

⑤ Probabilité par unité de temps d'émission d'un photon par un système de 2 atomes identiques dont l'un est excité.

a) Calcul de \overline{S}_i^E

Revenons à (XIII-26) qui donne l'amplitude $S_i^E(t)$ de trouver le système des 2 atomes dans l'état $|\varphi_i^E\rangle$ à l'instant t , sachant qu'on est parti du même état à $t=0$. Intéressons nous à la partie imaginaire $\overline{S}_i^E/2$ du coefficient de $-\frac{i t}{\hbar}$ qui décrit comment l'amplitude $S_i^E(t)$ va décroître au cours des temps par suite de la possibilité qu'a le système des 2 atomes d'émettre spontanément un photon.

En prenant la partie imaginaire de la 2^{ème} ligne de (XIII-24) et en la regroupant avec la partie imaginaire du coefficient de $-\frac{i t}{\hbar}$ dans (XIII-5) on obtient, en utilisant l'expression XIII-15 de Γ :

$$\overline{S}_i^E = \underbrace{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} k_a^3 \frac{4}{3} |\langle e || r || f \rangle|^2}_{\Gamma} \left\{ 1 + \epsilon \underbrace{\frac{3}{2} \left[\frac{\sin k_a R}{k_a R} \left(1 - \frac{R_i^2}{R^2}\right) + \left(\frac{\cos k_a R}{k_a^2 R^2} - \frac{\sin k_a R}{k_a^3 R^3} \right) \left(1 - \frac{3R_i^2}{R^2}\right) \right]}_{f_i(k_a R)} \right\} \quad (XIV-1)$$

Le temps de désintégration par émission spontanée d'un photon par le système de 2 atomes dans l'état $|\varphi_i^E\rangle$, rapporté au temps de désintégration Γ d'un atome isolé initialement excité, s'écrit donc :

$$\frac{\overline{S}_i^E}{\Gamma} = 1 + \epsilon f_i(k_a R) \quad (XIV-2)$$

où les fonctions $f_i(u)$ s'écrivent, compte tenu de (XIV-1) et de la relation $R_i^2 = R^2 \delta_{iz}$

$$\left\{ \begin{aligned} f_x(u) = f_y(u) &= \frac{3}{2} \left[\frac{\sin u}{u} + \frac{\cos u}{u^2} - \frac{\sin u}{u^3} \right] & (XIV-3-a) \\ f_z(u) &= 3 \left[-\frac{\cos u}{u^2} + \frac{\sin u}{u^3} \right] & (XIV-3-b) \end{aligned} \right.$$

La figure 1 (tirée de D.A. HUTCHINSON, H.F. HAMEKA, J. Chem. Phys. 41, 2006, (1964)) représente les variations avec $u = k_a R$ de $f_x(u)$ et $f_z(u)$

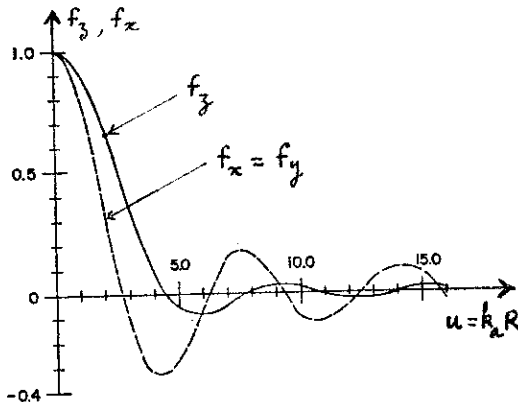


Figure 1

On voit tout d'abord que, quel que soit u , $|f_x(u)|$ et $|f_z(u)|$ sont inférieurs (ou égaux pour $u=0$) à 1, de sorte que, quel que soit ϵ , \overline{S}_i^E est toujours ≥ 0 . Ceci est satisfaisant physiquement pour une probabilité d'émission d'un photon par unité de temps.

Lorsque $u \gg 1$, c-à-d à longue distance ($k_a R \gg 1$), f_x et f_z tendent vers 0, $f_x(u)$ comme $\frac{3}{2} \frac{\sin u}{u}$, $f_z(u)$ comme $-\frac{3 \cos u}{u^2}$. \overline{S}_i^E tend donc vers Γ

Lorsque $u \ll 1$, c-à-d à courte distance ($k_a R \ll 1$), on obtient les limites de $f_x(u)$ et $f_3(u)$ en utilisant les développements limités de $\cos u$ et $\sin u$:

$$\begin{cases} f_x(u) \underset{u \rightarrow 0}{\approx} \frac{3}{2} \left[\frac{u - u^3/6}{u} + \frac{1 - u^2/2}{u^2} - \frac{u - u^3/6}{u^3} \right] = \frac{3}{2} \left[1 - \frac{u^2}{6} + \frac{1}{u^2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{u^2} + \frac{1}{6} \right] \underset{u \rightarrow 0}{\approx} 1 \\ f_3(u) \underset{u \rightarrow 0}{\approx} 3 \left[-\frac{1 - u^2/2}{u^2} + \frac{u - u^3/6}{u^3} \right] = 3 \left[-\frac{1}{u^2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{u^2} - \frac{1}{6} \right] = 1 \end{cases} \quad (XIV-4)$$

$f_x(u)$ et $f_3(u)$ tendent donc vers une limite commune, 1, lorsque $u \rightarrow 0$.

Pour u quelconque, on a en général $f_x \neq f_3$ de sorte que les 4 taux de désintégration Γ_x^+ , Γ_x^- , Γ_3^+ , Γ_3^- sont différents.

Notons enfin l'identité suivante valable $\forall u = k_a R$:

$$\Gamma_i^+ + \Gamma_i^- = 2\Gamma \quad (XIV-5)$$

Si l'on part donc d'un mélange statistique en proportions égales des états $| \varphi_i^+ \rangle$ et $| \varphi_i^- \rangle$, on, ce qui revient au même, d'un mélange statistique en proportions égales des états $| e_{Ai}, f_{B,0} \rangle$ et $| f_A, e_{Bi}, 0 \rangle$, le taux de désintégration moyen par système est le même que pour un atome isolé initialement excité.

- Comparaison entre l'énergie d'interaction $\Delta E_i^E - \delta E$ et le taux de désintégration (ou encore élargissement radiatif) Γ_i^E . [comparaison entre la partie réelle et la partie imaginaire de l'énergie "complexe" de l'état $| \varphi_i^E \rangle$].

A partir de (XIII-28), (XIII-29), (XIV-1), (XIV-2), (XIV-3), (XIV-4), on obtient aisément:

A courte distance ($k_a R \ll 1$)

$$\frac{\Gamma_i^E}{\Delta E_i^E - \delta E} \approx \frac{1}{k_a^2 R^3} \text{ ou } 0 \ll 1 \quad (XIV-6)$$

A longue distance ($k_a R \gg 1$)

$$\frac{\Delta E_i^E - \delta E}{\Gamma_i^E} \approx \frac{\sin k_a R}{k_a^2 R^2} \text{ ou } \frac{\cos k_a R}{k_a R} \ll 1 \quad (XIV-7)$$

Donc, à courte distance, l'énergie d'interaction est grande devant l'élargissement radiatif. A longue distance, c'est l'inverse.

b) Comportement des systèmes à courte distance. Superradiance. Subradiance.

- En portant (XIV-4) dans (XIV-2), on obtient:

$$\begin{cases} \Gamma_x^+ = \Gamma_y^+ = \Gamma_3^+ = 2\Gamma \\ \Gamma_x^- = \Gamma_y^- = \Gamma_3^- = 0 \end{cases} \quad (XIV-8)$$

On trouve donc que les états $E = +$ ont tous (quel que soit $i = x, y, \text{ ou } 3$) un taux de désintégration 2 fois plus important qu'un atome isolé initialement excité. Les états $| \varphi_i^+ \rangle$ sont, à courte distance, "superradiants".

Par contre, les états $-$ ont tous (quel que soit $i = x, y, 3$) un taux de désintégration nulle. Les états $| \varphi_i^- \rangle$ sont, à courte distance, "subradiants".

- Interprétation physique

Nous avons déjà donné plus haut (9 pages XIII-6 et XIII-7) une image physique des états $| \varphi_i^E \rangle$: dans un tel état, les dipôles des 2 atomes A et B sont corrélés; ils vibrent parallèlement à l'axe i , à la fréquence

ck_a , en phase si $\epsilon = +$, en opposition de phase si $\epsilon = -$.

Comme ces 2 dipôles sont séparés par une distance plus petite que la longueur d'onde du rayonnement qu'ils émettent, les ondes qu'ils émettent interfèrent de manière parfaitement constructive lorsque les dipôles sont en phase (états $|\varphi_i^+\rangle$), de manière parfaitement destructive lorsque ils sont en opposition de phase (états $|\varphi_i^-\rangle$). On comprend ainsi pourquoi le système dans l'état $|\varphi_i^+\rangle$ rayonne plus efficacement et a par suite une durée de vie plus courte, alors qu'il ne peut pas rayonner lorsqu'il est dans l'état $|\varphi_i^-\rangle$ et a par suite une durée de vie infinie.

Le facteur 2 de (XIV-8) peut également se comprendre. Dans l'état $|\varphi_i^+\rangle$ le dipôle global a une amplitude double de celle de chaque dipôle. Donc, la probabilité d'émission est proportionnelle à $(2)^2 = 4$ fois celle de chaque atome. Comme, dans l'état $|\varphi_i^+\rangle$, l'énergie totale est répartie également entre chaque atome, la probabilité d'émission de chaque atome est la moitié de celle d'un atome isolé initialement excité. D'où le facteur $4 \times \frac{1}{2} = 2$.

Que se passe-t-il lorsque l'excitation est localisée à $t=0$ sur l'un des 2 atomes?

On peut développer l'état initial

$$|\psi(0)\rangle = |e_{Ai}, f_B, 0\rangle \quad (\text{XIV-9})$$

sur $|\varphi_i^+\rangle$ et $|\varphi_i^-\rangle$
$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\varphi_i^+\rangle + |\varphi_i^-\rangle] \quad (\text{XIV-10})$$

On en déduit pour la projection $P|\psi(t)\rangle$ de $|\psi(t)\rangle$ sur le sous-espace $\{|\varphi_i^\epsilon\rangle\}$:

$$P|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\varphi_i^+\rangle e^{-i\Delta E_i^+ t/\hbar} e^{-\Gamma t/\hbar} + |\varphi_i^-\rangle e^{-i\Delta E_i^- t/\hbar}] \quad (\text{XIV-11})$$

Nous avons introduit les énergies "complexes" $\Delta E_i^\epsilon - i\Gamma_i^\epsilon/2$ de $|\varphi_i^\epsilon\rangle$ et utilisé (XIV-8) (Nous avons également admis sans démonstration que le développement XIII-26 constitue le début du développement d'une exponentielle, ce que l'on peut justifier par une théorie plus précise de l'émission spontanée).

Quant à l'état $(1-P)|\psi(t)\rangle$, il représente un état où les 2 atomes sont retombés en f_A et f_B en présence d'un photon $\vec{k} \vec{\epsilon}$.

A courte distance, ΔE_i^+ et ΔE_i^- , qui coïncident avec les valeurs calculées à partir de la théorie élémentaire du § A, sont grands devant Γ (cf XIV-6):

Tant que t reste inférieur à \hbar/Γ , tout en pouvant être grand devant $\hbar/(\Delta E_i^+ - \Delta E_i^-)$, on peut remplacer dans XIV-11 $e^{-\Gamma t/\hbar}$ par 1. (De plus, on peut montrer que $(1-P)|\psi(t)\rangle$ a une norme très faible, de l'ordre de $\Gamma t/\hbar$). On retrouve alors le résultat de la théorie élémentaire: l'excitation se transfère périodiquement d'un atome à l'autre, à la fréquence de Rabi $(\Delta E_i^+ - \Delta E_i^-)/\hbar$.

Par contre, quand $t \gg \hbar/\Gamma$, une fois que le processus d'émission spontanée d'un photon est terminé, on voit sur (XIV-11) que $P|\psi(t)\rangle$ ne tend pas vers 0, mais vers l'état $\frac{1}{\sqrt{2}} |\varphi_i^-\rangle$. Il y a donc une certaine probabilité pour que l'excitation initiale reste "trappée" entre les 2 atomes. Le photon reste sous forme virtuelle et va sans cesse d'un atome à l'autre sans pouvoir s'échapper sous forme d'un photon réel.

En réalité, comme $k_a R$ n'est pas tout à fait nul (rappelons que $R > a_0$), Γ_i^- n'est pas tout à fait nul comme nous l'avons supposé pour écrire (XIV-11), et le photon finira par s'échapper, mais au bout d'un temps beaucoup plus long que \hbar/Γ (et que l'on pourrait calculer en poursuivant le développement limité XIV-4 de $f_i(k_a R)$ au voisinage de $k_a R = 0$).

c) Comportement du système à longue distance.

- Lorsque $k_a R$ augmente à partir de 0 et devient de l'ordre de 1 ou supérieur à 1, les variations avec $k_a R$ des 4 taux de désintégration Γ_i^E ($i = x, y; E = +, -$) s'obtiennent à partir de l'expression XIV-2 et des variations des fonctions $f_i(k_a R)$ représentées sur la figure 1. Lorsque $E f_i(k_a R) > 0$, $\Gamma_i^E > \Gamma$ et l'état $|\varphi_i\rangle$ est plus radiatif qu'un atome isolé initialement excité. Lorsque $E f_i(k_a R) < 0$, $\Gamma_i^E < \Gamma$ et l'état est moins radiatif. Comme $|f_i(k_a R)| < 1$ dès que $k_a R \neq 0$, les limites extrêmes 2Γ et 0 de Γ_i^E ne sont plus jamais atteintes.

- A longue distance ($k_a R \gg 1$), f_i^E tend vers 0, et les 4 taux de désintégration Γ_i^E tendent tous vers Γ . L'interaction entre les 2 atomes n'est plus suffisante pour modifier leur durée de vie radiative individuelle.

- Que se passe-t-il dans ce cas si, à $t=0$, l'excitation est localisée sur l'un des 2 atomes? Un calcul identique à celui du § précédent donne:

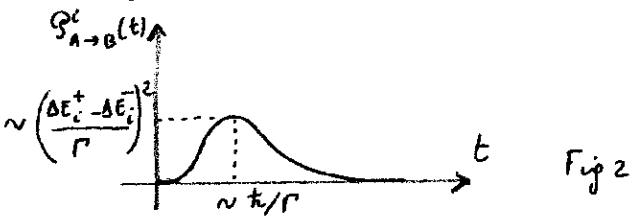
$$P|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\varphi_i^+\rangle e^{-i\Delta E_i^+ t/\hbar} e^{-\Gamma t/2\hbar} + |\varphi_i^-\rangle e^{-i\Delta E_i^- t/\hbar} e^{-\Gamma t/2\hbar}] \quad (XIV-12)$$

Comme, d'après XIV-7, $\Delta E_i^+ - \Delta E_i^-$ est maintenant très petit devant Γ , l'énergie excitation n'a plus le temps d'osciller périodiquement entre les 2 atomes à la fréquence $(\Delta E_i^+ - \Delta E_i^-)/\hbar$. Elle est amortissant, et beaucoup plus rapidement, évacué vers l'extérieur sous forme d'un photon réel émis spontanément.

En d'autres termes, le photon aurait le temps d'effectuer plusieurs allers et retours entre A et B (mais supposons en effet toujours que R , tout en étant grand devant $\frac{1}{k_a}$, est petit devant $\hbar c/\Gamma$ qui est de l'ordre du mètre). Mais ce photon est beaucoup plus efficacement sollicité par les modes vides du champ électromagnétique, et il préfère s'échapper sous forme de photon réel.

- Notons cependant que, tout en étant faible, la probabilité de trouver l'excitation transférée de A vers B est non nulle. On trouve, à partir de (XIV-12), que la probabilité de trouver B excité à l'instant t , sachant qu'on est parti à $t=0$ de A excité, vaut:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{A \rightarrow B}^i(t) &= |\langle f_A e_{B_i} | \psi(t) \rangle|^2 = |\langle f_A e_{B_i} | P|\psi(t)\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2} |(\langle \varphi_i^+ | - \langle \varphi_i^- |) P|\psi(t)\rangle|^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta E_i^+ - \Delta E_i^-}{\hbar} \right)^2 t^2 e^{-\Gamma t/\hbar} \end{aligned} \quad (XIV-12)$$



On trouve pour $\mathcal{P}_{A \rightarrow B}^i(t)$ des variations dont l'allure est représentée sur la figure 2.

Imaginons maintenant que l'atome A, initialement excité, soit au sein d'une vapeur atomique à faible pression (distance moyenne entre atomes grande devant la longueur d'onde $1/k_a$). Bien que, pour un atome donné de la vapeur, la probabilité d'absorber le photon émis par A soit faible, la probabilité pour que ce photon émis par A soit réabsorbé par un atome quelconque de la vapeur devient importante, lorsque l'épaisseur optique de la vapeur n'est pas négligeable. Le phénomène correspondant s'appelle diffusion multiple: le photon émis par un atome est

reabsorbé par un autre ^(atome) avant qu'il n'ait pu sortir de la cellule contenant la vapeur. On fait varier l'importance de ce phénomène en faisant varier la tension de vapeur.

Remarque Nous nous sommes uniquement intéressés jusqu'ici au taux de déintégration global de l'état $|\varphi_i^E\rangle$ sans nous préoccuper de la répartition angulaire du rayonnement émis spontanément. Pour obtenir ce diagramme de rayonnement, il faut calculer l'amplitude $\langle f_A f_B \vec{k} \vec{E} | U(t) | \varphi_i^E \rangle$, que l'on peut écrire schématiquement, compte tenu de (XIII-5) :

$$\langle f_A f_B \vec{k} \vec{E} | U(t) | \varphi_i^E \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{array}{c} \vec{k} \vec{E} \\ \left| \begin{array}{c} f_A \\ c_{A_i} \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{c} f_B \\ c_{B_i} \end{array} \right| \end{array} \right] + E \quad (XIV-13)$$

Les 2 amplitudes de (XIV-13) interfèrent avec le signe + si $E=+$, - si $E=-$.

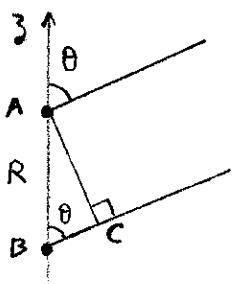


Fig 3

Physiquement, les ondes émises par les 2 dipôles de A et B (qui, rappelons le, vibrent le long de l'axe i , et en phase ou en opposition de phase suivant que $E=+$ ou $-$) sont de plus déphasés l'une par rapport à l'autre d'une quantité égale à $\frac{2\pi BC}{\lambda_a} = \frac{2\pi R \cos \theta}{\lambda_a} = k_a R \cos \theta$ qui dépend de l'angle θ entre la direction d'émission et la droite AB qui joint les 2 atomes (figure 3)

A courte distance, ($k_a R \ll 1$), ce déphasage supplémentaire est négligeable et la répartition angulaire du rayonnement émis est la même que pour un atome isolé initialement excité.

A moyenne distance ($k_a R \sim 1$), ce déphasage est important et modifie appréciablement l'allure du diagramme angulaire (apparition de "lobes" supplémentaires).

A longue distance ($k_a R \gg 1$), le déphasage $k_a R \cos \theta$ varie très vite avec θ . On a un très grand nombre de lobes, très renforcés angulairement. L'énergie rayonnée dans un angle solide $d\Omega$ grand devant l'écart angulaire entre lobes coïncide avec celle d'un atome isolé.

d) Transfert d'alignement par diffusion multiple. Affinement des raies de résonance magnétique.

Position du problème.

Supposons que l'atome A ait été excité dans l'état $m=0$ par rapport à Oz (orbitale p_z ; état $|\varphi_{A3}\rangle$). Si il est isolé et que l'on fasse la résonance magnétique entre les sous-niveaux $m=0$ et $m=\pm 1$ (séparés en énergie par un champ magnétique appliqué le long de Oz), on obtient, en détectant la lumière réémise à partir des sous-niveaux $m=\pm 1$ des courbes de résonance magnétique dont la longueur ultime (extrapolée à intensité de radiofréquence nulle) est donnée par l'inverse de la durée de vie radiative du niveau excité, c-à-d par Γ .

Si A est au sein d'une vapeur à basse pression (distance entre atomes grande devant la longueur d'onde optique λ_0), mais dans une cellule assez grande pour que son épaisseur optique soit importante, alors le photon émis par A a une grande chance d'être réabsorbé par un autre atome.

L'atome A qui était initialement dans un sous-niveau $|E_{A3}\rangle$ bien défini possédait un "alignement" non nul dans l'état excité: $\langle 3J_z^2 - J^2 \rangle \neq 0$, \vec{J} étant le moment cinétique de l'état excité. En est-il de même pour l'atome B qui absorbe le photon émis par A? (Comme l'atome B peut être n'importe où dans la cellule, il faut bien sûr moyenner sur toutes les directions angulaires possibles de la droite AB). La réponse à la question précédente est positive: l'alignement initial de A se retrouve en partie sur B une fois les moyennes angulaires effectuées (l'alignement transféré est parallèle à l'alignement initial, mais il lui est inférieur). Vis à vis du champ de radiofréquence (dont la longueur d'onde est grande devant les dimensions de la cellule), tout se passe comme si l'atome A "vivait" plus longtemps que \hbar/Γ , puisque ce champ de radiofréquence ne distingue pas l'alignement venant de A et celui venant de B (après le transfert). Ainsi, bien que la durée de vie individuelle de chaque atome soit identique à celle d'un atome isolé (rappelons que $k_0 R \gg 1$), la durée de vie apparente de l'alignement global de la vapeur, apparente vis à vis du champ RF, est rallongée par la diffusion multiple. La diffusion multiple affine les raies de résonance magnétique.

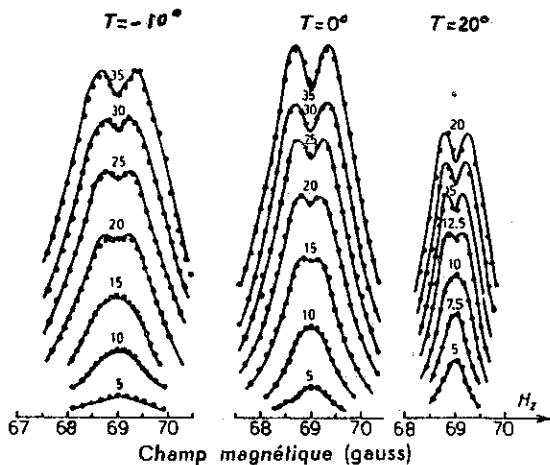


Fig 4

Exemple de courbes expérimentales montrant comment les raies de résonance magnétique de l'état 6^3P_1 des isotopes pairs de Hg s'affinent quand la teneur de vapeur de Hg (régérée par la température T du creuset de la cellule) augmente. (Les courbes de chaque niveau correspondent à des amplitudes croissantes du champ RF).

Références:

- M.A. GUIOCHON - BOUCHIAT, J.-E. BLAMONT et J. BROSSEL. Compt. Rend. 243, 1859 (1956) J. Phys. Rad. 18, 99 (1957)
- J.P. BARRAT Thèse d'état Paris (1959) J. Phys. Rad. 20, p. 541, 633 et 657 (1959)

Calcul du facteur d'affinement maximal

- Matrice densité initiale de l'état excité de A

$$\rho_A = \begin{matrix} & \begin{matrix} z & x & y \end{matrix} \\ \begin{matrix} z \\ x \\ y \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- Matrice densité de l'état excité de B après le transfert

L'axe Oz, permettant de repérer l'alignement initial de A, n'est pas relié à la droite AB qui joint les 2 atomes. Il faut donc utiliser la formule (XIII-25) qui donne l'amplitude de transfert $e_{A_i} \rightarrow e_{B_j}$ dans le cas général. Comme B et A sont supposés dans tout ce § à grande distance l'un de l'autre, seul le 1^{er} terme du crochet de la 2^{ème} ligne de XIII-25 est important. L'amplitude de transfert $e_{A_i} \rightarrow e_{B_j}$ est donc proportionnelle à $S_{ij} - \frac{R_i R_j}{R^2}$. La matrice densité $\langle e | P_B | e \rangle$ de l'état excité de B, une fois que le transfert s'est effectué, est donc, à un facteur de normalisation N près (fixé par la condition $\text{Tr} P_B = 1$) :

$$\begin{aligned} \langle e | P_B | e \rangle &= N \left(S_{il} - \frac{R_i R_l}{R^2} \right) \left(S_{ij} - \frac{R_i R_j}{R^2} \right) \\ &= N \left[S_{il} S_{ij} - S_{ij} \frac{R_i R_l}{R^2} - S_{il} \frac{R_i R_j}{R^2} + \frac{R_i^2 R_j R_l}{R^4} \right] \end{aligned} \quad \text{(XIV-15)}$$

- Moyenne sur toutes les orientations possibles de la droite AB

On suppose que A est au centre de la cellule et que l'épaisseur optique est la même pour toutes les directions partant de A.

$$\begin{aligned} \langle S_{il} S_{ij} \rangle &= S_{il} S_{ij} \\ \langle S_{ij} \frac{R_i R_l}{R^2} \rangle &= S_{ij} \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \frac{R_i R_l}{R^2} = \frac{1}{3} S_{ij} S_{il} \\ \text{De même } \langle S_{il} \frac{R_i R_j}{R^2} \rangle &= \frac{1}{3} S_{il} S_{ij} \end{aligned}$$

$$\left\langle \frac{R_i^2 R_j R_l}{R^4} \right\rangle = \begin{cases} \text{si } j \neq l : & 0 \\ \text{si } j = l \neq i : & \left\langle \frac{R_i^2 R_j^2}{R^4} \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \cos^2 \theta \sin^2 \theta \cos^2 \varphi = \frac{1}{15} \\ \text{si } j = l = i : & \left\langle \frac{R_i^4}{R^4} \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \cos^4 \theta = \frac{1}{5} \end{cases} \quad \text{(XIV-16)}$$

On en déduit que P_B est diagonale et a pour éléments (en prenant $i=3$) :

$$\begin{aligned} \langle 3 | P_B | 3 \rangle &= N \left[1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right] = N \frac{8}{15} \\ \langle x | P_B | x \rangle &= \langle y | P_B | y \rangle = N \frac{1}{15} \end{aligned} \quad \text{(XIV-17)}$$

Comme $\text{Tr} P_B = N \frac{10}{15} = 1$, on en déduit $N = \frac{3}{2}$ et, par suite :

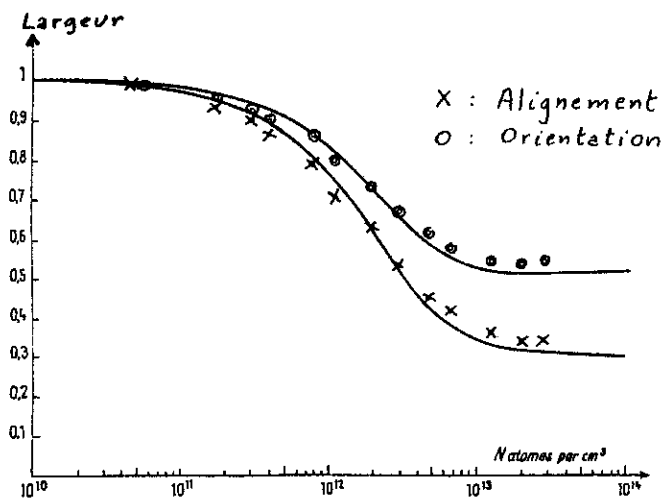
$$\langle P_B \rangle = \begin{bmatrix} \frac{8}{10} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{bmatrix} = \frac{3}{10} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} + \frac{7}{10} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(XIV-18)}$$

Conclusion : En comparant XIV-18 à XIV-14, on voit que, après un transfert, $\frac{3}{10}$ de l'alignement initial est complètement perdu et ne peut plus contribuer au signal de résonance magnétique, $\frac{7}{10}$ de cet alignement se retrouve en moyenne sur l'atome B qui a absorbé le photon émis par A.

Si l'épaisseur optique de la vapeur est suffisamment forte pour que plusieurs transferts puissent se produire avant que le photon ne sorte de la cellule, on voit que le temps de vie de l'alignement est allongé par un facteur $10/3$ [le temps de vol $\frac{R}{c}$ est petit devant τ/ν et chaque transfert ne fait perdre que $\frac{3}{10}$ de l'alignement initial]. Le facteur d'affinement maximal est donc égal à $\frac{10}{3}$.

Evidemment si l'épaisseur optique de la cellule n'est pas suffisamment grande, le facteur d'affinement est compris entre 1 et $\frac{10}{3}$.

Fig 5



La figure 5 (tirée de la référence : A. OMONT *Compt. Rend.* 260, 3331 (1965)) donne l'évolution de la largeur limite des courbes de résonance magnétique en fonction du nombre d'atomes par cc (On prend pour largeur unité celle correspondant à une tension de vapeur très faible). On voit que pour une excitation en ~~alignement~~ lumière polarisée linéairement (création d'alignement uniquement ; points marqués X sur la figure) le facteur d'affinement maximal est bien $\frac{10}{3}$ (la courbe est théorique, les points expérimentaux). Une excitation en lumière polarisée circulairement introduit également de l'orientation. La théorie prévoit et l'expérience confirme (points marqués O sur la figure) que le temps de vie de l'orientation est augmenté par un facteur 2, d'où un affinement maximal par un facteur $1/2$.

Pour une théorie plus complète du phénomène de diffusion multiple voir les références de J. P. BARRAT mentionnées plus haut ainsi que :

- A. OMONT Thèse d'état Paris 1967
 " " *J. Phys.* 26, 576 (1965)
 " " *Compt. Rend.* 258, 1193 (1964)

Omout montre dans les 3 dernières références comment le temps de vol fini du photon entre A et B, ainsi que la dispersion anormale de l'épaisseur de vapeur traversée sont, à l'origine d'un déplacement de la raie de résonance magnétique.