

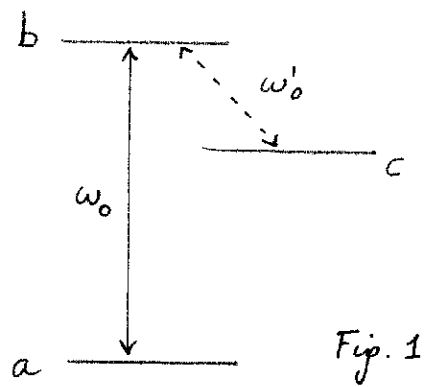
Systeme à 2 niveaux interagissant avec une onde monochromatique résonnante ou quasi-résonnante

But de ce chapitre

- Présenter un traitement entièrement quantique de l'interaction entre un système à 2 niveaux et un mode plein du champ e.m., les couplages dissipatifs, avec le milieu environnant (modes vides, collisions ...) étant pour le moment négligés. "Atome habillé non couplé au milieu extérieur"
- Introduire les paramètres physiques fondamentaux et discuter les approximations.
- Introduire diverses représentations possibles des diagrammes d'énergie de l'atome habillé qui seront utiles pour les discussions physiques ultérieures. Montrer en particulier comment on peut introduire simplement l'effet Doppler sur ces diagrammes.

① Le modèle à 2 niveaux

La fréquence  $\omega$  de l'onde e.m. est supposée suffisamment proche de la fréquence  $\omega_0$  d'une transition atomique a b (excitation résonnante ou quasi-résonnante) pour que l'on puisse "oublier" tous les autres niveaux atomiques. Les conditions de validité d'une telle approximation seront précisées plus loin (cf § 7).



Le fait de se concentrer sur la transition ba ne nous empêchera pas ultérieurement de considérer des processus d'émission spontanée de b ou a vers d'autres niveaux inférieurs, ou des interactions avec d'autres ondes beaucoup moins intenses, "sondant" d'autres transitions atomiques (par exemple bc) partageant un niveau commun avec la transition saturée ab.

② Représentation du spin fictif. Fréquence de Rabi

a) Correspondance entre observables atomiques et observables du spin fictif

- A tout système à 2 niveaux a, b (que ce soit un spin ou non), on peut associer un spin fictif  $1/2$   $\vec{S}$ .

$|b\rangle \rightarrow |+\rangle \quad |a\rangle \rightarrow |-\rangle \quad (II-1)$

- Lorsque la transition ab est dipolaire électrique, l'opérateur dipole électrique D n'a, pour des raisons de parité, qu'un élément non diagonal  $\langle a|D|b\rangle = \langle b|D|a\rangle^*$ , que l'on peut toujours supposer réel (par un choix convenable des phases relatives de  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$ )

$$\langle a | D | b \rangle = \langle b | D | a \rangle = d, \text{ réel} \quad (\text{II-2}) \quad \boxed{\text{II-2}}$$

A l'observable  $D/2d$ , représentée dans la base  $\{|b\rangle, |a\rangle\}$  par la matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$ , est donc associée l'observable  $S_x$  du spin fictif (on prend  $\hbar=1$ )

$$D/2d \rightarrow S_x \quad (\text{II-3})$$

- Il sera utile d'introduire les observables  $D_+$ ,  $D_-$  auxquelles correspondent  $S_+ = S_x + iS_y$ ,  $S_- = S_x - iS_y$

$$D_+ = d |b\rangle \langle a| \quad D_- = d |a\rangle \langle b| \quad (\text{II-4})$$

$$\frac{1}{d} D_{\pm} \rightarrow S_{\pm} \quad (\text{II-5})$$

- Hamiltonien atomique  $H_A$   
En prenant l'origine des énergies au milieu de  $a$  et  $b$ , les énergies de  $b$  et  $a$  sont  $+\omega_0/2$  et  $-\omega_0/2$ , de sorte que

$$H_A = \omega_0 \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} \rightarrow \omega_0 S_z \quad (\text{II-6})$$

Donc à  $H_A$  correspond la précession de Larmor du spin fictif autour d'un champ  $\vec{B}_0$ ,  $\parallel$  à  $Oz$ , et tel que  $\omega_0 = -\gamma B_0$  ( $\gamma$ : rapport gyromagnétique du spin).  $\omega_0$  est la fréquence de Larmor associée à  $\vec{B}_0$ .

b) Représentation géométrique du couplage du système à 2 niveaux avec une onde monochromatique, traitée classiquement.

- Hamiltonien de couplage avec l'onde classique, d'amplitude  $E_c$ :

$$V = -D E_c \cos(\omega t + \varphi) \quad (\text{II-7})$$

D'après (II-3),  $V \rightarrow -2d E_c \cos(\omega t + \varphi) S_x \quad (\text{II-8})$

c-a-d encore en posant  $\boxed{\omega_1 = -d E_c} \quad (\text{II-9})$

$$V \rightarrow 2\omega_1 \cos(\omega t + \varphi) S_x \quad (\text{II-10})$$

$\omega_1$  est la fréquence de Rabi, caractérisant le couplage du système à 2 niveaux avec l'onde c.m. Nous la supposons  $> 0$ .

- Approximation du champ tournant (r.w.2).

D'après (II-10), à  $V$  correspond l'interaction du spin fictif avec un champ magnétique oscillant  $\vec{B}_1 \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $\parallel$  à  $Ox$ , et tel que  $2\omega_1 = -\gamma B_1$ .

Ce champ  $\vec{B}_1 \cos(\omega t + \varphi)$  peut être décomposé en 2 composantes circulaires droite et gauche, d'amplitude  $B_1 = B_1/2$ .

L'approximation du champ tournant revient à ne conserver que la composante tournant dans le "bon" sens (même sens que la précession de Larmor autour de  $\vec{B}_0$ ).  $V$  devient alors

$$V = \frac{\omega_1}{2} \begin{pmatrix} 0 & e^{-i(\omega t + \varphi)} \\ e^{i(\omega t + \varphi)} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II-11})$$

- Référentiel tournant OXYZ.

OXYZ tourne autour de  $B_0$  à la fréquence  $\omega$  (dans le "bon" sens). A  $t=0$ , OX fait un angle  $\varphi$  avec l'axe  $Ox$  du trièdre fixe. Dans OXYZ, la "bonne" composante de  $\vec{B}_1$ ,  $\cos(\omega t + \varphi)$  est fixe et alignée le long de OX.

Un calcul très connu montre que, dans OXYZ, l'évolution du spin fictif est régie par l'hamiltonien indépendant de  $t$ :

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \omega_0 - \omega & \omega_1 \\ \omega_1 & -\omega_0 + \omega \end{pmatrix} \quad (\text{II-12})$$

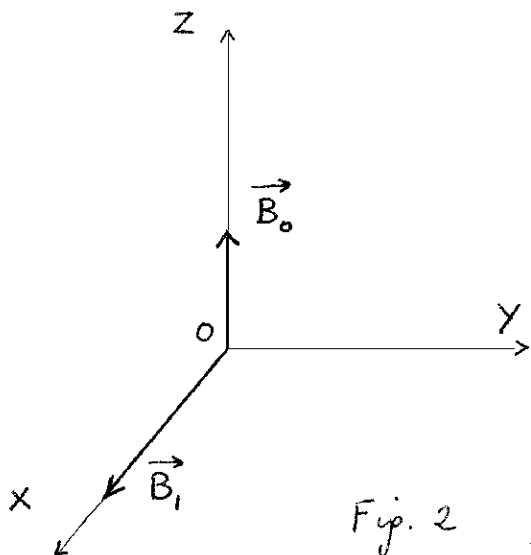


Fig. 2

Dans OXYZ, on est donc ramené au problème d'un spin  $1/2$   $\vec{S}$  interagissant avec 2 champs statiques

$\vec{B}_0$   $\parallel$  à OZ et d'amplitude proportionnelle au désaccord  $\omega_0 - \omega$

$$\omega_0 - \omega = -\gamma B_0$$

$\vec{B}_1$   $\parallel$  à OX et d'amplitude proportionnelle à la fréquence de Rabi  $\omega_1$

$$\omega_1 = -\gamma B_1$$

A résonance ( $\omega_0 = \omega$ ), le spin tourne uniquement autour de  $\vec{B}_1$  à la fréquence  $\omega_1$ . Donc, l'atome oscille entre les 2 états  $|b\rangle$  et  $|a\rangle$  à la fréquence de Rabi.

### ③ Description quantique de l'onde électromagnétique.

L'atome étudié peut

- soit être à l'intérieur d'une cavité et interagir avec le champ électromagnétique excitant dans cette cavité.
- soit être dans l'espace libre et interagir avec une onde e.m. se propageant librement.

#### a) Champ e.m. associé à un mode plein d'une cavité.

- On suppose un seul mode de la cavité excité (onde monochromatique).  $a^+$  et  $a$  : opérateurs de création et d'annihilation d'un photon de ce mode ;  $|n\rangle$  état à  $n$  photons.

$$a|n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad a^+|n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \quad (\text{II-13})$$

- On suppose ce mode excité dans un état cohérent  $|\alpha\rangle$  (voir cours 1974-75 pages III 1 à 7). Excellente description pour un champ RF ou un laser très au dessus du seuil.

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (\text{II-14})$$

- Nombre moyen de photons  $\bar{n}$ .

$$\bar{n} = |\alpha|^2 \gg 1 \quad (\text{II-15})$$

$\bar{n}$  a un sens bien défini dans une cavité et s'obtient en divisant l'énergie totale contenue dans la cavité par  $\hbar\omega$ .

- Dispersion du nombre de photons  $\Delta n$ . On trouve :

$$\begin{cases} \Delta n = \sqrt{\bar{n}} \gg 1 \\ \Delta n / \bar{n} = 1/\sqrt{\bar{n}} \ll 1 \end{cases} \quad (\text{II-16})$$

$\Delta n$  grand en valeur absolue, petit en valeur relative

- Dispersion des valeurs possibles du champ électrique

Avec un choix convenable de l'origine des coordonnées, le champ électrique, au point où se trouve l'atome, s'écrit (en ne conservant que la contribution du mode plein) :

$$E = E_0 (a + a^\dagger) \quad (\text{II-17})$$

où  $E_0$  est une constante représentant en quelque sorte le "champ électrique associé à un photon" ( $E_0 \approx \sqrt{\hbar\omega/\epsilon_0 V}$  où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide,  $V$  le volume de la cavité)

$E$  est donc l'équivalent de l'opérateur  $x$  pour l'oscillateur harmonique fictif associé au mode plein. La dispersion des valeurs de  $E$  est donc connue, à 1 facteur près, par la largeur en  $x$  de la fonction d'onde correspondante de l'oscillateur harmonique fictif. Or, un état cohérent est un état "minimal", obtenu par translation de l'état fondamental. La dispersion en  $E$  d'un état cohérent est donc la même que pour l'état fondamental, c-à-d  $\Delta E = [\langle 0|E^2|0\rangle]^{1/2} = E_0$ .

### Remarques

(i) Il serait peu satisfaisant de tenir compte de la dispersion en  $E$  du mode plein et d'oublier les modes vides de la cavité, auxquels sont associés des fluctuations comparables de  $E$ .

(ii) Dépendance spatiale de l'amplitude du champ électrique : caractéristique du mode étudié et de la forme de la cavité.

Nous n'aborderons pas ce problème pour le moment. Important cependant en spectroscopie de très haute résolution (temps de traversée d'un faisceau laser gaussien par des atomes...)

### b) Onde monochromatique se propageant librement dans l'espace

Afin de conserver des modes discrets, on enferme le champ dans une cavité fictive, de dimensions très grandes devant toutes les longueurs du pb.

On considère un mode unique de cette cavité, excité dans un état cohérent, tel que toutes les grandeurs physiques importantes au voisinage du point où se trouve l'atome (champ électrique, densité d'énergie...) aient la même valeur dans l'onde réelle et dans le mode de la cavité fictive considéré.

Le nombre moyen de photons  $\bar{n}$  dans ce mode n'a pas de sens physique, de même que le volume  $V$  de la cavité. A la fin des calculs, on doit pouvoir faire tendre  $\bar{n}$  et  $V$  vers l'infini ( $\frac{\bar{n}}{V}$  restant constant) sans changer les résultats.

## ④ Hamiltoniens quantiques

### Hamiltonien non perturbé

$$H_A = \omega_0 S_z \quad H_R = \omega a^\dagger a \quad (\text{II-18})$$

$$(H_A + H_R) |\pm, n\rangle = \left(\pm \frac{\omega_0}{2} + n\omega\right) |\pm, n\rangle \quad (\text{II-19})$$

$|\pm, n\rangle$  : atome dans l'état  $\frac{a}{2}$  en présence de  $n$  photons

Au voisinage de  $\omega_0 = \omega$ , les états  $|-, n+1\rangle$  et  $|+, n\rangle$  ont même énergie

### Couplage

- Transitions dipolaires électriques .

$$V = -D\vec{E} \quad (\text{II-20})$$

D'après (II-4) ( $D = D_+ + D_-$ ) et (II-17) :

$$V = -DE = -\epsilon_0 [D_+ + D_-] [a + a^\dagger] \quad (\text{II-21})$$

En termes de spin fictif (cf II-3 et II-5)

$$V = -\epsilon_0 d (S_+ + S_-) (a + a^\dagger) \quad (\text{II-22})$$

- Cas d'un vrai spin  $1/2$  (transitions dipolaires magnétiques) .

$$V = -M\vec{B} = -\gamma\beta_0 [\vec{E} \cdot \vec{J} a + \vec{E}^* \cdot \vec{J} a^\dagger] \quad (\text{II-23})$$

$\gamma$  : rapport gyromagnétique du spin  $\vec{J}$

$\beta_0$  : "champ magnétique" d'un photon.

$\vec{E}$  : polarisation du champ magnétique.

On peut envisager diverses polarisations :  $\pi$  ( $\vec{E} = \vec{e}_z$ ),  $\sigma$  ( $\vec{E} = \vec{e}_x$ )

$$\sigma_+ (\vec{E} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x + i\vec{e}_y))$$

### Approximation r.w.2 (pour les transitions dip. él.)

$$\text{On écrit } V = V_1 + V_2 \quad (\text{II-24})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = -\epsilon_0 d (S_+ a + S_- a^\dagger) \end{array} \right. \quad (\text{II-25})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_2 = -\epsilon_0 d (S_+ a^\dagger + S_- a) \end{array} \right. \quad (\text{II-26})$$

$V_1$  couple entre eux les états  $|+, n\rangle$  et  $|-, n+1\rangle$  qui sont dégénérés au voisinage de  $\omega_0 = \omega$ .

$V_2$  couple entre eux les états  $|+, n\rangle$  et  $|-, n-1\rangle$  qui sont distants de  $2\omega_0$  au voisinage de  $\omega_0 = \omega$ .

Au voisinage de  $\omega_0 = \omega$ ,  $V_1$  a donc un effet beaucoup plus important que  $V_2$ . L'approximation r.w.2. revient à ne conserver que  $V_1$ .

Dans le cadre de r.w.2., on est donc ramené à une infinité de problèmes à 2 niveaux puisque  $V_1$  couple 2 par 2 les états propres de  $H_A + H_R$ . Le problème est donc entièrement soluble.

⑤ Premier type de diagramme d'énergie :  $\omega$  fixe,  $\omega_0$  variable.

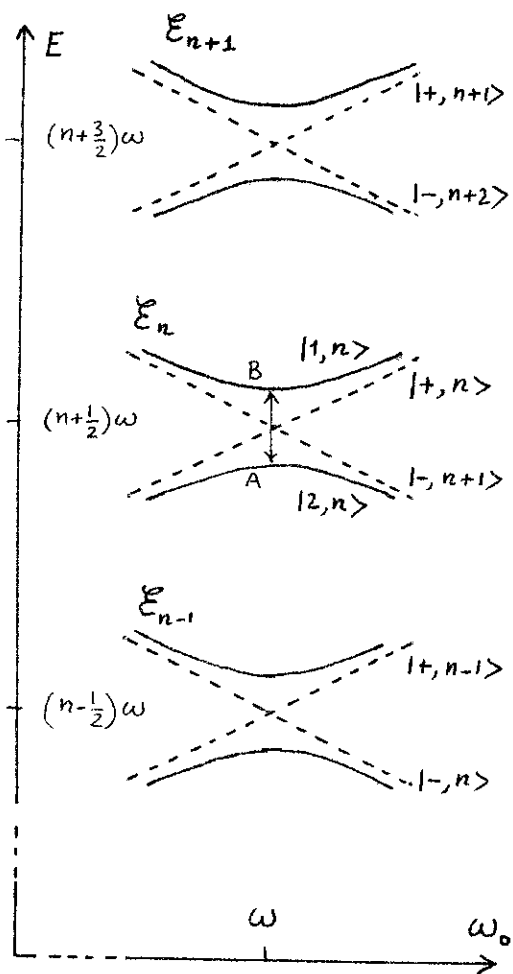


Fig. 3

Traits pointillés : Niveaux non-perturbés

- d'après (II-19) droites de pentes  $\pm 1/2$
- Se groupent en multiplicités  $E_n$ , d'ordre 2, équidistantes  
 $E_n : \{ |+, n>, |-, n+1> \}$
- Dans le cadre de r.w.a.,  $V$  ne couple entre eux que les 2 niveaux d'une même multiplicité, se croisant en  $\omega_0 = \omega$

Traits pleins : Niveaux perturbés  $|1, n>$  et  $|2, n>$

- Obtenus en diagonalisant  $V_1$  à l'intérieur de chaque multiplicité  $E_n$ .
- Forment une hyperbole admettant les niveaux non-perturbés comme asymptotes ("anticroisement").
- Distance minimale entre les 2 branches de l'hyperbole : obtenue à résonance ( $\omega_0 = \omega$ ) et égale à 2 fois l'élément de matrice (supposé réel  $> 0$  par un choix convenable des phases relatives de  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$ ) de  $V$  entre  $|+, n>$  et  $|-, n+1>$

$$AB = 2 \langle +, n | V | -, n+1 \rangle \quad (\text{II-27})$$

D'après l'expression (II-25) de  $V_1$

$$AB = -2 E_0 d \sqrt{n+1} \quad (\text{II-28})$$

⑥ La précession de Rabi retrouvée quantiquement

A résonance ( $\omega_0 = \omega$ ), les états non-perturbés sont des combinaisons linéaires symétrique et antisymétrique des états perturbés (et réciproquement). Partons de l'état  $|-, n+1>$  à  $t=0$ . Comme cet état n'est pas stationnaire, le système va évoluer et la probabilité de le trouver à un instant  $t$  ultérieur dans l'autre état non perturbé  $|+, n>$  oscille à la fréquence de Bohr  $AB$  séparant les 2 états perturbés  $|1, n>$  et  $|2, n>$  en  $\omega_0 = \omega$  (Fig. 3). Sous l'effet du couplage avec le rayonnement, l'atome oscille donc entre les 2 états  $|a>$  et  $|b>$  à la fréquence  $AB$  qui apparaît ainsi comme la fréquence de Rabi.

Ce résultat demeure valable si, au lieu de partir de l'état  $|-, n+1>$ , on part de l'état  $|-\rangle |\alpha\rangle = \sum_{n+1} c_n |-, n+1>$ , où les coefficients  $c_n$  du développement de l'état cohérent  $|\alpha\rangle$  sont donnés en (II-14). On obtient alors une superposition d'oscillations à des fréquences légèrement différentes, correspondant à la dispersion des valeurs de  $\sqrt{n+1}$  (voir II-28) lorsque  $n$  varie dans un intervalle de largeur  $\Delta n \approx \sqrt{n}$  autour de la valeur moyenne  $\bar{n}$  du nombre de photons.

Cette dispersion des fréquences de Rabi correspond à la dispersion des valeurs du champ électrique  $E$  dans un état cohérent. Elle est en principe responsable d'un amortissement de la précession de Rabi. Mais nous avons vu plus haut (cf § 3) que la dispersion des valeurs de  $E$  dans l'état  $|\alpha\rangle$  est très faible (de l'ordre de  $E_0$  et indépendante de  $\bar{n}$ )\*, comparable aux fluctuations dues à chaque autre mode vide et négligées pour le moment, de sorte que nous n'en tiendrons pas compte. Dans la pratique, la précession de Rabi est amortie par d'autres processus, introduisant des constantes de temps beaucoup plus courtes.

Nous considérerons donc à partir de maintenant le diagramme de la fig. 3 comme périodique dans un intervalle de  $n$  de largeur  $\sqrt{n}$  autour de  $\bar{n}$  et remplacerons donc  $\sqrt{n+1}$  par  $\sqrt{n}$ . Il y aura donc une seule fréquence de Rabi  $\omega$ , donnée d'après (II-28) par :

$$\omega_1 = -2E_0 \text{ et } \sqrt{n} \quad (\text{II-29})$$

On en déduit aisément l'expression des états propres perturbés de  $E_n$  et des valeurs propres correspondantes. La matrice représentant l'hamiltonien  $H_A + H_R + V$ , dans la base  $\{|+, n\rangle, |-, n+1\rangle\}$ , est à une constante  $(n + \frac{1}{2})\omega$  près (ordonnée de l'intersection des états non perturbés), identique à (II-12). de sorte que :

$$\begin{cases} E_{1n} = (n + \frac{1}{2})\omega + \frac{1}{2}\sqrt{\omega_1^2 + \delta^2} \\ E_{2n} = (n + \frac{1}{2})\omega - \frac{1}{2}\sqrt{\omega_1^2 + \delta^2} \end{cases} \quad (\text{II-30})$$

avec  $\delta = \omega_0 - \omega$  (II-31)

Si l'on pose  $\text{tg } 2\varphi = \frac{\omega_1}{\delta}$  ( $\omega_1 > 0, 0 \leq 2\varphi \leq \pi$ ) (II-32)

$$\begin{cases} |1, n\rangle = \cos \varphi |+, n\rangle + \sin \varphi |-, n+1\rangle \\ |2, n\rangle = -\sin \varphi |+, n\rangle + \cos \varphi |-, n+1\rangle \end{cases} \quad (\text{II-33})$$

⑦ Retour sur l'approximation r.w.a. et l'approximation à 2 niveaux

L'approche quantique permet de dégager clairement les conditions de validité des 2 approximations précédentes (r.w.a. et modèle à 2 niveaux).

L'approximation r.w.a. est valable si l'effet de  $V_2$  (cf II-26) est négligeable, c-à-d si l'élément de matrice de  $V_2$  entre  $|+, n\rangle$  et  $|-, n+1\rangle$ , de l'ordre de  $\omega_1$ , est petit devant la distance entre les 2 états conjugués, de l'ordre de  $\omega_0$ .

$$\omega_1 \ll \omega_0 \quad (\text{II-34})$$

Il n'y aurait pas grand sens à essayer de tenir compte (perturbativement) de  $V_2$ , en continuant à "oublier" les autres niveaux

(\*) On vérifie aisément que la dispersion des valeurs de  $\sqrt{n}$  lorsque  $n$  varie autour de  $\bar{n}$  dans un intervalle de largeur  $\sqrt{\bar{n}}$  est indépendante de  $\bar{n}$  :

$$\Delta \sqrt{n} = \left. \frac{d}{dn} \sqrt{n} \right|_{n=\bar{n}} \times \sqrt{\bar{n}} = \frac{1}{2\sqrt{\bar{n}}} \times \sqrt{\bar{n}} = \frac{1}{2}$$

Pour une étude quantitative de l'amortissement de la précession de Rabi due aux effets précédents voir l'article théorique de A. FAIST, E. GENEUX, P. MEYSTRE et A. QUATTROPANI : Helv. Phys. Acta. 45, 356 (1972).

atomiques. On peut par exemple ignorer l'état  $c$  de la figure 1 si la fréquence de Rabi  $\omega_1$ , associée au couplage de l'onde laser  $\omega \approx \omega_0$  avec la transition  $bc$  ( $\omega_1 \sim \langle b, n | V | c, n+1 \rangle$ ), est négligeable devant la distance entre les 2 états couplés, de l'ordre de  $|\omega_0 - \omega'_0|$  ( $\omega'_0$  fréquence de  $b \leftrightarrow c$ )

$$\omega_1 \ll |\omega_0 - \omega'_0| \quad (II-35)$$

Dans toute la suite, nous supposons (II-34) et (II-35) réalisées.

Par contre,  $\omega_1$  pourra être éventuellement grand devant les  $\Gamma$  largesurs  $\Gamma$  de  $b$  et  $a$  dues aux processus dissipatifs (absorption et émission induite plus importante que l'émission spontanée, les taux de transfert par collisions ...)

⑧ Deuxième type de diagramme d'énergie :  $\omega_0$  fixe,  $\omega$  variable

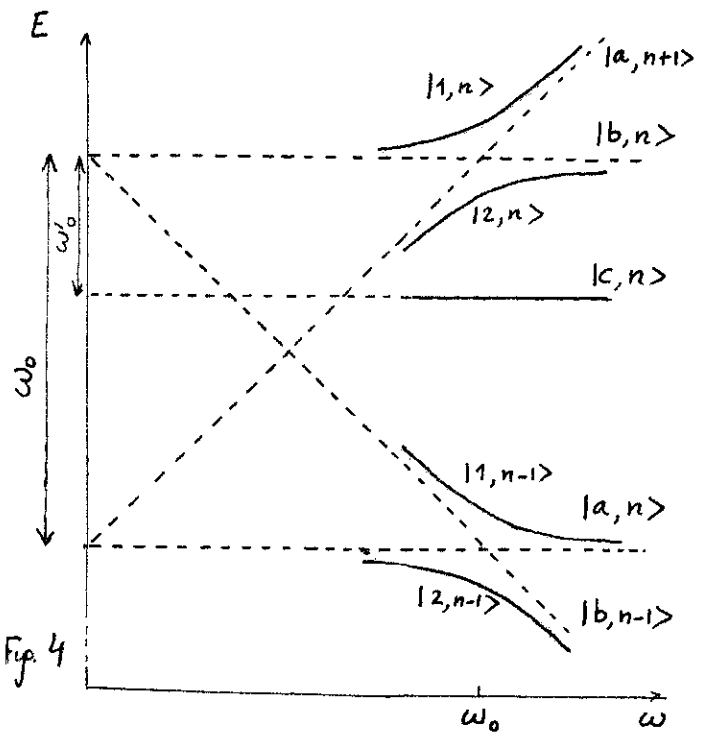


Fig. 4

Traits pointillés : niveaux non perturbés

Seules, les différences d'énergie sont importantes de sorte que l'on peut toujours, pour chaque valeur de  $\omega$ , prendre pour zéro d'énergie, l'énergie de  $|a, n\rangle$ . Les états  $|a, n\rangle$  et  $|b, n\rangle$  sont alors représentés par des droites horizontales, séparées par une distance  $\omega_0$ .

L'état  $|a, n+1\rangle$  contient un photon de plus que  $|a, n\rangle$  et est donc représenté par une droite de pente  $+1$  couplant  $|b, n\rangle$  en  $\omega = \omega_0$ . De même  $|b, n-1\rangle$  est représenté par une droite de pente  $-1$  couplant  $|a, n\rangle$  en  $\omega = \omega_0$ .

On a aussi représenté  $|c, n\rangle$  (voir état sur la figure 1) ; il lui correspond une droite horizontale, à une distance  $\omega'_0$  de  $|b, n\rangle$ .

Traits pleins : niveaux perturbés

Comme sur la figure 3, hyperboles admettant les niveaux non perturbés pour asymptotes

Au voisinage de  $\omega = \omega_0$ , la transition  $bc$  n'est pas excitée de façon résonnante. L'état  $|c, n\rangle$  peut être considéré comme état propre de  $H$

⑨ Diagrammes de fréquences. Introduction simple de l'effet Doppler.

Recherchons les fréquences apparaissant dans le mouvement du dipôle atomique  $D$  au voisinage de la fréquence  $\omega'_0$  de la transition sonde  $bc$ . Il faut pour cela trouver les fréquences de Bohr de l'atome habillé correspondant aux paires d'états perturbés de la fig. 4 entre lesquels  $D$  a un élément de matrice non nul.

$D$  ne couple l'état (perturbé)  $|c, n\rangle$  qu'à l'état  $|b, n\rangle$  ( $D$  ne change pas  $n$ ). Or  $|b, n\rangle$  n'apparaît que dans la multiplicité  $E_n$  formée de



$|1, n\rangle$  et  $|2, n\rangle$ . D'après (II, 33), on a en posant  $\langle b | D | c \rangle = d'$ ,

$$\begin{cases} \langle 1, n | D | c, n \rangle = \langle 1, n | b, n \rangle \langle b, n | D | c, n \rangle = \cos \varphi d' \\ \langle 2, n | D | c, n \rangle = -\sin \varphi d' \end{cases} \quad (\text{II, 36})$$

Il y a donc 2 fréquences de Bohr dont la variations avec  $\omega$  au voisinage de  $\omega = \omega_0$  est représentée par les traits pleins de la fig. 5

La droite verticale d'abscisse  $\omega$  représente la fréquence de l'onde laser incidente. IJ et IK donnent les fréquences apparaissant sur la raie bc lorsque la raie ab est saturée par un laser de fréquence  $\omega$ , l'atome étant immobile par rapport au laser.

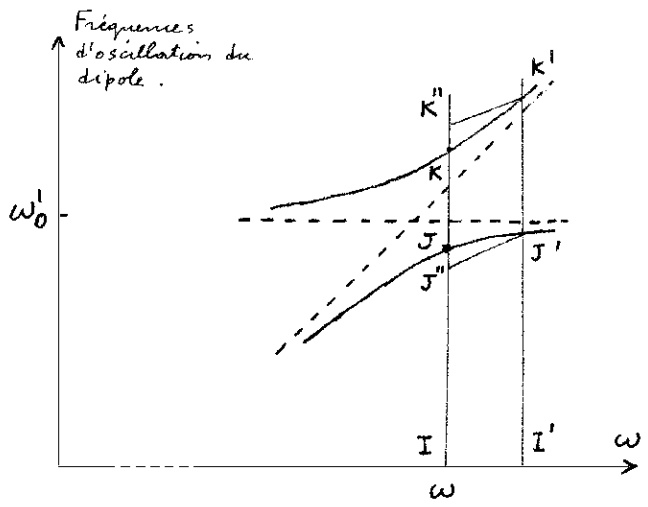


Fig. 5

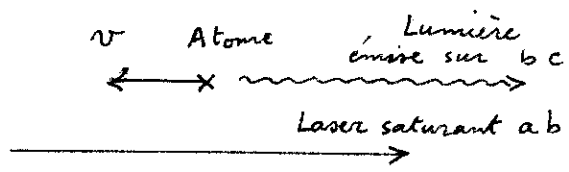


Fig. 6

$\frac{v\omega}{c}$

(Fig. 6)

Supposons maintenant que l'atome se déplace à la vitesse  $v$  dans le sens opposé au faisceau laser. Dans le référentiel au repos de cet atome, le laser semble avoir la fréquence  $\omega + \omega \frac{v}{c}$  (droite d'abscisse  $\omega + \omega \frac{v}{c}$  sur la fig. 5), et les fréquences susceptibles d'apparaître sur la transition bc seront données par I'J' et I'K'.

Si l'on regarde, dans le référentiel du laboratoire, cette lumière émise par l'atome sur bc dans le même sens que l'onde laser (flèche ondulée de la fig. 6), il faut corriger I'J' et I'K' de l'effet Doppler correspondant, c-à-d ajouter à I'J' et I'K'  $-\omega_0 v/c$  (en effet, I'J' et I'K' sont très voisins de  $\omega_0$ ). Ces fréquences sont donc IJ'' et IK'', où J'' et K'' sont les intersections de la droite d'abscisse  $\omega$ , avec les droites de pente  $\omega_0/\omega_0$  menées à partir de J' et K'.

On dispose ainsi d'une construction géométrique très simple permettant de déterminer, pour chaque classe de vitesse, les fréquences émises sur la transition sonde dans le même sens que le laser saturant ab (ou dans le sens contraire, à condition de remplacer sur la fig. 5 la pente  $\omega_0/\omega_0$  par  $-\omega_0/\omega_0$ ).