10/12/74

II Etats quantiques du champ électromagnétique libre (II-1)

But de ce §
Presenter quelques états du champ électromagnétique libre et discuter à partir de ces états les aspects corpusculaire et ondulatoire du rayonnement.

A - Hamiltonien $\mathcal{H}_R$ du champ électromagnétique libre.

- En l'absence de particules, l'hamiltonien I-22 s'écrit (on a choisi le développement dans un cube de côté L avec conditions aux limites périodiques):

$$\mathcal{H}_R = \sum_\lambda \sum_{\vec{k}_i} \underbrace{\hbar\omega_i \left(a^+_{i\lambda} a_{i\lambda} + a_{i\lambda} a^+_{i\lambda} \right)}_{\mathcal{H}_{i\lambda}} = \sum_\lambda \sum_{\vec{k}_i} \mathcal{H}_{i\lambda} \qquad (\text{II},1)$$

avec

$$\begin{cases} [a_{i\lambda}, a_{i'\lambda'}] = [a^+_{i\lambda}, a^+_{i'\lambda'}] = 0 \\ [a_{i\lambda}, a^+_{i'\lambda'}] = \delta_{ii'}\delta_{\lambda\lambda'} \end{cases} \qquad (\text{II},2)$$

- De même, l'impulsion totale s'écrit :

$$\vec{\mathcal{P}}_R = \sum_\lambda \sum_{\vec{k}_i} \hbar\vec{k}_i\, a^+_{i\lambda} a_{i\lambda} \qquad (\text{II},3)$$

- Mode $i\lambda$. Chaque onde progressive est caractérisée par un vecteur d'onde $\vec{k}_i$ et une polarisation $\vec{e}_\lambda$ ($\perp$ à $\vec{k}_i$). Elle définit le "mode $\vec{k}_i\,\vec{e}_\lambda$" ou plus simplement le mode $i\lambda$ (pour simplifier les notations, nous sous-entendrons même l'indice λ et parlerons du mode i).
Les relations (II,2) montrent qu'à chaque mode est associé un oscillateur harmonique quantique, l'énergie totale du champ étant d'après (II,1) la somme des énergies de ces oscillateurs harmoniques.

- En conclusion, le champ électromagnétique libre est équivalent à un ensemble d'oscillateurs harmoniques quantiques indépendants (à 1 dimension).

B - Aspect corpusculaire.

① Etats propres de l'hamiltonien $\mathcal{H}_i$ du mode i (cf théorie de l'oscillateur harmonique)

$$\mathcal{H}_i |n_i\rangle = (n_i + \tfrac{1}{2})\hbar\omega_i |n_i\rangle \qquad n_i = 0,1,2,3\ldots \qquad (\text{II},4)$$

- repérés par un entier ≥ 0
- action de a_i et a_i^+ sur les états $|n_i\rangle$

$$\begin{cases} a_i |n_i\rangle = \sqrt{n_i}\, |n_i - 1\rangle \\ a_i^+ |n_i\rangle = \sqrt{n_i+1}\, |n_i+1\rangle \\ a_i |0_i\rangle = 0 \end{cases} \qquad (\text{II},5)$$

$$|n_i\rangle = \frac{(a_i^+)^{n_i}}{\sqrt{n_i!}} |0_i\rangle \qquad (\text{II},5,\text{bis})$$

② Etats propres de $\mathcal{H}_R$

- Produits tensoriels des états propres $|n_i\rangle$ des $\mathcal{H}_i$ (les $\mathcal{H}_i$ commutent entre eux)

$$|n_1\rangle \otimes |n_2\rangle \otimes \cdots \otimes |n_i\rangle \otimes \cdots = |n_1, n_2, \ldots n_i \ldots\rangle \qquad (\text{II}-6)$$

$$\begin{cases} \mathcal{H}_R |n_1, n_2, \ldots n_i \ldots\rangle = \sum_i (n_i + \tfrac{1}{2})\hbar\omega_i |n_1, n_2 \ldots n_i \ldots\rangle \\ \vec{\mathcal{P}}_R |n_1, n_2, \ldots n_i \ldots\rangle = \sum_i n_i \hbar\vec{k}_i |n_1, n_2, \ldots n_i \ldots\rangle \end{cases} \qquad (\text{II}-7)$$

- Etat fondamental de $\mathcal{H}_R$. (Tous les oscillateurs i dans l'état le plus bas)

$$|0\rangle = |0_1, 0_2, \ldots 0_i \ldots\rangle \qquad (\text{II}-8)$$

- Expression de $|n_1, n_2, \ldots n_i \ldots\rangle$ à partir de $|0\rangle$

$$|n_1\, n_2 \ldots n_i \ldots\rangle = \frac{(a_1^+)^{n_1}}{\sqrt{n_1!}} \frac{(a_2^+)^{n_2}}{\sqrt{n_2!}} \ldots \frac{(a_i^+)^{n_i}}{\sqrt{n_i!}} \ldots |0\rangle \qquad (\text{II}-9)$$

L'état $|0\rangle$ est appelé <u>vide</u>.

(3) Photons.

- Par rapport au vide, l'energie et l'impulsion de l'état (II, 6) s'écrivent :

$$\begin{cases} \sum_i n_i \hbar \omega_i \\ \sum_i n_i \hbar \vec{k}_i \end{cases} \qquad (\text{II}-10)$$

(Différences entre les valeurs propres de $\mathcal{H}_R$ et $\vec{\mathcal{P}}_R$ correspondant aux états $|n_1 n_2 \ldots n_i \ldots\rangle$ et $|0\rangle$).

Par rapport au vide, on peut donc dire que l'état $|n_1\, n_2 \ldots n_i \ldots\rangle$ contient n_1 corpuscules d'énergie $\hbar\omega_1$ et d'impulsion $\hbar \vec{k}_1$ ..... n_i corpuscules d'energie $\hbar\omega_i$ et d'impulsion $\hbar\vec{k}_i$ ...

Ces corpuscules sont appelés <u>photons</u>.

Le vide ne contient aucun photon.

- Comme n_i peut être > 1, les photons sont des bosons.

- A chaque mode i est associé un type de photons caractérisés par l'énergie $\hbar\omega_i$, l'impulsion $\hbar\vec{k}_i$ (et la polarisation transversale $\vec{\varepsilon}_\lambda$) Un autre developpement, par exemple le développement en ondes multipolaires, ferait apparaitre lors de la quantification un autre type de photons caractérisés par l'énergie, le moment cinétique $\vec{J}^2$, J_3 et la parité π. $\vec{k}_i, \vec{e}_\lambda \leadsto \hbar\omega_k, J, M, \pi$

- a_i (a_i^+) faisant passer de l'état $|n_i\rangle$ à l'état $|n_i - 1\rangle$ $(|n_i+1\rangle)$ détruisent (créent) un photon du type i, d'où l'origine de leur nom d'opérateurs de destruction (création) d'un photon i.

<u>Remarque</u> : La quantification à partir du développement en ondes multipolaires ferait apparaitre des opérateurs $a_{kJM\pi}$ et $a^+_{kJM\pi}$ destruction et création d'un photon $k\,J\,M\,\pi$. Les $a_{kJM\pi}$ sont des combinaisons linéaires des $a_{\vec{k}\lambda}$ (voir relation XII - 38 du cours de l'an dernier) parfaitement calculables.

(4) Etat le plus général du champ.

- Les états $|n_1\, n_2 \ldots n_i \ldots\rangle$ forment une base orthonormée dans l'espace des états du champ. L'état le plus général du champ est une superposition linéaire de ces états $|n_1\, n_2 \ldots n_i \ldots\rangle$

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n_1 n_2 \ldots n_i \ldots} c_{n_1 n_2 \ldots n_i \ldots}(t)\; |n_1\, n_2 \ldots n_i \ldots\rangle \qquad (\text{II}-11)$$

- On a adopté ici le point de vue de Schrödinger (dépendance temporelle pour le vecteur d'état et non pour les opérateurs). Pour le champ libre, on a :

$$c_{n_1 n_2 \ldots n_i \ldots}(t) = c_{n_1 n_2 \ldots n_i \ldots}(0)\; e^{-i \sum_{n_i} (n_i + \frac{1}{2}) \hbar\omega_i t} \qquad (\text{II}-12)$$

- Point de vue de Heisenberg

$|\psi\rangle$ ne dépend pas du temps. Par contre toute observable G évolue conformément à :

$$G(t) = e^{i\mathcal{H}_R t/\hbar}\, G\, e^{-i\mathcal{H}_R t/\hbar} \qquad (\text{II}-13)$$

En particulier, l'évolution de a_i et a_i^+ est intéressante car toutes les observables s'expriment en fonction de a_i et a_i^+

$$\begin{aligned} a_i(t) &= e^{i\mathcal{H}_R t/\hbar} a_i\, e^{-i\mathcal{H}_R t/\hbar} \\ &= e^{i\omega_i a_i^+ a_i t}\, a_i\, e^{-i\omega_i a_i^+ a_i t} \\ &= a_i\, e^{-i\omega_i t} \end{aligned} \qquad (\text{II}-14)$$

(III-14 se démontre en vérifiant que les éléments de matrice de $e^{i\omega_i a_i^+ a_i t}\, a_i\, e^{-i\omega_i a_i^+ a_i t}$ et $a_i e^{-i\omega_i t}$ entre $\langle n_1' n_2' \dots n_i' \dots|$ et $|n_1 n_2 \dots n_i \dots\rangle$ sont égaux $\forall\, n_1 n_1' \dots n_i n_i' \dots$ Ils ne peuvent être $\neq 0$ que si $n_j' = n_j$ pour $j \neq i$ et $n_i' = n_i - 1$. Les valeurs propres de $e^{\mp i\omega_i a_i^+ a_i t}$ se contractent alors pour donner $e^{-i\omega_i t}$).

En prenant l'adjoint de (III-14), on obtient finalement :

$$\begin{cases} a_i(t) = a_i\, e^{-i\omega_i t} \\ a_i^+(t) = a_i^+\, e^{i\omega_i t} \end{cases} \qquad (\text{II}-15)$$

- Opérateur densité.

Indispensable lorsque l'état du rayonnement n'est qu'imparfaitement connu (mélange statistique d'états $|\psi_\alpha\rangle$, $|\psi_\beta\rangle \dots$ avec des poids Π_α, $\Pi_\beta \dots$ tels que $\Pi_\alpha + \Pi_\beta + \dots = 1$). On a alors :

$$\rho = \Pi_\alpha |\psi_\alpha\rangle\langle\psi_\alpha| + \Pi_\beta |\psi_\beta\rangle\langle\psi_\beta| + \cdots \qquad (\text{II}-16)$$

De même, nous verrons que, lorsque le champ de rayonnement interagit avec un système atomique, son état quantique ne peut plus être décrit par un ket tel que (II-11) même si initialement cela est possible. L'état du seul champ est alors un mélange statistique d'états et ne peut être décrit que par un opérateur densité.

Dans la base $\{|n_1 n_2 \dots n_i \dots\rangle\}$, l'opérateur densité ρ est représenté par la matrice :

$$\langle n_1' n_2' \dots n_i' \dots |\rho| n_1 n_2 \dots n_i \dots\rangle \qquad (\text{II}-17)$$

(5) <u>Opérateur densité du rayonnement en équilibre thermodynamique à la température T.</u>

- D'après la mécanique statistique, on a :

$$\rho = \frac{e^{-\mathcal{H}_R/kT}}{\mathrm{Tr}\, e^{-\mathcal{H}_R/kT}} \qquad (\text{II}-18)$$

k : constante de Boltzmann. Le dénominateur de (II-18), appelé encore "fonction de partition" assure que ρ est normé ($\mathrm{Tr}\,\rho = 1$)

Comme $\mathcal{H}_R$ est diagonal dans la base $\{|n_1 n_2 \dots n_i \dots\rangle\}$, ρ n'a dans cette base que des éléments diagonaux (qui peuvent être interprétés comme les <u>populations</u> des divers niveaux d'énergie du champ).

- Comme les $\mathcal{H}_i$ commutent entre eux et que la trace d'un produit direct d'opérateurs est égale au produit des traces, ρ se factorise :

$$\rho = \rho_1 \otimes \rho_2 \otimes \cdots \rho_i \otimes \cdots = \prod_i \rho_i \qquad (\text{II-19})$$

ρ_i étant l'opérateur densité du mode i en équilibre thermodynamique à la température T

$$\rho_i = \frac{e^{-\mathcal{H}_i/kT}}{\mathrm{Tr}\, e^{-\mathcal{H}_i/kT}} = \frac{\sum_{n_i=0}^{\infty} |n_i\rangle\langle n_i| \; e^{-(n_i+\frac{1}{2})\hbar\omega_i/kT}}{\sum_{n_i=0}^{\infty} e^{-(n_i+\frac{1}{2})\hbar\omega_i/kT}} \qquad (\text{II-20})$$

$e^{-\frac{1}{2}\hbar\omega_i/kT}$ se simplifie en haut et en bas. Un calcul simple donne :

$$\sum_{n_i=0}^{\infty} e^{-n_i\hbar\omega_i/kT} = \frac{1}{1-e^{-\hbar\omega_i/kT}} \qquad (\text{II},21)$$

de sorte que :

$$\rho_i = \left(1-e^{-\hbar\omega_i/kT}\right) \sum_{n_i=0}^{\infty} |n_i\rangle\langle n_i| \; e^{-n_i\hbar\omega_i/kT} \qquad (\text{II},22)$$

La probabilité $p(n_i)$ d'avoir n_i photons dans le mode i est donc égale à :

$$p(n_i) = \left(1-e^{-\hbar\omega_i/kT}\right) e^{-n_i\hbar\omega_i/kT} \qquad (\text{II},23)$$

- Il est commode d'exprimer les quantités précédentes en fonction du nombre moyen $\langle N_i\rangle$ de photons dans le mode i

$$\langle N_i\rangle = \sum_{n_i=0}^{\infty} n_i\, p(n_i) \qquad (\text{II},24)$$

Un calcul simple donne lorsqu'on reporte (II-23) dans (II-24) :

$$\langle N_i\rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_i/kT}-1} \qquad (\text{II-25})$$

d'où l'on tire :

$$e^{-\hbar\omega_i/kT} = \frac{\langle N_i\rangle}{\langle N_i\rangle+1} \qquad (\text{II-26})$$

En reportant (II-26) dans (II,22), on obtient pour ρ_i :

$$\rho_i = \sum_{n_i=0}^{\infty} \frac{\langle N_i\rangle^{n_i}}{(\langle N_i\rangle+1)^{n_i+1}} \, |n_i\rangle\langle n_i| \qquad (\text{II-27})$$

- On peut aussi calculer l'écart quadratique moyen ΔN_i de N_i

$$(\Delta N_i)^2 = \langle (N_i - \langle N_i\rangle)^2\rangle = \langle N_i^2\rangle - \langle N_i\rangle^2$$

avec $\langle N_i^2\rangle = \sum_{n_i=0}^{\infty} n_i^2\, p(n_i)$ et $\langle N_i\rangle$ donné par (II-24)

On trouve :

$$(\Delta N_i)^2 = \langle N_i\rangle^2 + \langle N_i\rangle \qquad (\text{II-27 bis})$$

Formule caractéristique des fluctuations d'un système de bosons.

- Connaissant $\langle N_i\rangle$, on peut calculer l'énergie moyenne $\hbar\omega_i\langle N_i\rangle$ du mode i et en déduire l'énergie moyenne du rayonnement par unité de volume et unité de fréquence. On retrouve la loi de Planck.

C – Etude de quelques propriétés du vide.

– Energie absolue du vide.

$$E_0 = \sum_i \frac{1}{2}\hbar\omega_i = 2\int \frac{d^3k}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3}\,\frac{1}{2}\hbar c k = \infty \qquad (\text{II} - 28)$$

Difficulté : l'énergie absolue du vide (somme des énergies de point zéro des divers oscillateurs harmoniques) est infinie.

On esquive cette difficulté en repérant les énergies des divers états par rapport au vide (on ne s'intéresse qu'à des différences d'énergie).

– Valeurs moyennes dans le vide des champs et potentiels en un point $\vec{r}$ de l'espace.

$\vec{A}(\vec{r})$, $\vec{E}_\perp(\vec{r})$ et $\vec{B}(\vec{r})$ sont des combinaisons linéaires des a_i et a_i^+ (cf expressions I-17, 18, 19). Or, d'après (II-5), les éléments de matrice diagonaux de a_i et a_i^+, en particulier $\langle 0_i|a_i|0_i\rangle$ et $\langle 0_i|a_i^+|0_i\rangle$ sont nuls.

Donc, dans le vide, les valeurs moyennes des champs et potentiels sont nulles en tout point de l'espace.

$$\langle 0|\vec{A}(\vec{r})|0\rangle = \langle 0|\vec{E}_\perp(\vec{r})|0\rangle = \langle 0|\vec{B}(\vec{r})|0\rangle = 0 \qquad (\text{II} - 29)$$

– Ecart quadratique moyen dans le vide des champs et potentiels.

Calculons par exemple $\langle 0|(\vec{E}_\perp(\vec{r}))^2|0\rangle$. En utilisant (I-18) (sous sa forme discrète et non continue) et en remarquant que seuls des produits du type $a\,a^+$ peuvent avoir des valeurs moyennes non nulles dans le vide, on obtient :

$$\langle 0|(\vec{E}_\perp(\vec{r}))^2|0\rangle = \sum_{\substack{i\lambda \\ j\lambda'}} \frac{\hbar\sqrt{\omega_i\omega_j}}{2\varepsilon_0 L^3}\underbrace{\langle 0|a_{i\lambda}\,a^+_{j\lambda'}|0\rangle}_{\delta_{ij}\,\delta_{\lambda\lambda'}} e^{i(\vec{k}_i\cdot\vec{r} - \vec{k}_j\cdot\vec{r})}\,\vec{\varepsilon}_\lambda\cdot\vec{\varepsilon}^{\,*}_{\lambda'}$$

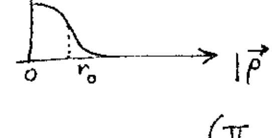
$$= \sum_{i\lambda}\frac{\hbar\omega_i}{2\varepsilon_0 L^3} = \frac{\hbar c}{\varepsilon_0(2\pi)^3}\int d\Omega\int_0^\infty k^3\,dk = \infty \qquad (\text{II} - 30)$$

Même en l'absence de tout photon, il y a donc un champ électrique fluctuant en chaque point de l'espace, dont la valeur moyenne est nulle, mais dont la valeur quadratique moyenne est infinie (difficulté à rapprocher de celle soulevée par l'énergie absolue infinie du vide).

On appelle ces fluctuations les "fluctuations du vide".

– Moyenne des champs et potentiels dans un volume fini.

Au lieu de considérer les champs et potentiels en un point $\vec{r}$ de l'espace, considérons les moyennes de ces champs et potentiels dans un volume fini entourant le point $\vec{r}$ et d'extension linéaire r_0. De manière plus précise, soit $f(\vec{\rho})$ une fonction ne dépendant que de $|\vec{\rho}|$ telle que $\int d^3\rho\, f(\vec{\rho}) = 1$ et de largeur r_0



Nous allons remplacer $\vec{E}(\vec{r})$ par exemple par

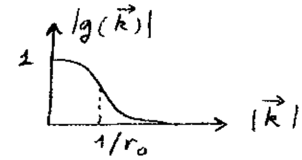
$$\vec{\overline{E}}(\vec{r}) = \int d^3\rho\; f(\vec{\rho})\;\vec{E}(\vec{r}+\vec{\rho}) \qquad (\text{II} - 31)$$

En reportant le développement (I-18) de $\vec{\mathbb{E}}(\vec r)$ dans (II-31) ($\vec r$ étant remplacé par $\vec r + \vec\rho$) et en effectuant l'intégration sur $\vec\rho$, on obtient pour l'opérateur $\vec{\overline{\mathbb{E}}}(\vec r)$:

$$\vec{\overline{\mathbb{E}}}(\vec r) = \sum_{i\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 L^3}}\, i\omega_i \left[a_{i\lambda}\, g(\vec k_i)\, \vec e_\lambda\, e^{i\vec k_i\cdot\vec r} + \text{conj. hermit.}\right] \tag{II-32}$$

où $g(\vec k)$ est la transformée de Fourier de $f(\vec\rho)$

$$g(\vec k) = \int d^3\rho\; e^{i\vec k\cdot\vec\rho} f(\vec\rho) \tag{II-33}$$



$g(\vec k)$ ne dépend que de $|\vec k|$ et tend vers 0 quand $|\vec k| \gg \frac{1}{r_0}$. Pour $\vec k = 0$, on a $G(\vec k) = 1$ par suite de la normalisation de $f(\vec\rho)$.

On voit ainsi que moyenner les champs sur un volume d'extension linéaire r_0 autour de $\vec r$ revient à introduire une "fonction de coupure" $g(\vec k)$ dans le développement en ondes progressives, qui supprime les contributions des modes de vecteur d'onde $\gg 1/r_0$

Les mêmes calculs que ceux faits plus haut donnent ici :

$$\langle 0|\vec{\overline{\mathbb{E}}}_\perp(\vec r)|0\rangle = 0$$

$$\langle 0|\left(\vec{\overline{\mathbb{E}}}_\perp(\vec r)\right)^2|0\rangle = \frac{\hbar c}{\varepsilon_0 (2\pi)^3}\, 4\pi \int_0^\infty k^3 |g(\vec k)|^2\, dk \tag{II-34}$$

convergent si $|g(\vec k)|$ décroît assez vite

Dans un volume fini, les fluctuations du vide ont donc un écart quadratique fini.

– <u>Fonctions de corrélation des fluctuations du vide</u>.

Nous avons étudié plus haut les valeurs moyennes dans le vide de $\vec{\mathbb{E}}_\perp(\vec r)$ et $\vec{\mathbb{E}}_\perp^{\,2}(\vec r)$ à un instant donné t.

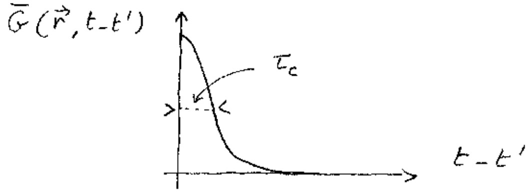
Prenons maintenant le point de vue de Heisenberg et étudions la valeur moyenne dans le vide du produit de 2 champs électriques correspondant au même point $\vec r$ (ou au même volume fini entourant $\vec r$) mais à 2 instants t et t' différents. La quantité ainsi introduite qui n'est autre que la fonction de corrélation de $\mathbb{E}(\vec r)$ dans le vide nous renseignera sur l'aspect temporel des fluctuations du vide.

D'après (II-15), l'expression de $\vec{\overline{\mathbb{E}}}(\vec r, t)$ dans le point de vue de Heisenberg s'obtient en remplaçant dans (II-32) $a_{i\lambda}$ par $a_{i\lambda} e^{-i\omega_i t}$, $a^+_{i\lambda}$ par $a^+_{i\lambda} e^{i\omega_i t}$. Le calcul de la fonction de corrélation $\mathrm{Re}\,\langle 0|\vec{\overline{\mathbb{E}}}(\vec r,t)\,\vec{\overline{\mathbb{E}}}(\vec r,t')|0\rangle$ est donc très voisin de celui qui donne (II-34) et l'on obtient :

$$\mathrm{Re}\,\langle 0|\vec{\overline{\mathbb{E}}}(\vec r,t)\,\vec{\overline{\mathbb{E}}}(\vec r,t')|0\rangle = \frac{4\pi\hbar c}{\varepsilon_0 (2\pi)^3}\,\mathrm{Re}\int_0^\infty k^3 |g(\vec k)|^2 e^{i\omega(t-t')}\, dk \tag{II-35}$$

On voit tout d'abord que la fonction de corrélation ne dépend que de $t-t'$ (le vide est un état stationnaire invariant par translation dans le temps). Nous la noterons $\overline{G}(\vec{r}, t-t')$.

$\overline{G}(\vec{r}, t-t')$ prend sa valeur maximale pour $t-t'=0$. (II-35) se réduit alors à (II-34). $\overline{G}(\vec{r}, t-t')$ est, à un facteur près, la transformée de Fourier de $k^3 |g(\vec{k})|^2$. Si r_0 est très petit, la largeur de $k^3 |g(\vec{k})|^2$ est très grande, de l'ordre de $\frac{1}{r_0}$. $\overline{G}(\vec{r}, t-t')$ a alors une largeur τ_c très petite de l'ordre de r_0/c (cf Figure)



τ_c est le temps de corrélation des fluctuations du vide. A la limite où $r_0 \to 0$, le temps de corrélation est infiniment court

<u>Remarque</u>

On peut se représenter qualitativement l'émission spontanée (c-à-d l'émission d'un photon par un atome initialement excité dans le vide) comme une "émission induite par les fluctuations du vide". On comprend alors plusieurs caractéristiques de l'émission spontanée :

- elle a lieu dans toutes les directions et avec toutes les polarisations (puisque les fluctuations du vide font intervenir des modes de toutes directions et de toutes polarisations).
- L'importance de l'émission spontanée croît avec la fréquence k_0 de la transition atomique. En effet, on voit sur l'intégrale en k de (II-30) que la densité spectrale des fluctuations du vide, prise à la fréquence k_0 de l'atome, varie en k_0^3.
- L'émission spontanée est un processus sans mémoire (on dit encore un processus de Markoff). En d'autres termes, l'évolution de l'atome à un instant donné ne dépend que du présent, et non du passé. Ceci est lié au fait que l'interaction de l'atome avec les fluctuations du vide responsable de l'émission spontanée, a un temps de corrélation infiniment court.