

# Magistère Interuniversitaire de Physique

Module M2 : Applications de la Mécanique Quantique

TD 1 - Jeudi 14 février 2002

Alexia Auffèves et Frédéric Boyer

## Effet Stark sur l'atome d'hydrogène

### 1 Rappels sur la théorie des perturbations stationnaires

Le système considéré a pour hamiltonien libre  $H_0$ . Une base possible de son espace des états s'écrit alors  $|\alpha_n\rangle$  avec  $H_0 |\alpha_n\rangle = E_n |\alpha_n\rangle$ . On étudie l'évolution de cette base dans le cas où  $H = H_0 + V$ , avec  $V$  d'ordre 1 par rapport à  $H_0$ .

- 1- Rappeler les résultats de la théorie des perturbations jusqu'au second ordre pour un état non dégénéré. Quelle condition doit vérifier  $V$  pour être traité perturbativement?
- 2- idem au premier ordre pour un état dégénéré.

On applique maintenant ces résultats à un modèle simple d'atome d'hydrogène.

### 2 Hamiltonien Stark et perturbation

On considère un atome d'hydrogène placé dans un champ électrique extérieur statique et uniforme  $\mathbf{F}$  dirigé selon  $\mathbf{u}_z$ . On ne prend pas en compte le spin de l'électron, et on suppose le proton infiniment lourd.

L'hamiltonien de perturbation  $V$  est de la forme :

$$V = -q\mathbf{F}\cdot\mathbf{R}$$

où  $q$  est la charge électrique (négative) de l'électron.

- 1- Rappeler l'expression des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène en l'absence de champ extérieur, leur dégénérescence, ainsi que la forme des états stationnaires. On notera  $H_0$  le hamiltonien correspondant.
- 2- Quelle condition  $V$  doit-il vérifier pour pouvoir être traité en perturbation? Vérifier que cette condition est vérifiée pour l'état fondamental de l'atome d'hydrogène et les champs réalisables au laboratoire.
- 3- Quelle est la parité de l'opérateur  $V$ ? Que peut-on en déduire sur ses éléments de matrice entre les états stationnaires de  $H_0$ ?

### 3 Effet Stark du niveau $n = 1$

- 1- Montrer que la correction d'ordre 1 à l'énergie est nulle.
- 2- On veut calculer l'effet de la perturbation à l'ordre supérieur.
  - a) Calculer la correction à l'ordre 2 de l'énergie.
  - b) Quel est son signe? Sa dépendance en  $F$ ?
  - c) Calculer le dipôle induit par le champ. Interpréter ce résultat en termes de polarisabilité.
  - d) La correction en énergie est-elle nécessairement négative pour un état  $ns$  (avec  $n \neq 1$ )?

### 4 Effet Stark du niveau $n = 2$

- 1- Représenter la restriction de  $V$  au sous-espace  $n = 2$ . On ne cherchera pas à calculer l'intégrale radiale des éléments de matrice non-nuls, et on posera

$$\langle 2, 0, 0 | -qFZ | 2, 1, 0 \rangle = F\alpha$$

- 2- Donner les états propres et les énergies propres au premier ordre de perturbation.
- 3- On place l'atome initialement dans l'état  $|200\rangle$  dans un champ électrique statique. Décrire l'évolution ultérieure du système. Représenter l'allure de la fonction d'onde au cours du temps.
- 4- Pourquoi cet effet Stark linéaire est-il typique de l'atome d'hydrogène?

On rappelle que pour l'état  $1s$  de l'atome d'hydrogène :

$$R_{1s}(r) = \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-r/a_0}.$$