotron et magnétron (10 à 12)
- ③ Couplage aux circuits électriques extérieurs. Etude quantitative
 - a - Théorème d'électrostatique sur la variation des charges induites (13 à 14)
 - b - Charges induites sur l'électrode anneau (15)
 - c - Charges et courant induits sur les coupelles (16 à 17)
 - d - Calcul du déplacement de la fréquence de vibration (18 à 20)
 - e - Circuit électrique équivalent à l'électron vibrant le long de Oz (21 à 23)
 - f - Temps d'amortissement du mouvement de vibration (24)
 - g - Bruit de tension associé à la résistance du circuit extérieur (25 à 29)
 - h - Etendue du mouvement de vibration (30)

Amortissement radiatif du mouvement cyclotron (1)

- Energie rayonnée par unité de temps (sur une orbite de rayon ρ parcourue à $\omega'_c \approx \omega_c$)

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3c^3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} (\ddot{\vec{r}})^2 = \frac{2}{3c^3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \rho^2 \omega_c^4$$

- Energie de e^- sur cette orbite (essentiellement cinétique)

$$W = \frac{1}{2} m_e \omega_c^2 \rho^2$$

- Temps d'amortissement τ_c

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{W} \frac{dW}{dt} = \frac{4}{3m_e c^3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \omega_c^2$$

Valeur numérique

$$\omega_c / 2\pi = 51 \text{ GHz} \rightarrow \tau_c \approx 0.8 \text{ sec}$$

Temps suffisamment court pour que le mouvement cyclotron se mette en équilibre thermique avec le rayonnement à T^*K

Equilibre thermodynamique (2)

Enceinte du piège à $T = 4^*K$

$$\hookrightarrow \frac{\hbar \omega_c}{kT} = 0.61$$

Populations des niveaux n

$$P_n = e^{-n\hbar\omega_c/kT} [1 - e^{-\hbar\omega_c/kT}]$$

$$P_0 = 0.457 \quad P_1 = 0.248$$

$$P_3 = 0.135 \quad P_4 = 0.073$$

Seuls, les 4 premiers niveaux cyclotron sont appréciablement occupés

Ordre de grandeur de l'extension du mouvement cyclotron

$$\langle n | x^2 + y^2 | n \rangle = (2n+1) \frac{\hbar}{m_e \omega_c}$$

Rayon moyen

$$\left[\sum_n P_n \langle n | x^2 + y^2 | n \rangle \right]^{1/2} \approx 300 \text{ \AA}$$

Remarques

(i) Calcul de τ_c fait en évaluant l'énergie rayonnée dans l'espace libre

Or, l'électron est dans une "cavité" dont les dimensions ne sont pas grandes devant la longueur d'onde cyclotron $\lambda_{cycl} \approx 6 \text{ mm}$

Possibilité de modifications de τ_c dues à la cavité

(ii) $\lambda_{Magnétron} \gg$ Dimensions $\lambda_{Vibration} \gg$ de la cavité

Donc, très peu de rayonnement à ces fréquences sortant de la cavité. De toutes façons, même dans l'espace libre, on aurait

$$\tau_{Magnétron} \approx \left(\frac{\omega_c}{\omega_m}\right)^3 \tau_{cyclotron}$$

$$\tau_{Vibration} \approx \left(\frac{\omega_c}{\omega_3}\right)^2 \tau_{cyclotron}$$

"Amortissement" tout à fait négligeable

Amortissement radiatif de la precession de Larmor du spin (4)

Calcul dans l'espace libre par la règle d'or de Fermi

$$\frac{1}{\tau_{spin}} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{q^2 \hbar^2}{4m^2 c^2} \frac{1}{2\epsilon_0 L^3} \frac{8\pi}{3} \frac{\omega_c^2 L^3}{\hbar c^3 (2\pi)^3} \rho(E_f = E_i)$$

$$\approx \frac{1}{\tau_{cyclotron}} \frac{\hbar}{m_e c} \frac{\omega_c}{c}$$

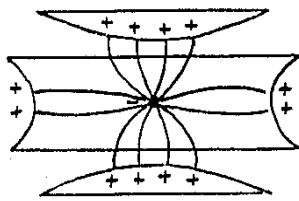
$$\hookrightarrow \tau_{spin} \approx \tau_{cyclotron} \frac{\tau_{cyclotron}}{\lambda_{Compton}} \approx 3 \cdot 10^9$$

Amortissement radiatif tout à fait négligeable pour le spin

Finalement, la "relaxation radiative" n'est appréciable que pour le mouvement cyclotron

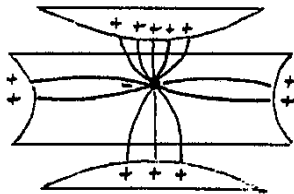
Charges induites sur les coupelles en fonction de la position de e⁻ sur O₃ (5)

Etat 1
Electron (q < 0) au centre du piège (z = 0)



Charges positives égales induites sur les 2 coupelles (et aussi sur l'anneau)

Etat 2
Electron sur O₃ (z > 0) Plus proche de la coupelle supérieure



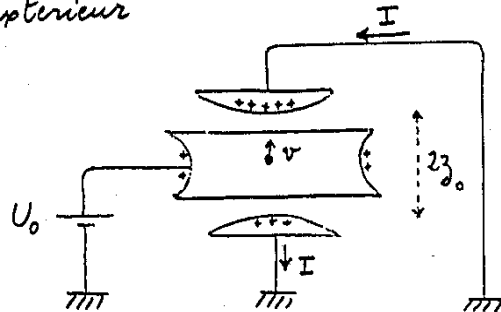
Plus de lignes de champ vont vers la coupelle supérieure que vers la coupelle inférieure. La charge de la coupelle supérieure augmente, celle de la coupelle inférieure diminue

Electron en mouvement lent le long de O₃ (6)

Vibration axiale à la fréquence $\frac{\omega_z}{2\pi}$
Mouvement lent car la période $2\pi/\omega_z$ est grande devant $2z_0/c$

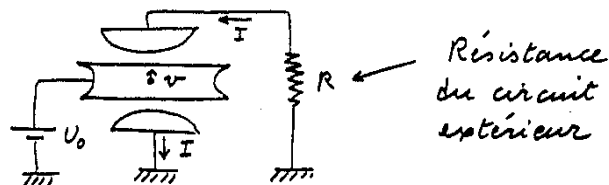
Régime quasistatique

Chaque coupelle se charge et se décharge alternativement en opposition de phase avec l'autre
↳ Un courant I alternatif passe de l'une à l'autre dans le circuit extérieur



Conséquences du couplage au circuit extérieur (7)

① Amortissement



Le courant I, circulant dans R, provoque un effet Joule
L'énergie ainsi dissipée est prise sur l'énergie du mouvement de e⁻ qui donne naissance à I
Comme l'émission spontanée et les collisions sont négligeables, la dissipation dans R est le seul processus d'amortissement du mouvement de vibration

② Déplacement de fréquence (8)

L'électrode dont l'électron se rapproche l'attrie plus que celle dont il s'éloigne car, d'une part elle est plus proche, d'autre part elle porte une charge induite positive plus grande

Il apparaît ainsi une force globale due aux charges induites, proportionnelle à z (pour z ≪ z₀) et de signe opposé à une force de rappel.

La fréquence de vibration doit donc être légèrement diminuée par suite des charges induites

Remarque : Ne pas confondre les charges induites par q et les charges produites par la d.d.p. U₀, responsables de la force de rappel - m ω_z² z

③ Fluctuations

- La résistance R, couplée à un thermostat T, est le siège de courants fluctuants
- On peut associer à R une source de voltage fluctuant qui, appliqué entre les 2 coupelles, fait apparaître une force aléatoire agissant sur e⁻

Théorème de Nyquist

Lien entre fluctuations et dissipation

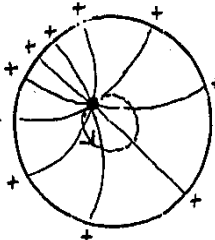
- Compétition entre l'amortissement du mouvement de e⁻ par dissipation dans R et l'échauffement produit par la force aléatoire.

Atteinte d'un régime d'équilibre thermodynamique à T° K

⑨ Couplage des mouvements cyclotron et magnétron aux électrodes (10)

- Ce sont les charges induites sur l'électrode anneau qui jouent alors un rôle important.

Ces charges, positives, sont plus nombreuses au point le plus proche de l'électron et tournent en même temps que lui



Les courants associés au mouvement de rotation de e⁻ circulent dans la seule électrode

anneau, la résistance négligeable
Amortissement négligeable

Déplacement de fréquence (11)

- Augmentation de la force centrifuge (attraction de e⁻ par les charges > 0 qu'il induit sur la partie de l'électrode dont il est le plus proche).

- Effet équivalent à une augmentation du potentiel quadrupolaire en $-m\omega_z^2(x^2+y^2)/4$ produit par U₀

$$\omega_z \rightarrow \omega_z + \Delta\omega_z$$

$\Delta\omega_z$ du même ordre (au signe près) que la variation de fréquence $\Delta\omega_z$ du mouvement axial

- Comme $\omega'_c = \omega_c - \frac{\omega_z^2}{2\omega_c}$

$$\Delta\omega'_c \approx -\frac{\omega_z}{\omega_c} \Delta\omega_z$$

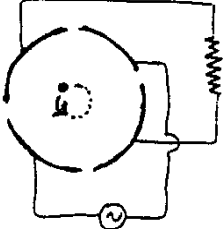
Effet plus petit que sur la fréquence de vibration axiale par un facteur $\frac{\omega_z}{\omega_c}$

Autre montage possible (12)

Électrode anneau coupée en plusieurs secteurs (par exemple 4 quadrants). Un courant circule alors dans le circuit reliant 2 secteurs opposés, et qui peut contenir des résistances).

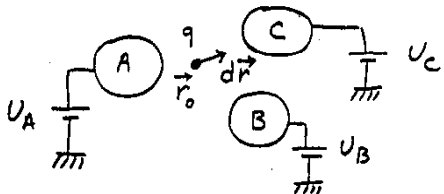
Montage utilisé pour des fréquences cyclotron plus basses, par exemple pour des ions ($\omega_c \sim \frac{1}{m}$)

On utilise alors 2 quadrants opposés pour l'excitation, les 2 autres pour la détection



Problème d'électrostatique (13)

Soient n conducteurs A, B, C, \dots à des potentiels U_A, U_B, U_C, \dots . Une charge q est placée en \vec{r}_0 . On attend l'équilibre



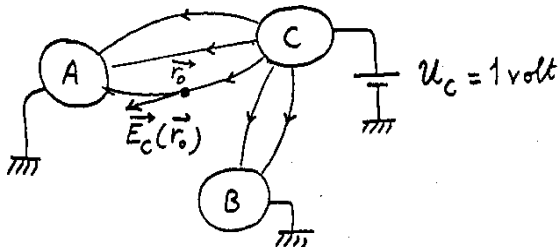
On déplace la charge de \vec{r}_0 à $\vec{r}_0 + d\vec{r}$ et on attend le nouvel équilibre. Les charges portées par A, B, C, \dots ont varié de dq_A, dq_B, dq_C, \dots

Peut-on exprimer dq_A, dq_B, dq_C, \dots en fonction de q et $d\vec{r}$?

On démontre que

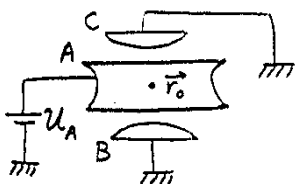
$$dq_C = q d\vec{r} \cdot \vec{E}_C(\vec{r}_0) / U_C$$

où $\vec{E}_C(\vec{r}_0)$ est le champ qui existerait en \vec{r}_0 , en l'absence de la charge q , et si tous les conducteurs étaient au potentiel nul sauf le conducteur C au potentiel $U_C = 1$ volt. Par exemple,



$\vec{E}_A(\vec{r}_0), \vec{E}_B(\vec{r}_0), \vec{E}_C(\vec{r}_0), \dots$ ne dépendent que de la géométrie et non des potentiels U_A, U_B, U_C, \dots effectivement appliqués. dq_A, dq_B, dq_C, \dots ne dépendent donc que de la géométrie et de $d\vec{r}$, et non de U_A, U_B, U_C, \dots

Application au piège de Penning (15)



$U_A = 1$
 $U_B = U_C = 0$
 \vec{r}_0 : Centre du piège
 $(x_0 = y_0 = z_0 = 0)$

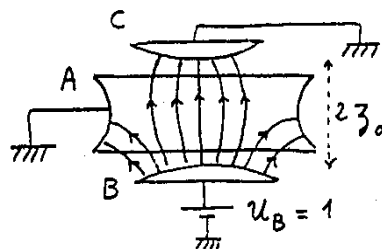
Expression de dq_A

Par définition même, \vec{E}_A est le champ créé par le potentiel quadripolaire du piège de Penning en $z^2 - (x^2 + y^2)/2$. \vec{E}_A étant nul au centre, on a $dq_A = 0 \neq d\vec{r}$

Un déplacement quelconque de \vec{r}_0 à partir du centre $\vec{r}_0 = \vec{0}$, ne change donc pas la charge globale portée par l'électrode anneau A . Il peut y avoir néanmoins un réarrangement de ces charges

Variation des charges des coupelles pour un mouvement de vibration (16)

- Mouvement de vibration $d\vec{r}$ parallèle à Oz $\{0, 0, dz\}$
- Symétrie du problème $\vec{E}_B(\vec{r}_0) = -\vec{E}_C(\vec{r}_0) \rightarrow dq_B = -dq_C$
- Définition de \vec{E}_B



Si B et C formaient un condensateur plan, de séparation $2z_0$, et si A n'existait pas, on aurait

$$\vec{E}_B(\vec{r}_0) = \frac{U_B}{2z_0}$$

Expression de \vec{E}_B (17)

Comme les lignes de champ sont moins resserrées en \vec{r}_0 , et que certaines vont vers A, on a

$$\vec{E}_B(\vec{r}_0) = \alpha \frac{U_B}{2z_0}$$

α : Coefficient sans dimension, plus petit que 1, dépendant de la géométrie

Calcul de $dq_B = -dq_C$

$$dq_B = q d\vec{r} \cdot \frac{\vec{E}_B(\vec{r}_0)}{U_B} = \alpha q \frac{dz}{2z_0}$$

Courants arrivant en B et C

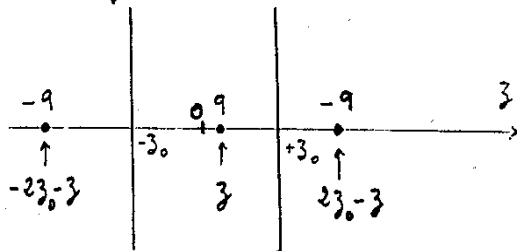
$$I_B = -I_C = \frac{dq_B}{dt} = \alpha \frac{q}{2z_0} \frac{dz}{dt} = \alpha \frac{qv}{2z_0}$$

Courants proportionnels à la charge q , à la vitesse v de cette charge, et inversement proportionnels à l'espacement $2z_0$.

Calcul approché du déplacement de fréquence (18)

- Le déplacement de fréquence provient de l'interaction de e^- avec le champ produit par les charges induites par e^- sur les électrodes (effet non pris en compte dans le cours II)

- Calcul approximatif de ce déplacement en remplaçant les 2 coupelles par un condensateur plan et en utilisant la méthode des images électriques



Effet des deux premières images électriques (19)

Si l'électron se déplace de z le long de Oz , ces 2 images sont en $2z_0 - z$ et $-2z_0 - z$

Force exercée sur la charge q

$$+ \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{[2(z_0 - z)]^2} - \frac{1}{[2(z_0 + z)]^2} \right\}$$

$$= \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 z_0^2} \left[\frac{1}{(1 - \frac{z}{z_0})^2} - \frac{1}{(1 + \frac{z}{z_0})^2} \right]$$

$$\approx \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 z_0^3} z \quad \text{si } z \ll z_0$$

L'effet de toutes les autres images électriques revient à multiplier l'expression précédente par

$$\left(1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots \right)$$

Force totale agissant sur e^- (20)

$$F = -m_e \omega_z^2 z + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 z_0^3} z$$

Force de rappel du piège produite par U_0

Force due aux charges induites par e^-

$$F = -m_e \omega_z^2 \left[1 - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m_e z_0^3 \omega_z^2} \right] z$$

Variation de fréquence

$$\frac{\delta\omega_z}{\omega_z} = - \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 m_e z_0^3 \omega_z^2}$$

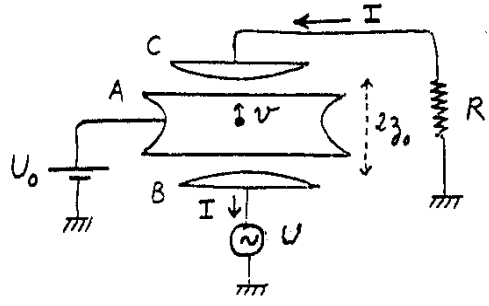
Application numérique

$$\omega_z / 2\pi = 60 \text{ MHz} \quad 2z_0 = 6,7 \text{ mm}$$

$$\hookrightarrow \frac{\delta\omega_z}{\omega_z} \approx -6 \cdot 10^{-9}$$

Effet négligeable

Circuit équivalent à l'électron (21)



Une tension U est appliquée entre B et C. Le champ qu'elle crée met l'électron en mouvement, ce qui donne alors naissance à un courant $I = \alpha \frac{qV}{2z_0}$ dans le circuit extérieur contenant la résistance R

Problème : Relier I à U et déterminer l'impédance équivalente à l'électron

Force totale agissant sur l'électron

$$F = -m_e \omega_3^2 z + q \alpha \frac{(U - RI)}{2z_0} \quad (22)$$

Force de rappel due à U_0 Force électrique due à la tension entre B et C associée à U (voir transparent 17 pour l'apparition de α)

On néglige la force due aux charges induites par e^- , dont le seul effet est de faire varier ω_3

Equation de la dynamique

$$m_e \ddot{z} = -m_e \omega_3^2 z + q \alpha \frac{U - RI}{2z_0}$$

De $\dot{z} = \frac{2z_0}{\alpha q} I$ et $z = \frac{2z_0}{\alpha q} \int I dt$

on déduit alors

$$U = \ell \dot{I} + \frac{1}{C} \int I dt + RI$$

avec $\ell = \frac{4 m_e z_0^2}{\alpha^2 q^2}$ $C = \frac{1}{\ell \omega_3^2}$

L'électron est équivalent à un circuit ℓC série, résonnant à ω_3

Ordre de grandeur de ℓ

$\alpha = 0,5$ $2z_0 = 6,7 \text{ mm}$

$\ell = 6400 \text{ Henry}$
Valeur considérable

Equivalence des énergies

$$\frac{1}{2} \ell I^2 \longleftrightarrow \frac{1}{2} m_e v^2$$

$$\frac{1}{2C} (\int I dt)^2 \longleftrightarrow \frac{1}{2} m_e \omega_3^2 z^2$$

Cas d'un nuage de N électrons

On ne s'intéresse qu'au mouvement du centre de masse

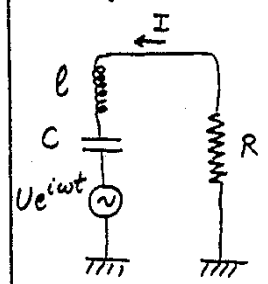
$m \rightarrow N m$ $q \rightarrow N q$

$$\ell = \frac{4 m_e z_0^2}{\alpha^2 q^2} \longrightarrow \frac{\ell}{N}$$

$$C = \frac{1}{\ell \omega_3^2} \longrightarrow N C$$

(23)

Largeur de la résonance (24)



$$I = \frac{U e^{i\omega t}}{R + j(\ell\omega - \frac{1}{C\omega})}$$

$$\ell C \omega_3^2 = 1$$

Au voisinage de $\omega = \omega_3$

$$|I|^2 = \frac{|U|^2}{R^2 + 4\ell^2(\omega - \omega_3)^2}$$

↳ Largeur

à mi-hauteur $\Delta\omega = \frac{R}{\ell}$

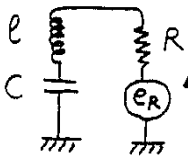
Temps d'amortissement du mouvement de vibration

$$\tau_{\text{vibration}} = \frac{\ell}{R} = \frac{4 m_e z_0^2}{\alpha^2 q^2 R}$$

Application numérique

$R = 10^5 \Omega \rightarrow \tau_{\text{vibration}} = 0.06 \text{ sec}$

Bruit introduit par la résistance R à la température T (25)



$e_R(t)$: Tension aléatoire associée à R et décrivant le bruit introduit par les mécanismes responsables de la dissipation dans R

$e_R(t)$: Fonction aléatoire stationnaire de temps de corrélation τ_c très court $\tau_c \ll \gamma^{-1}$

Densité spectrale $J_R(\omega)$ de $e_R(t)$

Transformée de Fourier de la fonction de corrélation de $e_R(t)$

$$J_R(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} \overline{e_R(t)e_R(t+\tau)}$$

Fonction paire de ω , variant très lentement à l'échelle de γ^{-1}

Intérêt de la densité spectrale (26)

$$\overline{e_R(t)e_R(t+\tau)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{i\omega\tau} J_R(\omega)$$

Le bruit de tension vaut $\overline{e_R(t)^2}$

$$\overline{e_R(t)^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega J_R(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu J_R(\omega) = 2 \int_0^{\infty} d\nu J_R(\omega) \quad (\text{car } J_R \text{ est paire})$$

$2J_R(\omega)d\nu$ représente la contribution de l'intervalle spectral $\nu - \nu + d\nu$ au bruit de tension $\overline{e_R(t)^2}$

Méthode heuristique suivie ici pour déterminer $J_R(\omega)$

Soit $I(t)$ le courant aléatoire stationnaire produit par $e_R(t)$

On écrit que le système parvient à l'équilibre thermodynamique à T

$$\frac{1}{2} \ell \overline{I(t)^2} = \frac{1}{2} kT$$

$$\frac{1}{2C} (\int I dt)^2 = \frac{1}{2} kT \quad (\text{si } \hbar\omega_3 \ll kT)$$

Equation du circuit (27)

$$e_R(t) = \ell \dot{I}(t) + \frac{1}{C} \int I dt + RI(t)$$

$\tilde{e}_R(\omega)$ } Transformées de Fourier de $\{e_R(t)$
 $\tilde{I}(\omega)$ } de $\{I(t)$

$$\tilde{I}(\omega) = \frac{\tilde{e}_R(\omega)}{Z(\omega)} \quad Z(\omega) = R + i\ell\omega + \frac{1}{iC\omega}$$

Densité spectrale $J_I(\omega)$ de $I(t)$

La densité spectrale d'une fonction aléatoire stationnaire est proportionnelle au carré du module de la transformée de Fourier de cette fonction (Wiener-Khintchine)

$$\hookrightarrow J_I(\omega) = J_R(\omega) / |Z(\omega)|^2$$

Comme $1/|Z(\omega)|^2$ n'est important qu'au voisinage de $\omega = \pm\omega_3$ et que $\tau_c^{-1} \gg \gamma$, on a (pour $\omega > 0$)

$$J_I(\omega) = \frac{1}{R^2 + 4\ell^2(\omega - \omega_3)^2} J_R(\omega_3)$$

Bruit de courant $\overline{I(t)^2}$ (28)

$$\overline{I(t)^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega J_I(\omega) =$$

$$\frac{J_R(\omega_3)}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \frac{1}{R^2 + 4\ell^2(\omega - \omega_3)^2} = \frac{J_R(\omega_3)}{2R\ell}$$

Condition d'équilibre thermodynamique

$$\frac{1}{2} \ell \overline{I(t)^2} = \frac{1}{2} kT$$

$$\hookrightarrow J_R(\omega_3) = 2RkT$$

Même condition obtenue par

$$\frac{1}{2C} (\int I dt)^2 = \frac{1}{2} kT$$

Théorème de Nyquist ($\hbar\omega_3 \ll kT$)

$$\overline{e_R(t)^2} = \int_0^{\infty} d\nu 2J_R(\omega)$$

Densité de bruit de tension dans $\nu - \nu + d\nu$

$$4RkT d\nu$$

Puissance de bruit $\frac{e_R^2}{R}$ dans $\nu - \nu + d\nu$

$$4kT d\nu$$

Cas des températures très basses (29)

D'après la correspondance des énergies (Transparent 23), $\frac{1}{2} e \bar{I}^2 + \frac{1}{2C} (\int I dt)^2$ représente l'énergie moyenne de l'oscillateur harmonique associé à la vibration axiale en équilibre à T

Si kT n'est pas grand devant $\hbar\omega_3$, cette énergie moyenne vaut

$$\frac{\hbar\omega_3}{2} + \frac{\hbar\omega_3}{e^{\hbar\omega_3/kT} - 1} = \frac{\hbar\omega_3}{2} \coth \frac{\hbar\omega_3}{2kT}$$

La méthode heuristique suivie ici consiste à évaluer $2 \frac{1}{2} e \bar{I}^2$ à cette énergie. On obtient alors

$$2 J_R(\omega) = 4R \frac{\hbar\omega}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2kT}$$

qui se réduit à

$$2 J_R(\omega) = 4RkT \text{ pour } \hbar\omega \ll kT$$

mais devient

$$2 J_R(\omega) = 2R\hbar\omega \text{ pour } \hbar\omega \gg kT$$

Etendue du mouvement de vibration axiale (30)

Au bout d'un temps de l'ordre de γ^{-1} , le mouvement de vibration axiale atteint l'équilibre thermodynamique à la température T de la résistance R

Si $kT \gg \hbar\omega_3$, on a

$$\frac{1}{2} m_e \omega_3^2 \bar{z}^2 = \frac{1}{2} kT$$

$$\hookrightarrow \sqrt{\bar{z}^2} = \sqrt{\frac{kT}{m_e \omega_3^2}}$$

Application numérique

$$T = 4^\circ \quad \omega_3 / 2\pi = 60 \text{ MHz}$$

$$\frac{\hbar\omega_3}{kT} = 7.5 \cdot 10^{-4} \ll 1$$

$$\sqrt{\bar{z}^2} = 0.02 \text{ nm}$$

Références

- 1 - Couplage de l'électron aux circuits externes
D.J. WINELAND, H.G. DEHMELT *Journal of Applied Physics* 46, 919 (1975)
- 2 - Démonstration du théorème d'électrostatique du § 3 a
M.D. SIRKIS, N. HOLONYAK JR *Am. J. Physics* 34, 943 (1966)
- 3 - Lien entre fluctuations et dissipation
P. MARTIN "Many Body Physics" Les Houches 67
(eds C. De Witt et Balian Gordon and Breach 1968)
C. COHEN-TANNOUDJI Cours au Collège de France 1977-78