9/12/80

Corrections radiatives stimulées et spontanées compte tenu du spin

Buts de ce cours

- Reprendre la discussion du cours IV en partant d'un hamiltonien électron-rayonnement contenant le spin, correct à l'ordre $1/c^2$ inclus, et sans approximation dipolaire électrique.
- Calculer tous les effets stimulés liés au spin et les interpréter physiquement.

Plan

A - Hamiltonien du système électron - champs de rayonnement quantifié T1 → T4

B - Calcul de l'hamiltonien effectif décrivant les corrections radiatives stimulées et spontanées T5 → T8

C - Etude des effets stimulés

1 - Termes indépendants du spin (nouveaux par rapport à ceux du cours IV) T9 → T10

2 - Termes dépendant du spin T11 → T20

3 - Conclusion T21 → T22

Hamiltonien du système électron - champs de rayonnement quantifié

T-1

Dans l'expression de H_{eff} à l'ordre 2 inclus en $\frac{1}{c^2}$, on sépare la partie purement électronique H_e, celle relative au seul rayonnement H_R, et celle qui agit sur les 2 types de variables à la fois H_{eR}

$$\mathcal{H}_{eff} = H_e + \text{Self-énergie} + H_R + H_{eR}$$

$$H_e = mc^2 + \frac{\vec{\Pi}_0^{\,2}}{2m} + e\,\phi_0(\vec{r}) - \frac{e\hbar}{2m}\vec{\sigma}.\vec{B}_0$$
$$+\frac{e\hbar^2}{8m^2c^2}\Delta\phi_0 - \frac{e\hbar}{4m^2c^2}\vec{\sigma}.(\vec{E}_0\times\vec{\Pi}_0) - \frac{1}{8m^3c^2}\left(\vec{\Pi}_0^{\,2} - e\hbar\,\vec{\sigma}.\vec{B}_0\right)^2$$

1ère ligne : H_P (hamiltonien de Pauli)

2ème ligne : H_{FS} (hamiltonien de structure fine)

Self-énergie : Termes constants provenant de V_{coulomb} et des effets à plusieurs particules, et dont on sépare la contribution mode par mode

$$\text{Self-énergie} = \sum_{k\varepsilon}\left(\mathcal{E}_v^0\,\frac{mc^2}{\hbar\omega} + \mathcal{E}_v^0\,\frac{\hbar\omega}{mc^2}\right)$$

$$H_R = \sum_{k\varepsilon}\hbar\omega\left(a^+_{k\varepsilon}a_{k\varepsilon} + \frac{1}{2}\right)$$

Hamiltonien d'interaction H_{eR}

T-2

On sépare la partie linéaire en a et a^+ (terme $H_{eR}^{(1)}$ à 1 photon) et la partie quadratique (terme $H_{eR}^{(2)}$ à 2 photons)

$$H_{eR}^{(2)} = \underbrace{\frac{e^2}{2m}\vec{A}^2(\vec{r})}_{a} + \underbrace{\frac{e^2\hbar}{4m^2c^2}\vec{\sigma}.\left(\vec{E}(\vec{r})\times\vec{A}(\vec{r})\right)}_{b}$$
$$\underbrace{-\frac{e^2}{8m^3c^2}\left[\vec{A}(\vec{r})\times\vec{\Pi}_0 + \vec{\Pi}_0\times\vec{A}(\vec{r})\right]^2}_{c} \underbrace{- \frac{e^2\vec{A}^2(\vec{r})}{2m^2c^2}\left[\frac{\vec{\Pi}_0^{\,2}}{2m} - \frac{e\hbar}{2m}\vec{\sigma}.\vec{B}_0\right]}_{d}$$

$$H_{eR}^{(1)} = \underbrace{-\frac{e}{m}\vec{A}(\vec{r}).\vec{\Pi}_0}_{1} \underbrace{- \frac{e\hbar}{2m}\vec{\sigma}.\vec{B}(\vec{r})}_{2}$$
$$\underbrace{+\frac{e^2\hbar}{4m^2c^2}\vec{\sigma}.\left(\vec{E}_0\times\vec{A}(\vec{r})\right)}_{3}$$
$$\underbrace{-\frac{e\hbar}{8m^2c^2}\vec{\sigma}.\left(\vec{E}(\vec{r})\times\vec{\Pi}_0 - \vec{\Pi}_0\times\vec{E}(\vec{r})\right)}_{4}$$
$$\underbrace{+\frac{e}{2m^2c^2}\left\{\vec{\Pi}_0.\vec{A}(\vec{r})\left(\frac{\vec{\Pi}_0^{\,2}}{2m} - \frac{e\hbar}{2m}\vec{\sigma}.\vec{B}_0\right) + \text{sym.}\right\}}_{5}$$

Ordres de grandeur des différents termes de H_{eR} [T-3]

4 énergies caractéristiques

$\hbar\omega,\ E_L\ ,\ \mathcal{E}_v\,(\mathcal{E}_v^0 \text{ ou } \mathcal{E}_v^N),\ mc^2$

Termes à 2 photons

(a) $\sim \mathcal{E}_v$ (b) $\sim \mathcal{E}_v \dfrac{\hbar\omega}{mc^2}$

(c) $\sim \mathcal{E}_v \dfrac{E_L}{mc^2}$ (d) $\sim \mathcal{E}_v \dfrac{E_L}{mc^2}$

Termes à 1 photon

(1) $\sim \sqrt{\mathcal{E}_v E_L}$

(2) $\sim \hbar\omega\sqrt{\dfrac{\mathcal{E}_v}{mc^2}} = \sqrt{\mathcal{E}_v E_L}\ \dfrac{\hbar\omega}{\sqrt{E_L\, mc^2}}$

(3) $\sim\sqrt{\mathcal{E}_v E_L}\ \dfrac{E_L}{mc^2}$ (4) $\sim\sqrt{\mathcal{E}_v E_L}\ \dfrac{\hbar\omega}{mc^2}$

(5) $\sim\sqrt{\mathcal{E}_v E_L}\ \dfrac{E_L}{mc^2}$

Interaction électron-mode ω [T-4] [IX-2]

Comme dans le cours IV, on peut écrire (voir T5, p. IV-2) :

$H_{eR} = V^+a^+ + V^-a + V^{+-}a^+a + V^{-+}aa^+$

(on néglige tout de suite $V^{++}a^{+2}$ et $V^{--}a^2$ qui sont non diagonaux, et en e^2, et donnent donc des corrections radiatives en $\mathcal{E}_v^2$)

Différences avec le cours IV

(i) - $V^\pm$ est, non plus un seul terme (associé au terme (1) de $H_{eR}^{(1)}$), mais une somme de 5 termes ((1)+(2)+(3)+(4)+(5))

V^{+-} et V^{-+} sont des sommes de 4 termes ((a)+(b)+(c)+(d)), et non plus un seul terme (a)

(ii) Plus d'approximation dipolaire électrique

$V_i^\pm = v_i^\pm\, e^{\pm i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (i=1,2,3,4,5)$

On garde les $e^{\pm i\vec{k}\vec{r}}$ dans $V^\pm$

Par contre, dans V^{+-} et V^{-+}, les $e^{\pm i\vec{k}\vec{r}}$ se contractent pour donner 1 et disparaissent.

Hamiltonien effectif décrivant les effets du couplage électron-photons dans la multiplicité $\mathcal{E}_N$ (électron + N photons ω) [T-5]

Même calcul que dans le cours IV (voir T6 à T10 pages IV-2 et IV-3). On trouve

$H_{eff}\,(\text{correct. radiat.}) = (N+1)R + NS =$

$= \underbrace{N(R+S)}_{\text{Effets stimulés}} + \underbrace{R}_{\text{Effet spontanés}}$

Mêmes expressions pour R et S que dans T-10, page IV-3.

Différences

(i) 4 termes dans V^{+-} et V^{-+} au lieu d'un.

(ii) Dans le terme du 2ème ordre (transitions virtuelles entre $\mathcal{E}_N$ et $\mathcal{E}_{N\pm1}$), il y a 15 termes au lieu d'un.

5 termes "carrés" (i,i) $\quad i=1,2,3,4,5$

$V_i^{(+)}V_i^{(-)}\ ,\quad V_i^{(-)}V_i^{(+)}$

10 termes "rectangles" (i,j) $\quad j\neq i$

$V_i^{(+)}V_j^{(-)}\ ,\ V_i^{(-)}V_j^{(+)}\ ,\ V_j^{(+)}V_i^{(-)}\ ,\ V_j^{(-)}V_i^{(+)}$

(iii) On garde les $e^{\pm i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ dans $V_\pm$

Forme opératorielle de R et S [T-6]

Même calcul que dans le cours IV

Dans les termes du 2ème ordre, on développe les dénominateurs d'énergie en puissances de $\frac{E_L}{\hbar\omega}$ pour faire apparaître l'hamiltonien électronique au numérateur. Exemple

$V_i^- \dfrac{1}{H_e - \hbar\omega} V_j^+ = -\dfrac{1}{\hbar\omega}\, V_i^- V_j^+$

$-\dfrac{1}{\hbar^2\omega^2} V_i^- H_e V_j^+ - \dfrac{1}{\hbar^3\omega^3} V_i^- H_e^2 V_j^+ - \dots$

Ordres de grandeur

Soit d_i l'ordre de grandeur de V_i (voir T3). Le terme du 2ème ordre en V_i et V_j, développé en puissances de $\frac{E_L}{\hbar\omega}$ sera noté $(ij)(k)$

$(i,j)\,(k) \quad \sim \quad \dfrac{d_i\, d_j}{\hbar\omega}\left(\dfrac{E_L}{\hbar\omega}\right)^k$

Terme croisé (ij) — Terme d'ordre k en $\frac{E_L}{\hbar\omega}$

Comment tenir compte des $e^{\pm i\vec{k}.\vec{r}}$? T-7

Quand on fait remonter H_e au numérateur, on voit apparaître

$$e^{\pm i\vec{k}.\vec{r}}\, H_e\, e^{\mp i\vec{k}.\vec{r}}$$

$e^{\pm i\vec{k}.\vec{r}}$: opérateur translation dans l'espace des $\vec{p}$

$$e^{\pm i\vec{k}.\vec{r}}\, H_e(\vec{r},\vec{\Pi}_0)\, e^{\mp i\vec{k}.\vec{r}} = H_e(\vec{r},\vec{\Pi}_0 \mp \hbar\vec{k})$$

Il suffit de tenir compte de cette relation pour le terme $\frac{\vec{\Pi}_0^2}{2m}$ de H_e. En effet, tous les autres termes (où $\vec{\Pi}_0$ apparaît) sont déjà d'ordre $1/c^2$ et les corrections correspondantes seraient en $1/c^3$

Finalement, l'effet des $e^{\pm i\vec{k}\vec{r}}$ se réduit à

$$e^{\pm i\vec{k}\vec{r}}\, H_e\, e^{\mp i\vec{k}.\vec{r}} = H_e \mp \frac{\hbar\vec{k}.\vec{\Pi}_0}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Ordre de grandeur

$$E_L\left(1 + \frac{1}{E_L}\hbar\omega\sqrt{\frac{E_L}{mc^2}} + \frac{1}{E_L}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2}\right) = \sum_{\ell=0}^{2} E_L\left(\frac{\hbar\omega}{\sqrt{E_L mc^2}}\right)^{\ell}$$

T-8 Conclusions sur les ordres de grandeur

Termes en V^{+-}, V^{-+} : d_a, d_b, d_c, d_d

Termes du 2ème ordre en $V^{\pm}$

$$(i,j)\ (k,\ell)$$

Terme croisé $V_i V_j$

Terme en $\left(\frac{E_L}{\hbar\omega}\right)^k$

Correction à l'approx. dipolaire électrique Terme en $\left(\frac{\hbar\omega}{\sqrt{E_L mc^2}}\right)^{\ell}$ avec $\ell = 0,1,2$

Ordre de grandeur de $(i,j)(k,\ell)$

$$\boxed{\frac{d_i d_j}{\hbar\omega}\left(\frac{E_L}{\hbar\omega}\right)^k\left(\frac{\hbar\omega}{\sqrt{E_L mc^2}}\right)^{\ell}}$$

Termes conservés à la fin du calcul

- Termes linéaires en $\mathcal{E}_v$
- Termes linéaires en E_L (réponse linéaire)
- Termes les plus importants en E_L^2: $E_L \frac{E_L}{\hbar\omega}$ $\frac{\mathcal{E}_v}{\hbar\omega}$
- Termes les plus importants en $\frac{1}{mc^2}$: $\mathcal{E}_v \frac{\hbar\omega}{mc^2}$, $\mathcal{E}_v \frac{E_L}{mc^2}$

Corrections radiatives stimulées T-9

① Termes indépendants du spin

2 termes nouveaux, en plus des termes d'ordre 0 en $\frac{1}{c}$ du cours IV (T-22 p. IV-6)

(i) $-\frac{\mathcal{E}_v^N}{mc^2}\frac{\vec{\Pi}_0^2}{2m}$

Origine : terme ⓓ de $H_{eR}^{(2)}$. On trouve que les termes ⓒ et (11)(12), eux aussi en $\mathcal{E}_v^N \frac{E_L}{mc^2}$, se compensent

Interprétation : correction à l'énergie cinétique due à l'augmentation de masse $\mathcal{E}_v^N/c^2$ associée à la vibration

(ii) $$W'_p = \vec{\mu}.\vec{\kappa}\left[\vec{B}_0.\frac{\vec{\Pi}_0}{mc} - (\vec{\kappa}.\vec{B}_0)\left(\vec{\kappa}.\frac{\vec{\Pi}_0}{mc}\right) - \left(\vec{\kappa}.\frac{\vec{\Pi}_0}{mc}\right)(\vec{\kappa}.\vec{B}_0)\right]$$

$$\vec{\kappa} = \frac{\vec{k}}{k} \qquad \vec{\mu} = i\frac{e^3\langle E_{inc}^2\rangle}{2m^2\omega^2}\vec{\varepsilon}\times\vec{\varepsilon}^*$$

W'_p n'existe que pour $\vec{\varepsilon}$ complexe

Origine : Terme (11)(11) en

$$\mathcal{E}_v^N \frac{E_L}{\hbar\omega}\sqrt{\frac{E_L}{mc^2}} \sim \mathcal{E}_v^N \frac{E_L}{\hbar\omega}\frac{v}{c}$$

Interprétation physique de W'_p T-10

Corrections relativistes en $\frac{v}{c}$ à l'énergie de couplage $-\vec{\mu}.\vec{B}_0$ entre $\vec{B}_0$ et le moment magnétique $\vec{\mu}$ associé au mouvement de vibration de e dans une onde polarisée circulaire ou elliptique.

Lorsque l'électron se déplace à la vitesse $\vec{v} = \frac{\vec{\Pi}_0}{m}$ dans l'onde $(\vec{k},\omega)$ il "voit" dans son référentiel une fréquence différente (effet Doppler), une direction de propagation différente (aberration), un champ électrique motionnel $\vec{v}\times\vec{B}$ (où $\vec{B}$ est le champ magnétique de l'onde plane):

$$\vec{v}\times\vec{B} = \frac{\vec{v}}{c}\times(\vec{\kappa}\times\vec{E})$$

Lorsqu'on tient compte de ces 3 effets dans le calcul de $\vec{\mu}$, on retrouve exactement W'_p

Remarque : Pour les effets spontanés W'_p disparaît dans la moyenne angulaire

T-11

② Termes dépendant du spin

On trouve 6 termes, 2 en $\mathcal{E}_v^N \frac{\hbar\omega}{mc^2}$ qui se compensent exactement, 4 en $\mathcal{E}_v^N \frac{E_L}{mc^2}$

Termes en $\mathcal{E}_v^N \frac{\hbar\omega}{mc^2}$

$$(22)(00) = -(b) = i\hbar \frac{e^2\langle E_{inc}^2\rangle}{4m^2c^2\omega}\,\vec{\sigma}\cdot(\vec{\varepsilon}^*\times\vec{\varepsilon})$$

Termes en $\mathcal{E}_v^N \frac{E_L}{mc^2}$

$$(22)(10) = \frac{\mathcal{E}_v^N}{2mc^2}\,\frac{e\hbar}{2m}\,\times$$
$$\left\{2(\vec{\kappa}\cdot\vec{B}_0)(\vec{\kappa}\cdot\vec{\sigma}) + (\vec{\varepsilon}^*\cdot\vec{B}_0)(\vec{\varepsilon}\cdot\vec{\sigma}) + (\vec{\varepsilon}\cdot\vec{B}_0)(\vec{\varepsilon}^*\cdot\vec{\sigma})\right\}$$

$$(d) = \frac{\mathcal{E}_v^N}{2mc^2}\,\frac{e\hbar}{2m}\,2\vec{\sigma}\cdot\vec{B}_0$$

$$(14)(00) = \frac{\mathcal{E}_v^N}{2mc^2}\,\frac{e\hbar}{2m}\,\times$$
$$\left\{-2\vec{\sigma}\cdot\vec{B}_0 + (\vec{\varepsilon}^*\cdot\vec{B}_0)(\vec{\varepsilon}\cdot\vec{\sigma}) + (\vec{\varepsilon}\cdot\vec{B}_0)(\vec{\varepsilon}^*\cdot\vec{\sigma})\right\}$$

$$(12)(11) = \frac{\mathcal{E}_v^N}{2mc^2}\,\frac{e\hbar}{2m}\,\times$$
$$\left\{2\left[(\vec{\kappa}\times\vec{\varepsilon}^*)\cdot\vec{B}_0\right]\left[(\vec{\kappa}\times\vec{\varepsilon})\cdot\vec{\sigma}\right] + 2\left[(\vec{\kappa}\times\vec{\varepsilon})\cdot\vec{B}_0\right]\left[(\vec{\kappa}\times\vec{\varepsilon}^*)\cdot\vec{\sigma}\right]\right\}$$

T-12

Récapitulation en ce qui concerne les corrections radiatives stimulées dépendant du spin

La somme de tous les termes précédents peut s'écrire

$$-\frac{e\hbar}{2m}\sum_{ij}\delta g_{ij}\,\sigma_i\,B_{0j}$$

δg_{ij} : correction au facteur de Landé apparaissant sous forme d'un tenseur de Landé anisotrope

$$\delta g_{ij} = \frac{\mathcal{E}_v^N}{mc^2}\left(\kappa_i\kappa_j - 2\delta_{ij}\right)$$

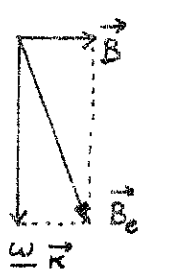
Interprétation physique du terme (22)(00)

T-13

Comme c'est un terme (22), il est relatif au couplage du spin avec le champ $\vec{B}$ de l'onde incidente.

D'autre part, comme il est proportionnel à $\vec{\varepsilon}^*\times\vec{\varepsilon}$, il n'existe que pour une polarisation circulaire ou elliptique.

Prenons une polarisation circulaire pour l'onde incidente et plaçons nous dans le référentiel tournant avec le champ $\vec{B}$ de l'onde incidente. Dans ce référentiel, le spin est soumis



- d'une part au champ $\vec{B}$ qui est fixe
- d'autre part, au "champ de Larmor" $-\frac{\omega}{\gamma}\vec{\kappa}$ ($\gamma = \frac{e}{m}$ rapport gyromagnétique)

Le spin tourne donc autour du champ efficace $\vec{B}_e$ à la pulsation

$$\omega_e = \gamma\left(B^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)^{1/2} = \omega\left(1 + \frac{e^2B^2}{m^2\omega^2}\right)^{1/2}$$
$$\sim \omega + \frac{e^2E^2}{2m^2c^2\omega}$$

Revenons au référentiel du labo

T-14

Comme $\vec{B}_e$ est très voisin de $\vec{\kappa} = \frac{\vec{k}}{k}$, dans le labo, le spin tourne autour de $\vec{\kappa}$ à la fréquence $\frac{e^2E^2}{2m^2c^2\omega}$

Tout se passe comme si, à l'onde $(\vec{\kappa},\omega)$ polarisée circulairement, était associé un champ magnétique fictif statique

$$\vec{B}_f = \frac{e}{2mc^2}\,\frac{E^2}{\omega}\,\vec{\kappa}$$

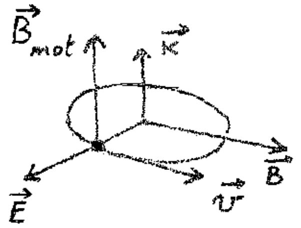
Le couplage, $-\frac{e\hbar}{2m}\vec{\sigma}\cdot\vec{B}_f$, du moment magnétique de spin avec $\vec{B}_f$ redonne exactement le terme (22)(00).

Phénomène déjà connu pour les atomes neutres : à tout champ de radiofréquence magnétique tournant est associé un champ magnétique fictif parallèle à l'axe de rotation et proportionnel à l'intensité du champ tournant

Références : M. Le Dourneuf, C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche
C.R. Acad. Sci. 272, 1048 (1971)
" " " 272, 1131 (1971)

Interprétation physique du terme (b) — T.15

Supposons toujours la polarisation circulaire. L'électron tourne en phase avec $\vec{E}$ sur une petite orbite circulaire.



Il "voit" donc un champ magnétique motionnel

$$\vec{B}_{mot} = -\frac{1}{c^2}\,\vec{v}\times\vec{E}$$

qui est constant puisque $\vec{E}$ et $\vec{v}$ tournent ensemble. D'où une énergie d'interaction :

$$-\frac{1}{2}\,\frac{e\hbar}{2m}\,\vec{\sigma}\cdot\vec{B}_{mot}$$

Précession de Thomas

qui redonne exactement (b) quand on exprime $\vec{v}$ en fonction de $\vec{E}$ (T-2 p.V-1)

Couplage "spin - petite orbite"

Couplage qui n'existe que parce que la particule est chargée et tourne donc sous l'effet de $\vec{E}$ (terme n'existant pas pour des atomes neutres)

T-16 — Interprétation physique du terme (22)(10)

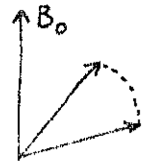
(22) → c'est le couplage des spins avec le champ $\vec{B}$ de l'onde qui intervient.

1 dans (10) → le champ statique $\vec{B}_0$ joue un rôle

0 dans (10) → on peut négliger les variation de $\vec{B}$ avec $\vec{r}$.

Effet identique à celui déjà connu pour des atomes neutres interagissant avec un champ de radiofréquence. Interprétation donnée dans le cours I

A déjà été étudié en détail sur le plan théorique et expérimental
S. Haroche thèse Paris 1971
Ann. de Phys. 6, 189 et 327 (1971)



Sous l'effet du champ $\vec{B}$ de l'onde, le moment magnétique oscille angulairement en gardant une longueur constante

L'interaction moyenne avec un champ statique $\vec{B}_0$ est diminuée, ce qui correspond à un moment magnétique "effectif" réduit

Interprétation physique du terme (d) — T-17

Variation du moment magnétique de spin due à l'"alourdissement" de l'électron sous l'effet de sa vibration

Remplacement dans $\frac{e\hbar}{2m}$ de m par $m + \frac{\mathcal{E}_v^N}{c^2}$

$$-\frac{e\hbar}{2\left(m + \frac{\mathcal{E}_v^N}{c^2}\right)}\,\vec{\sigma}\cdot\vec{B}_0 = -\frac{e\hbar}{2m}\,\vec{\sigma}\cdot\vec{B}_0 + \frac{\mathcal{E}_v^N}{mc^2}\,\frac{e\hbar}{2m}\,\vec{\sigma}\cdot\vec{B}_0 + \cdots$$

Le 2ème terme dans le développement en puissances de $\frac{\mathcal{E}_v^N}{mc^2}$ n'est autre que le terme (d)

Terme qui n'existe que parce que l'électron est chargé et vibre. N'existe pas pour des atomes neutres. Il en est de même des 2 derniers termes (14)(00) et (12)(11)

Interprétation physique du terme (14)(00) — T-18

1 dans (14) → le couplage de e avec le champ $\vec{E}$ de l'onde intervient

4 dans (14) → le couplage de $\vec{\sigma}$ avec un champ magnétique motionnel intervient. Enfin $\vec{B}_0$ figure dans Π_0.

D'où l'interprétation suivante.

L'électron vibre dans le champ $\vec{E}$ de l'onde incidente. Le champ statique $\vec{B}_0$ déforme légèrement ce mouvement de vibration, de sorte que la vitesse $\vec{v}$ de e a une partie indépendante de $\vec{B}_0$ et une partie linéaire en $\vec{B}_0$ (voir T2 et T5 cours V).

Comme $\vec{v}$ et $\vec{E}$ oscillent à la même fréquence, le champ motionnel $-\frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}$ a une composante constante à laquelle le moment magnétique de spin se couple pour donner une interaction

$$-\frac{1}{2}\,\frac{e\hbar}{2m}\,\vec{\sigma}\cdot\left(-\frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}\right)$$

($\frac{1}{2}$: précession de Thomas.)

Le terme de $\vec{v}$, indépendant de $\vec{B}_0$, redonne (b)

Le terme linéaire en $\vec{B}_0$ de $\vec{v}$ redonne exactement (14)(00)

T-19

Interprétation physique du terme (12)(11)

(12) → il faut faire intervenir à la fois l'interaction de la charge et du spin avec les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ de l'onde plane

Premier 1 dans (11) → B_0 joue un rôle

Deuxième 1 dans (11) → il ne faut pas faire l'approximation dipolaire électrique

Sous l'effet de $\vec{B}_0$, le mouvement de vibration de la charge acquiert une composante $\delta\vec{\rho}(t)$ parallèle à $\vec{\varepsilon}\times\vec{B}_0$ (voir T5 page V2), et qui peut avoir une composante non nulle le long de $\vec{\kappa}$.

En vibrant le long de $\vec{\kappa}$, l'électron peut donc "sentir" la dépendance spatiale en $e^{\pm i\vec{\kappa}.\vec{r}}$ du champ $\vec{B}$ de l'onde plane

Comme l'électron vibre à la même fréquence que ce champ $\vec{B}$, il peut "*rectifier*" ce champ

T-20

Plus précisément, considérons le développement de $e^{\pm i\vec{\kappa}.\vec{r}}$ en puissance de $\vec{\kappa}.\vec{r}$. Terme d'ordre 1

$$\delta\vec{B} = -\frac{B\omega}{c\sqrt{2}}(\vec{\kappa}.\vec{r})\left[e^{-i\omega t}(\vec{\kappa}\times\vec{\varepsilon}) + h.c.\right]$$

Remplaçons B par $\frac{E}{c}$ et $\vec{r}$ par $\delta\vec{\rho}(t)$, vibration de e dans $\vec{E}$ et $\vec{B}_0$ et qui a une projection non nulle sur $\vec{\kappa}$

$$\delta\vec{\rho}(t) = \frac{e^2 E}{m^2\omega^3\sqrt{2}}\left[(\vec{\varepsilon}\times\vec{B}_0)e^{-i\omega t} + h.c.\right]$$

Les facteurs oscillants en $e^{\pm i\omega t}$ de $\delta\vec{B}$ et $\delta\vec{\rho}$ peuvent se compenser pour donner un champ magnétique "rectifié"

$$(\vec{B})_{rect} = -\frac{e^2E^2}{2m^2c^2\omega^2}\left\{(\vec{\kappa}\times\vec{\varepsilon})\left((\vec{\kappa}\times\varepsilon^*).\vec{B}_0\right) + h.c.\right\}$$

auquel peut se coupler le moment magnétique de spin en donnant naissance à une énergie d'interaction

$$-\frac{e\hbar}{2m}\,\vec{\sigma}.(\vec{B})_{rect}$$

On retrouve ainsi exactement (12)(11)

T-21

Conclusions en ce qui concerne les corrections radiatives stimulées dépendant du spin

(1) Tous les effets stimulés liés au spin sont en $\mathcal{E}_v^N \frac{E_L}{mc^2}$. Il fallait donc bien partir d'un hamiltonien correct à l'ordre $\frac{1}{c^2}$ inclus, sans approximation dipolaire électrique, pour être sûr de les obtenir *tous*.

(2) Il n'est pas suffisant de considérer le mouvement d'un moment magnétique couplé au champ $\vec{B}$ de l'onde plane.

L'électron est à la fois une charge et un moment magnétique qui vibrent tous les 2. La vibration de la charge modifie les couplages du spin : apparition de champs magnétiques motionnels, rectification du champ $\vec{B}$ de l'onde plane, alourdissement de e et modification du magnéton de Bohr

Grande richesse d'effets physiques

T22

(3) Tous les effets stimulés liés au spin peuvent, comme les autres, être interprétés quantitativement de manière semi-classique.

(4) Compensation entre 2 termes importants en $\mathcal{E}_v \frac{\hbar\omega}{mc^2}$ (Termes (b) et (22)(00))

Compensation due à la relation $B = \frac{E}{c}$ entre les champs E et B d'une onde plane. Possibilité de non-compensation dans d'autres configurations (cavités, guides d'ondes ...)

(5) Tous les effets stimulés trouvés font intervenir le champ magnétique statique $\vec{B}_0$ et non le champ électrique statique $\vec{E}_0$

Raisons de ce manque de couplage entre $\vec{\sigma}$ et $\vec{E}_0$ (à l'ordre étudié ici)

(i) $\vec{E}_0$ n'est pas couplé directement à $\vec{\sigma}$ (le couplage spin orbite entre $\vec{\sigma}$ et le champ motionnel $-\frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}_0$ est déjà contenu dans H_e et ne fait pas intervenir $\mathcal{E}_v^N$).

(ii) $\vec{E}_0$ ne modifie pas le mouvement de vibration de e.