

TUTORAT 4

PROBABILITÉS

Frédéric Chevy – chevy@lkb.ens.fr

1 Le paradoxe des Sophies

Monsieur et madame Martingale ont deux enfants.

1. Monsieur et madame Martingale ont une fille. Quelle est la probabilité qu'ils aient deux filles ?
2. Monsieur et madame Martingale ont une fille Sophie. Quelle est la probabilité qu'ils aient deux filles ?

2 Intervalle de confiance dans les sondages

On effectue un sondage d'opinion en soumettant les sondés à une question à laquelle deux réponses seulement sont possibles (oui ou non, ou 0 ou 1). On note p la proportion de la population *totale* répondant 0 et on cherche à calculer la taille d'un échantillon représentatif permettant de mesurer p .

1. On interroge N individus et l'on note y_k la réponse de l'individu k . On note $\bar{y} = \sum_{k=1}^N y_k / N$. Quelle est l'espérance de \bar{y} ?
2. En appliquant le théorème de la limite centrale, donner la distribution de probabilité de \bar{y} à la limite des grands N . Préciser la variance de cette distribution.
3. Dédurre de la question précédente l'intervalle la largeur de l'intervalle I_N centré sur \bar{y} tel que

$$P(p \in I_N) = 0.95,$$

où $P(p \in I_N)$ est la probabilité de trouver p dans l'intervalle I_N .

4. Un récent sondage CSA donnait une cote de confiance de 77% d'opinions favorables, contre 23% de défavorables à Bertrand Delanoë. Sachant que cette enquête était réalisée auprès d'un échantillon de 808 électeurs, donner le degré de confiance de cette enquête d'opinion.