Etude des forces radiatives
Approche semi-classique (suite)

E Représentation géométrique en termes de spin fictif.

F - Forces radiatives stationnaires pour un atome à 2 niveaux initialement immobile dans une onde monochromatique

Buts du § E (1

- Montrer que les équations d'évolution de la matrice densité interne sont équivalentes aux équations du mouvement d'un spin 1/2 dans un champ magnétique
- Donner une interprétation géométrique simple de divers paramètres introduits en D
  - Phase ϕ de l'onde
  - Fréquence de Rabi ω_1
  - Désaccord δ
  - Composantes en phase et en quadrature du dipole u et v
- Etablir un lien entre le problème des forces radiatives et l'effet Stern et Gerlach

Correspondance atome à 2 niveaux → spin "fictif" 1/2 $\vec{S}$ (2

- Aux 2 états $|e\rangle$ et $|f\rangle$ sont associés les 2 états $|+\rangle$ et $|-\rangle$ de S_z

$|e\rangle \rightarrow |+\rangle \qquad |f\rangle \rightarrow |-\rangle$

- Matrices de spin S_x, S_y, S_z

$$S_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad S_y = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad S_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Toute matrice atomique 2×2 dans la base $\{|e\rangle, |f\rangle\}$ peut être développée sur S_x, S_y, S_z, $\mathbb{1}$

$$h_A = \frac{\hbar\omega_0}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \longrightarrow \hbar\omega_0 S_z$$

$$D = d\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow 2d\, S_x$$

$$D_+ = d|e\rangle\langle f| = d\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow d\, S_+$$

$$D_- = d|f\rangle\langle e| = d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow d\, S_-$$

$$S_\pm = S_x \pm i S_y$$

Interprétation des éléments de la matrice densité interne σ (3

$$\sigma_{ef} = \mathrm{Tr}\{\sigma D_-/d\} \longrightarrow \langle S_- \rangle$$

$$\sigma_{fe} = \mathrm{Tr}\{\sigma D_+/d\} \longrightarrow \langle S_+ \rangle$$

$$(\sigma_{ee} - \sigma_{ff})/2 = \mathrm{Tr}\{\sigma . h_A/\hbar\omega_0\} \longrightarrow \langle S_z \rangle$$

Posons $\vec{\mathcal{S}} = \langle \vec{S} \rangle$

$\sigma_{ef} \rightarrow \mathcal{S}_x - i\mathcal{S}_y \qquad \sigma_{fe} \rightarrow \mathcal{S}_x + i\mathcal{S}_y$

$(\sigma_{ee} - \sigma_{ff})/2 \rightarrow \mathcal{S}_z$

Les éléments de matrice de σ sont reliés aux composantes de $\vec{\mathcal{S}} = \langle \vec{S} \rangle$

Remarque : Ne pas confondre l'espace réel et l'espace du spin fictif. $\langle D \rangle$ est toujours parallèle à l'axe Oz de l'espace réel. $\vec{\mathcal{S}}$ a des composantes sur les 3 axes de l'espace du spin fictif.

Interprétation géométrique de l'hamiltonien d'interaction (4

$$V(t) = -D\, \mathcal{E}(\vec{r}, t) \qquad (\text{pour } \vec{r} = \vec{\mathcal{R}}(t))$$

$$\mathcal{E}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_0(\vec{r}, t) \cos(\omega t + \phi(\vec{r}, t))$$

$\mathcal{E}_0(\vec{r}, t)$ et $\phi(\vec{r}, t)$: amplitude et phase lentement variables. On a posé au § D

$$\omega_1(\vec{r}, t) = -d\, \mathcal{E}_0(\vec{r}, t)/\hbar$$

Comme $D \rightarrow 2d\, S_x$

$$V(t) \rightarrow 2\hbar\omega_1(\vec{r}, t) \cos(\omega t + \phi(\vec{r}, t))\, S_x$$

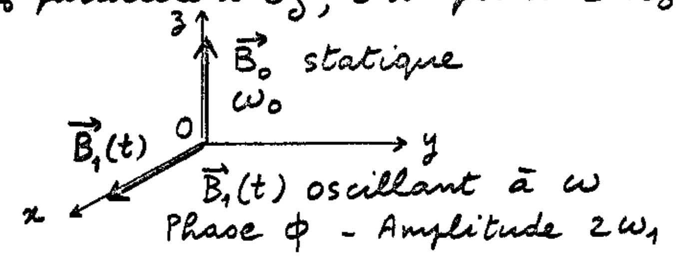
Même forme que l'interaction du spin avec un champ $\vec{B}_1(t)$

- Parallèle à Ox
- De fréquence (moyenne) ω
- De phase ϕ
- D'amplitude $2\omega_1$ (en unités de pulsation de Larmor)

Champs magnétiques équivalents à l'hamiltonien total (5

$H = h_A + V(t) \qquad h_A \to \hbar\omega_0 S_z$

h_A équivalent à un champ statique $\vec{B}_0$ parallèle à Oz, d'amplitude ω_0



$\vec{B}_1(t)$ peut être décomposé en 2 composantes tournant en sens inverse dans xOy. Quand ω est proche de ω_0, seule la composante tournant dans le "bon" sens autour de $\vec{B}_0$ a un effet important.

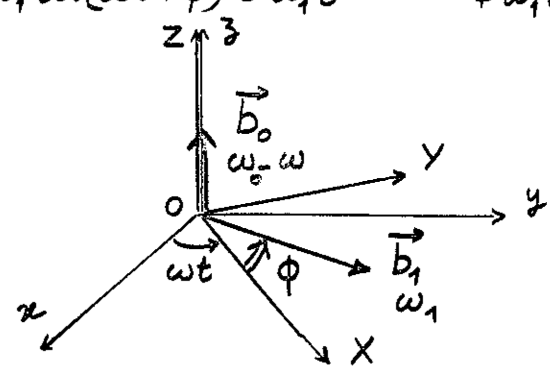
On néglige l'autre (approximation du champ tournant)

Référentiel OXYZ tournant (6

(à la fréquence ω autour de Oz)

- Dans ce référentiel, l'amplitude du champ statique parallèle à Oz, $\vec{b}_0$, est changée de ω_0 à $\omega_0 - \omega = -\delta$ (Théorème de Larmor)
- La "bonne" composante de $\vec{B}_1(t)$, $\vec{b}_1(t)$, devient quasistatique, d'amplitude $\omega_1(t)$, et fait un angle $\phi(t)$ avec OX car

$2\omega_1 \cos(\omega t+\phi) = \omega_1 e^{i(\omega t+\phi)} + \omega_1 e$



$\omega_1(t)$, $\phi(t)$: lentement variables

Interprétation du 1er changement de variables du § D (7

La transformation $\sigma \to \tilde{\sigma}$ correspond précisément au passage dans le référentiel tournant.

$\tilde{H}$ correspond à l'interaction du spin avec $\vec{b}_0 + \vec{b}_1$ (voir III-21)

$\tilde{\sigma}_{ef} \to \mathcal{S}_x - i\mathcal{S}_y \quad \sigma_{fe} \to \mathcal{S}_x + i\mathcal{S}_y \quad (\sigma_{ee} - \sigma_{ff})/2 \to \mathcal{S}_z$

Interprétation de ω_1

A résonance ($\omega_0 = \omega$), $\vec{b}_0$ s'annule et le spin précesse autour de $\vec{b}_1$ à la fréquence ω_1.

Précession de Rabi à résonance du spin entre les 2 états $|+\rangle$ et $|-\rangle$

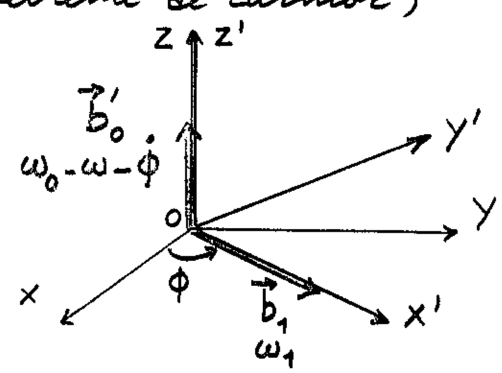
Interprétation de ϕ

Angle entre $\vec{b}_1$ et $\vec{OX}$ dans le plan XOY

Interprétation du 2ème changement de variables du § D (8

La transformation $\tilde{\sigma} \to \hat{\sigma}$ du § D correspond à une rotation d'un angle ϕ autour de OZ. Dans le nouveau trièdre $OX'Y'Z'$, $\vec{b}_1$ est aligné suivant $\vec{OX'}$

Si ϕ dépend de t, la rotation précédente introduit un champ supplémentaire $-\dot{\phi}$ le long de OZ' (Théorème de Larmor)



$\hat{H}$ correspond à l'interaction du spin avec $\vec{b}_0' + \vec{b}_1$ (voir III-23)

Interprétation de u, v, w (9

$\hat{\sigma}_{ef} \rightarrow \mathcal{S}_{x'} - i\,\mathcal{S}_{y'} \qquad \hat{\sigma}_{fe} \rightarrow \mathcal{S}_{x'} + i\,\mathcal{S}_{y'}$

$u(t) = \frac{1}{2}\left[\hat{\sigma}_{fe}(t) + \hat{\sigma}_{ef}(t)\right] \longrightarrow \mathcal{S}_{x'}(t)$

$v(t) = \frac{1}{2i}\left[\hat{\sigma}_{fe}(t) - \hat{\sigma}_{ef}(t)\right] \longrightarrow \mathcal{S}_{y'}(t)$

Les composantes du dipole en phase et en quadrature avec le champ, $u(t)$ et $v(t)$, correspondent donc aux composantes $\mathcal{S}_{x'}(t)$ et $\mathcal{S}_{y'}(t)$ du spin moyen sur la direction Ox' du champ $\vec{b}_1$ et sur la direction perpendiculaire Oy'

$w(t) = \frac{1}{2}\left[\hat{\sigma}_{ee}(t) - \hat{\sigma}_{ff}(t)\right] \rightarrow \mathcal{S}_{z'}(t)$

u, v, w sont les 3 composantes de $\vec{\mathcal{S}}$ dans $Ox'y'z'$ ("Vecteur de Bloch")

Expression de la force moyenne

$\vec{\mathcal{F}} = -\hbar\,\mathcal{S}_{x'}\,\vec{\nabla}\omega_1 - \hbar\,\mathcal{S}_{y'}\,\omega_1\,\vec{\nabla}\phi$

Interprétation des équations de Bloch optiques (10

(voir III-25)

Ces équations apparaissent comme décrivant l'évolution du spin moyen $\vec{\mathcal{S}}$ dans le référentiel $Ox'y'z'$ sous l'effet de

- la précession autour de $\vec{b}'_0 + \vec{b}_1$
- la "relaxation radiative"

Interprétation des termes de relaxation

$\frac{d}{dt}\mathcal{S}_{z'} = -\Gamma\left(\mathcal{S}_{z'} + \frac{1}{2}\right)$

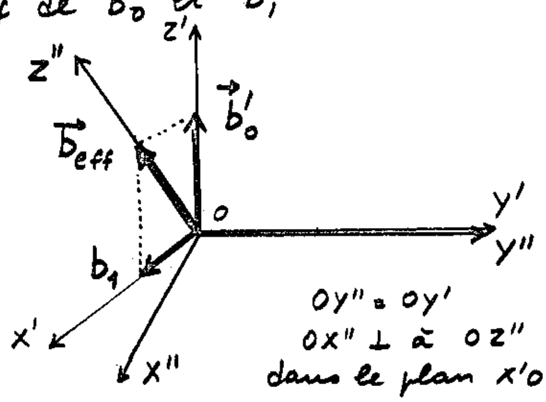
$\mathcal{S}_{z'}$ tend vers sa valeur d'équilibre $-\frac{1}{2}$ (spin dans l'état $|-\rangle$) avec un temps de relaxation $\boxed{T_1 = 1/\Gamma}$

$\frac{d}{dt}\mathcal{S}_{x'} = -\frac{\Gamma}{2}\mathcal{S}_{x'} \qquad \frac{d}{dt}\mathcal{S}_{y'} = -\frac{\Gamma}{2}\mathcal{S}_{y'}$

Les composantes transversales $\mathcal{S}_{x'}$ et $\mathcal{S}_{y'}$ sont amorties avec un temps de relaxation $\boxed{T_2 = 2/\Gamma}$

Champ effectif (11

3ème changement de référentiel : Rotation autour de Oy' amenant Oz' en Oz'' le long de la résultante $\vec{b}_{eff}$ de $\vec{b}'_0$ et $\vec{b}_1$



$Oy'' = Oy'$

$Ox'' \perp \grave{a}\ Oz''$ dans le plan $x'Oz'$

Fréquence de Larmor autour de $\vec{b}_{eff}$

$$\Omega = \sqrt{\omega_1^2 + (\omega_0 - \omega - \dot{\phi})^2}$$

Intérêt de cette transformation

Si $\Omega \gg \Gamma$ (et si ω_1 et ϕ varient très lentement), le spin moyen précesse très vite autour de $\vec{b}_{eff}$ et est donc aligné suivant Oz''

Lien entre forces radiatives et effet Stern et Gerlach (12

On suppose ici l'onde incidente monochromatique

ω_1 et ϕ dépendent de $\vec{r}$, mais non de t : $\omega_1(\vec{r})$, $\phi(\vec{r})$

Expression de la force moyenne

$\vec{\mathcal{F}} = -\hbar\left[\langle\vec{S}.\vec{e}_{x'}\rangle\,\vec{\nabla}\omega_1 + \langle\vec{S}.\vec{e}_{y'}\rangle\,\omega_1\,\vec{\nabla}\phi\right]$

$\langle\ \rangle$: Valeur moyenne prise sur l'état interne

$\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}$: Vecteurs unitaires le long de Ox' et Oy'

Toutes les grandeurs de champ sont évaluées en $\vec{r} = \vec{R}(t)$

Nous allons montrer que $\vec{\mathcal{F}}$ peut encore s'écrire

$\vec{\mathcal{F}} = -\hbar\,\langle\vec{\nabla}\left[\omega_1\,(\vec{S}.\vec{e}_{x'})\right]\rangle$

Expression équivalente de $\vec{\mathcal{F}}$ (13

- Comme $\vec{e}_{X'}$ est unitaire, on a (voir Fig de IV-8)

$$d\vec{e}_{X'} = \vec{e}_{Y'}\, d\phi$$

- Comme l'opérateur $\vec{S}$ ne dépend pas de $\vec{r}$, il vient alors

$$\vec{\nabla}(\vec{S}\cdot\vec{e}_{X'}) = (\vec{S}\cdot\vec{e}_{Y'})\,\vec{\nabla}\phi$$

et par suite

$$\vec{\nabla}[\omega_1(\vec{S}\cdot\vec{e}_{X'})] = (\vec{\nabla}\omega_1)(\vec{S}\cdot\vec{e}_{X'}) + \omega_1(\vec{\nabla}\phi)(\vec{S}\cdot\vec{e}_{Y'})$$

Si l'on prend la moyenne sur l'état interne, on retrouve bien que

$$\vec{\mathcal{F}} = -\hbar \langle \vec{\nabla}[\omega_1(\vec{S}\cdot\vec{e}_{X'})] \rangle$$

- Enfin, comme $\omega_0 - \omega$ et $\vec{e}_{Z'}$ ne dépendent pas de $\vec{r}$, on peut rajouter à l'expression précédente

$$-\hbar \langle \vec{\nabla}[(\omega_0-\omega)(\vec{S}\cdot\vec{e}_{Z'})] \rangle$$

qui est nul.

Interprétation du résultat final (14

$$\vec{\mathcal{F}} = -\langle \vec{\nabla}\tilde{\mathcal{H}} \rangle$$

$$\tilde{\mathcal{H}} = [\hbar(\omega_0-\omega)\vec{e}_{Z'} + \hbar\omega_1\vec{e}_{X'}]\cdot\vec{S}$$

$\tilde{\mathcal{H}}$ est l'hamiltonien d'interaction du spin fictif $\vec{S}$ avec un champ

- dont la composante verticale est homogène
- mais dont la composante horizontale a une direction ($\vec{e}_{X'}$) et une amplitude (ω_1) qui varient d'un point à l'autre

Champ magnétique <u>inhomogène spatialement</u>.

Situation analogue à celle de l'effet <u>Stern et Gerlach</u>

Problème qui sera repris plus en détail dans la 2ème partie

Buts du § F (15

Résoudre les équations de Bloch optiques et calculer $\vec{\mathcal{F}}_1$ et $\vec{\mathcal{F}}_2$ dans le cas le plus simple possible

- Onde monochromatique
- Atome initialement immobile (et le restant pendant la durée de l'interaction)
- Régime stationnaire.

<u>Simplifications</u>

L'amplitude $\mathcal{E}_0$ et la phase ϕ ne dépendent pas de t

$$\begin{cases} \omega_1 = -\dfrac{d\,\mathcal{E}_0}{\hbar} & \text{indépendant de } t \\ \dot{\phi} = 0 \end{cases}$$

Les équations de Bloch optiques forment alors un système différentiel linéaire à coefficients <u>constants</u>.

Rappel des équations importantes (16

<u>Equations de Bloch</u>

$$\begin{cases} \dot{u} = \delta v - \Gamma u/2 \\ \dot{v} = -\delta u - \omega_1 w - \Gamma v/2 \\ \dot{w} = \omega_1 v - \Gamma(\frac{1}{2} + w) \end{cases}$$

<u>Expression de la force moyenne</u>

$$\vec{\mathcal{F}} = \underbrace{d\, v\, \mathcal{E}_0 \vec{\nabla}\phi}_{\vec{\mathcal{F}}_1} + \underbrace{d\, u\, \vec{\nabla}\mathcal{E}_0}_{\vec{\mathcal{F}}_2}$$

$$\mathcal{D}_{\substack{\text{quadr}\\ \text{avance}}} = d\, v \qquad \mathcal{D}_{\text{phase}} = d\, u$$

<u>Energie absorbée par l'atome</u> / unité de temps

$$\frac{dW}{dt} = -\omega\, \mathcal{E}_0\, \mathcal{D}_{\substack{\text{quadr}\\ \text{avance}}} \qquad \text{(voir II-3)}$$

$$= -\omega \underbrace{d\,\mathcal{E}_0}_{-\hbar\omega_1} v = \hbar\omega\, \omega_1 v$$

<u>Nombre de photons absorbés</u> / unité de temps

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\hbar\omega}\frac{dW}{dt} = \omega_1 v$$

Interprétation 3ème équation de Bloch (17

$w = (\sigma_{ee} - \sigma_{ff})/2 = \sigma_{ee} - \frac{1}{2}$ $(\sigma_{ee} + \sigma_{ff} = 1)$

$$\boxed{\dot{\sigma}_{ee} = \omega_1 v - \Gamma \sigma_{ee}}$$

$\dot{\sigma}_{ee}$: Nombre d'atomes arrivant dans l'état excité / unité de temps

$\omega_1 v$: Nombre de photons absorbés par l'atome / unité de temps

$\Gamma \sigma_{ee}$: Nombre de photons émis spontanément / unité de temps

↳ Augmentation du nombre d'atomes excités = Nombre de photons absorbés - Nombre de photons émis spontanément

Résultat simple (et valable pour des situations plus générales que celles du § F)

En régime stationnaire ($\dot{\sigma}_{ee} = 0$)

Nombre de photons absorbés = Nombre de photons émis spontanément

Solution stationnaire des équations de Bloch optiques (18

$$u = \frac{\omega_1}{2} \frac{\omega - \omega_0}{(\omega-\omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\omega_1^2}{2}}$$

$$v = \frac{\omega_1}{2} \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(\omega-\omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\omega_1^2}{2}}$$

$$w + \frac{1}{2} = \sigma_{ee} = \frac{\omega_1^2}{4} \frac{1}{(\omega-\omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\omega_1^2}{2}}$$

Courbes d'absorption (pour v et σ_{ee}) ou de dispersion (pour u), centrées en ω_0, de largeur $(\Gamma^2 + 2\omega_1^2)^{1/2}$

Il peut être commode d'introduire

$$s = \frac{\frac{\omega_1^2}{2}}{(\omega-\omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

s : Paramètre de saturation

$$u = \frac{\delta}{\omega_1} \frac{s}{1+s} \qquad v = \frac{\Gamma}{2\omega_1} \frac{s}{1+s}$$

$$\sigma_{ee} = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s}$$

Expression de $\vec{\mathcal{F}}_1 = \mathcal{D}_{\substack{quadr\\av}} \mathcal{E}_0 \vec{\nabla}\phi$ (19

$\mathcal{D}_{\substack{quadr\\avance}} = d v$ $\qquad d\mathcal{E}_0 = -\hbar\omega_1$

$$\vec{\mathcal{F}}_1 = \underbrace{-\hbar(\vec{\nabla}\phi)}_{\substack{= \hbar\vec{k} \\ \text{pour 1 onde plane}}} \frac{\Gamma}{2} \frac{\frac{\omega_1^2}{2}}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\omega_1^2}{2}} = -\hbar(\vec{\nabla}\phi) \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}$$

- Force maximale pour $\delta = 0$ (Forme d'absorption en $\omega - \omega_0$)
- A faible intensité, c-à-d pour $s \ll 1$ (ou encore $\omega_1^2/2 \ll (\Gamma/2)^2 + \delta^2$)

$$\vec{\mathcal{F}}_1 = -\hbar(\vec{\nabla}\phi) \frac{\omega_1^2}{2} \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(\omega-\omega_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2}$$

Force proportionnelle à l'intensité lumineuse ($\sim \omega_1^2$)

- A forte intensité ($s \gg 1$)

$\vec{\mathcal{F}}_1$ sature à $-\hbar(\vec{\nabla}\phi)\frac{\Gamma}{2}$

Valeur indépendante de l'intensité

Interprétation de $\vec{\mathcal{F}}_1$ à basse intensité (pour une onde plane) (20

- A résonance ($\delta = 0$) et pour $s \ll 1$

$$\vec{\mathcal{F}}_1 = \frac{1}{\Gamma} \omega_1^2 \hbar\vec{k} = \frac{d^2 \mathcal{E}_0^2}{\hbar^2 \Gamma} \hbar\vec{k}$$

- $\mathcal{E}_0^2$ peut être relié au flux incident moyen d'énergie (voir II-22)

$$F_{inc} = \varepsilon_0 c\, \mathcal{E}_0^2 / 2$$

- Le taux Γ d'émission spontanée est calculable par la règle d'or de Fermi

$$\Gamma = \frac{1}{3\pi\hbar} \frac{d^2 \omega_0^3}{\varepsilon_0 c^3}$$

- On en déduit

$$\vec{\mathcal{F}}_1 = \underbrace{\frac{3\lambda_0^2}{2\pi}}_{\substack{\text{Section efficace} \\ \text{de diffusion} \\ \text{résonnante}}} \times \underbrace{\frac{F_{inc}}{\hbar\omega}}_{\substack{\text{Flux de} \\ \text{photons} \\ \text{incidents}}} \times \underbrace{\hbar\vec{k}}_{\substack{\text{Impulsion} \\ \text{de chaque} \\ \text{photon}}}$$

Même structure que pour l'électron libre

Comparaison avec le résultat obtenu pour un electron libre (21

- A basse intensité ($s \ll 1$), la réponse de l'atome est linéaire comme celle de l'electron

↳ Même structure pour $\mathcal{F}_1$

La section efficace Thomson $\sigma_T = 8\pi r_0^2/3$ est cependant remplacée par la section efficace de diffusion résonnante $\sigma_R = 3\lambda_0^2/2\pi$, beaucoup plus grande que σ_T ($\bar{\lambda}_0/r_0 \simeq 10^8$)

σ_R varie très vite avec ω (résonance très fine de largeur Γ) alors que σ_T est indépendante de ω

- A haute intensité ($s \gg 1$), la réponse de l'atome sature (alors que celle de e^- reste linéaire). On ne peut plus parler alors de section efficace.

Expression équivalente de $\vec{\mathcal{F}}_1$ (22

$$\vec{\mathcal{F}}_1 = \underbrace{\mathcal{D}_{quadr}}_{dv} \underbrace{\mathcal{E}_0}_{-\hbar\omega_1/d} \vec{\nabla}\phi = \underbrace{\omega_1 v}_{dN/dt} \underbrace{(-\hbar\vec{\nabla}\phi)}_{\hbar\vec{k}}$$

Or, d'après la 3ème equation de Bloch

$$\frac{dN}{dt} = \omega_1 v = \dot{\sigma}_{ee} + \Gamma\sigma_{ee}$$

Donc, en régime stationnaire

$$\boxed{\vec{\mathcal{F}}_1 = \hbar\vec{k}\,\Gamma\sigma_{ee}}$$

A saturation, $\sigma_{ee} = \sigma_{ff} = 1/2$, et on retrouve bien

$$(\vec{\mathcal{F}}_1)_{sat} = \hbar\vec{k}\,\frac{\Gamma}{2}$$

La force $\vec{\mathcal{F}}_1$ s'annule si $\Gamma = 0$, c-à-d s'il n'y a pas d'émission spontanée d'où le nom de "force spontanée" donné parfois à $\vec{\mathcal{F}}_1$

Dénomination prêtant à confusion car les transferts d'impulsion à l'origine de $\vec{\mathcal{F}}_1$ s'effectuent au cours de processus d'absorption.

Ordre de grandeur de $(\vec{\mathcal{F}}_1)_{sat}$ (23

$$(\mathcal{F}_1)_{sat} = \hbar k\,\frac{\Gamma}{2} = \frac{h\Gamma}{2\lambda}$$

$h = 6{,}6\ 10^{-34}$ MKSA $\qquad \lambda \simeq 5.10^{-7}$ m

$\Gamma = 10$ Mhz $= 10^7$ Hz

$(\mathcal{F}_1)_{sat} = 6{,}6\ 10^{-21}$ Newton

Accélération pour un atome de numéro atomique $A = 100$

$$M = 10^2 \times 1{,}6\ 10^{-27} = 1{,}6\ 10^{-25}\ \mathrm{Kg}$$

$$\gamma = \frac{\mathcal{F}}{M} = \frac{6{,}6\ 10^{-21}}{1{,}6\ 10^{-25}} \simeq 4\ 10^4\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\gamma = 4000\ g$$

g : Accélération de la pesanteur

Force "pousse-atome"

Permet de pousser sélectivement un isotope si le laser est accordé sur la fréquence de cet isotope

Expression de $\vec{\mathcal{F}}_2$ (24

$$\vec{\mathcal{F}}_2 = \underbrace{\mathcal{D}_{phase}}_{du}(\vec{\nabla}\underbrace{\mathcal{E}_0}_{-\hbar\omega_1/d}) = -\frac{\hbar(\omega-\omega_0)}{4}\,\frac{\vec{\nabla}\omega_1^2}{(\omega-\omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\omega_1^2}{2}}$$

- $\vec{\mathcal{F}}_2$ varie avec $\delta = \omega - \omega_0$ comme une courbe de dispersion

  $\vec{\mathcal{F}}_2$ change de signe avec δ

- $\vec{\mathcal{F}}_2$ est dirigée suivant le gradient d'intensité lumineuse I

  $\omega > \omega_0$ Pousse hors des I élevées

  $\omega < 0$ " vers les " "

- $\vec{\mathcal{F}}_2$ dérive d'un potentiel $\vec{\mathcal{F}}_2 = -\vec{\nabla}U(\vec{r})$

$$U(\vec{r}) = \frac{\hbar\delta}{2}\,\mathrm{Log}\left[1 + \frac{\omega_1^2(\vec{r})/2}{(\omega-\omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2}\right]$$

$$= \frac{\hbar\delta}{2}\,\mathrm{Log}\left[1 + s(\vec{r})\right]$$

On peut encore écrire

$$\vec{\mathcal{F}}_2 = -\hbar\delta\,\frac{s}{1+s}\,\vec{\alpha} \qquad \vec{\alpha} = \vec{\nabla}\,\mathrm{Log}|\omega_1(\vec{r})|$$

$$\vec{\mathcal{F}}_1 = \hbar\frac{\Gamma}{2}\,\frac{s}{1+s}\,\vec{\beta} \qquad \vec{\beta} = \vec{\nabla}\phi$$

Interprétation physique de $\vec{F}_2$ (25

- Redistribution cohérente des photons des modes non vides, les modes vides restant vides (voir § B)
- $\vec{F}_2$ ne s'annule pas si $\Gamma \to 0$ (à la différence de $\vec{F}_1$). L'émission spontanée n'est donc pas essentielle pour $\vec{F}_2$.
- Analogie entre $U(\vec{r})$ et l'énergie de polarisation d'un dielectrique
Analogie entre $\vec{F}_2$ et les forces agissant sur un diélectrique placé dans un champ inhomogène
Ici la fréquence du champ est voisine de ω_0 (au lieu d'être nulle)
- Interprétation de $\vec{F}_2$ en termes de gradients de niveaux de "l'atome habillé" : sera donnée ultérieurement

Ordres de grandeur (26

- $\mathcal{F}_2$ varie avec δ comme une courbe de dispersion dont le maximum est pour $\delta \simeq \omega_1$ (si $\omega_1 \gg \Gamma$)
Donc $(\mathcal{F}_2)_{opt} \simeq \hbar\omega_1 \dfrac{|\vec{\nabla} I|}{I} \simeq \hbar\omega_1 \dfrac{1}{L}$
Dans une onde stationnaire, la longueur caractéristique de variation de I est λ. Donc $1/L = 1/\lambda \simeq k$

$$\boxed{(\mathcal{F}_2)_{opt} \simeq \hbar k \omega_1} \gg (\mathcal{F}_1)_{sat} = \hbar k \Gamma$$

si $\omega_1 \gg \Gamma$ <u>$\mathcal{F}_2$ ne sature pas</u>

- Profondeur du puits U
Pour $\delta \simeq \omega_1$, $U \simeq \hbar\delta$
Pour $\delta \simeq 10$ Ghz (laser continu)
$U \simeq 3.10^{-6}$ eV $\simeq$ 36 mK
Nécessité d'un refroidissement préalable si l'on veut piéger des atomes neutres

Variation de vitesse Δv acquise pendant la durée de vie τ (27

$$\Delta v = \gamma\tau = \frac{\mathcal{F}}{M}\tau \simeq \frac{\hbar k\omega_1}{M}\tau$$

($\hbar k\omega_1$: valeur maximale de $\mathcal{F}$)

Si l'on veut pouvoir négliger cette variation de vitesse (condition ① du § D), il faut que l'effet Doppler associé à Δv, $k\Delta v$, soit petit devant la largeur de la résonance

$$\Delta\nu = [2\omega_1^2 + \Gamma^2]^{1/2} \simeq \omega_1 \quad \text{si } \omega_1 \gg \Gamma$$

$$k\Delta v \simeq \frac{\hbar k^2 \omega_1}{M}\tau \ll \omega_1$$

$$\hookrightarrow \frac{\hbar}{\tau} \gg \frac{\hbar^2 k^2}{M} \qquad \boxed{\hbar\Gamma \gg E_{recul}}$$

On retrouve la <u>même</u> condition de validité que pour la condition ①

Si $\hbar\Gamma \gg E_{recul}$, les variables internes peuvent évoluer et atteindre un régime stationnaire avant que l'état externe n'ait pu changer de manière appréciable

Récapitulation (28

	$\mathcal{F}_1$	$\mathcal{F}_2$
Gradient qui intervient	Phase	Amplitude
Composante du dipole	En quadrature avec le champ	En phase avec le champ
Variation avec $\omega - \omega_0$	Courbe d'absorption	Courbe de dispersion
Dérive d'un potentiel	non	oui
Limite $\Gamma \to 0$	$\vec{\mathcal{F}}_1 = \vec{0}$	$\vec{\mathcal{F}}_2 \neq \vec{0}$
Processus physiques	Absorption + Em. spontanée Diffusion	Absorption + Em. induite Redistribution cohérente
Dénomination	Pression de radiation résonnante	Forces dipolaires